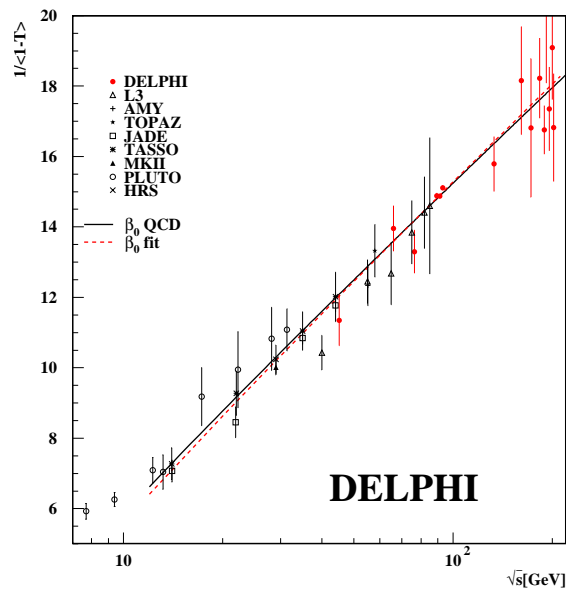




FACHBEREICH PHYSIK  
BERGISCHE UNIVERSITÄT  
GESAMTHOCHSCHULE WUPPERTAL

## Energieabhängigkeit von Ereignisformobservablen

Messungen und Studien zu Potenzreihenkorrekturen  
und Schemenabhängigkeiten



### Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades  
des Fachbereichs Physik  
der Bergischen Universität Wuppertal

vorgelegt von

**Ralf Reinhardt**



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Das Standardmodell . . . . .	3
2.1.1	Die elektroschwache Wechselwirkung . . . . .	3
2.1.2	Die starke Wechselwirkung . . . . .	5
2.1.3	Die Fermionen des Standardmodells . . . . .	6
2.2	Quantenfeldtheorie . . . . .	6
2.2.1	Die Renormierungsgruppengleichung . . . . .	8
2.2.2	Das Laufen der Kopplungskonstanten . . . . .	9
2.2.3	Physikalische Observablen . . . . .	10
2.2.4	Die Entwicklung in fester Ordnung . . . . .	11
2.2.5	Resummation und Exponentiation . . . . .	12
2.2.6	Potenzreihenkorrekturen . . . . .	14
2.2.7	Skalen und Schemaabhängigkeit . . . . .	20
2.3	Strahlungskorrekturen . . . . .	23
2.4	Monte Carlo Modelle . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Das Experiment</b>	<b>27</b>
3.1	Der Speicherring . . . . .	27
3.1.1	Der Detektor . . . . .	28
3.1.2	Der Magnet . . . . .	30
3.1.3	Der Mikrovertex-Detektor (VD) . . . . .	30
3.1.4	Der innere Detektor (ID) . . . . .	30
3.1.5	Die Zeit-Projektions-Kammer (TPC) . . . . .	31
3.1.6	Die Ringabbildenden Cherenkovzähler (BRICH,FRICH) . . . . .	31
3.1.7	Der Äußere Detektor (OD) . . . . .	32
3.1.8	Die High-Density-Projection-Chamber (HPC) . . . . .	32
3.1.9	Das elektromagnetische Vorwärtskalorimeter (EMF) . . . . .	32
3.1.10	Das Hadronkalorimeter (HCAL) . . . . .	33
3.1.11	Die Myonkammern (MUF/MUB/MUS) . . . . .	33

3.1.12	Die Luminositätsmessung (SAT/VSAT/STIC) . . . . .	33
3.2	Das Trigger- und Auslesesystem . . . . .	35
3.3	Die Aufbereitung der Rohdaten . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Analyse</b>	<b>38</b>
4.1	Die Selektion hadronischer Ereignisse . . . . .	38
4.1.1	Spurselektion . . . . .	38
4.1.2	Selektion hadronischer Ereignisse . . . . .	39
4.2	Die Analyse von Ereignissen auf der Z-Resonanz . . . . .	39
4.3	Die Analyse von Ereignissen zwischen Z-Resonanz und W-Schwelle . . . . .	40
4.4	Die Analyse von Ereignissen oberhalb der W-Schwelle . . . . .	41
4.4.1	Die Analyse von Ereignissen unterhalb der Z-Resonanz . . . . .	42
4.4.2	Alternative Selektionsverfahren . . . . .	45
4.5	Untergrundsubtraktion . . . . .	49
4.5.1	Luminositätsansatz . . . . .	49
4.5.2	Verhältnis der effektiven Wirkungsquerschnitte . . . . .	49
4.6	Akzeptanz- und Hadronisierungskorrekturen . . . . .	50
4.7	Massenkorrekturen . . . . .	54
4.8	Die Bestimmung des systematischen Fehlers . . . . .	54
4.8.1	Signifikanz . . . . .	55
4.9	Ergebnisse . . . . .	56
<b>5</b>	<b>Interpretation</b>	<b>61</b>
5.1	Die Untersuchung von Ereignisformvariablen . . . . .	61
5.1.1	Der Verschiebungsansatz nach Dokshitzer und Webber . . . . .	61
5.1.2	Jetbreiten . . . . .	64
5.1.3	Die EEC . . . . .	66
5.1.4	Implementation . . . . .	68
5.1.5	Vergleich mit den Daten . . . . .	68
5.1.6	$\alpha_0$ Bestimmung mit Generatormodellen . . . . .	70
5.1.7	Die Sudakov Schulter . . . . .	72
5.2	Bestimmung von $\alpha_s$ aus Mittelwerten . . . . .	74
5.2.1	Einfache Potenzkorrekturen . . . . .	74
5.2.2	Störungstheorie in höherer Ordnung . . . . .	75
5.2.3	Der Renormalon Ansatz von Dokshitzer und Webber . . . . .	77
5.2.4	Der Ansatz von Beneke und Maxwell . . . . .	79
5.2.5	Reines RGI . . . . .	84
5.2.6	Die Wahl des Renormierungsschemas . . . . .	86
5.2.7	Messung der QCD $\beta$ Funktion mit RGI . . . . .	87
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>92</b>

*INHALTSVERZEICHNIS*

iii

<b>A Ereignisformvariablen</b>	<b>94</b>
A.1 Spurvariablen . . . . .	96
A.2 Jetraten . . . . .	97
A.3 Herleitung des Ansatzes von Dhar und Gupta . . . . .	98
<b>B Ergebnisse der Anpassung</b>	<b>102</b>
<b>C Tabellen zu Mittelwerten und Ereignisformvariablen</b>	<b>108</b>
Literaturverzeichnis . . . . .	i
Abbildungsverzeichnis . . . . .	ix
Tabellenverzeichnis . . . . .	xv



# Kapitel 1

## Einleitung

In den letzten Jahrzehnten hat sich unser Verständnis der fundamentalen Naturkräfte stark verbessert. Das Modell, das die Physik bei hohen Energien d.h. sehr kleinen Abständen beschreibt, ist das sogenannte Standardmodell. Es ist eine quantenfeldtheoretische Beschreibung, die auf der Eichgruppe  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  beruht. Sie beschreibt damit drei der vier elementaren Kräfte, nämlich die elektromagnetische, die schwache und die starke Kraft. Dieses Modell hat sich als sehr erfolgreich bei der Beschreibung der experimentellen Resultate von Teilchenbeschleunigern erwiesen. Gerade mit dem größten, dem „Large EP Collider“ LEP konnte durch eine Reihe von Präzisionsmessungen von der Gültigkeit des Standardmodells überzeugen, und umgekehrt auch eine Reihe von freien Parametern des Modells bestimmen.

Für die elektroschwache Theorie hat sich die Störungstheorie als grundlegendes Werkzeug erwiesen. Diese entwickelt eine Observablen in eine polynomiale Reihe mit der Kopplung als Entwicklungsparameter. Ist die Kopplung klein, wie im elektroschwachen Fall, dann kann sie schon in niedriger Ordnung genaue Ergebnisse liefern.

Die QCD dagegen zeichnet sich dadurch aus, daß ihr Austauscheteilchen, das Gluon, auch mit sich selbst wechselwirken kann, eine Eigenschaft, die unter anderem zu einem rapiden Anstieg der Kopplungsstärke bei kleinen Energien führt. Anders als die elektroschwache Theorie widersetzt sich die QCD einer vollständigen störungstheoretischen Betrachtung. Ein experimenteller Vergleich mit Entwicklungen in niedriger Ordnung zeigt für viele Observablen große Abweichungen durch nicht perturbativ berechenbare Physik. Im allgemeinen identifiziert man diese Korrekturen mit der Hadronisierung, d.h. dem Übergang von freien Partonen zu gebundenen Zuständen.

Ein anderes Problem ist das Auftreten von Divergenzen in den Einzelergebnissen, wenn man die Störungsrechnung jenseits des Born Niveaus fortsetzt. Dieses läßt sich durch eine Parametrisierung der Divergenzen, der Renormierung, kontrollieren. Renormierbarkeit ist die Grundvoraussetzung, daß eine einzelne Ordnung der Störungstheorie für sich genommen ein endliches Ergebnis liefert. Der Preis dafür, daß man die divergenten Einzelbeiträge zu einem endlichem Gesamtergebnis zusammenfügen kann, ist eine Restabhängigkeit vom Rekombinationsschema. Während dies für den elektroschwachen Teil ein nachrangiges Problem ist, da das gewählte Schema bei beliebig kleinen Energien getestet werden kann,

bildet die Festlegung des Schemas für die QCD eine wichtige Unsicherheit.

In der Folge hat sich die Bestimmung der einzigen freien QCD Konstante, der Kopplung  $g$ , bisher als problematisch erwiesen, und blieb weit hinter der Präzision der elektroschwachen Kopplungskonstanten zurück.

Ziel dieser Arbeit ist es, das momentane Verständnis für die Berechnung experimentell zugänglicher Observablen aus der Theorie der QCD heraus zu prüfen. Als Beobachtungsgegenstand dienen Ereignisformobservablen und ihre Mittelwerte. Dabei werden neben den klassischen störungstheoretischen Rechnungen zusätzliche analytische Terme eingeführt, sogenannte Potenzkorrekturen, die die derzeitige Kenntnis über den nichtperturbativen Anteil der QCD widerspiegeln. Alternativ werden Methoden untersucht, die sich der Schemenabhängigkeit von Observablen annehmen. Mehrere alternative Modelle werden geprüft, und mit den bisher üblichen Korrekturmethode wie Hadronisierungskorrekturen und Skalenoptimierung kritisch verglichen. Es wird gezeigt, daß für vollinklusive Größen, speziell für Mittelwerte, im Rahmen der QCD keine zwingende Notwendigkeit für zusätzliche nichtperturbative Größen existiert, wenn man das Schema so wählt, daß die Observable selber der Renormierungsgruppengleichung genügt. Mit den Ergebnissen der Analyse wird die Größe der laufenden Kopplung  $\alpha_s$  bestimmt. Zusätzlich wird ein Test der QCD durch die Messung des führenden Terms der  $\beta$ -Funktion  $\beta_0$  und der Flavorzahl  $n_f$  durchgeführt.



# Kapitel 2

## Theorie

### 2.1 Das Standardmodell

Das Standardmodell beschreibt drei fundamentale Kräfte, die starke, die schwache und die elektromagnetische Kraft. Es läßt sich in zwei Komponenten unterteilen, nämlich das GSW (Glashow,Salam,Weinberg) Modell der elektroschwachen Wechselwirkung und die Theorie der starken Wechselwirkung QCD (**Q**uanten**C**hromo**D**ynamik). Das Standardmodell besteht demnach aus einer  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung und einer  $SU(3)$  Theorie der starken Wechselwirkung.

Die Gravitation läßt sich zwar feldtheoretisch beschreiben, kann aber bisher nicht als renormierbare Quantentheorie dargestellt werden, weshalb eine Vereinigung mit den anderen Wechselwirkungen noch aussteht. Da allerdings Gravitationskräfte erst auf makroskopischer Ebene durch große Massenansammlungen zu meßbaren Effekten führen, ist dies für die experimentelle Überprüfung des Standardmodells im allgemeinen ohne Belang.

	Wechselwirkung		
	stark	elektroschwach	Gravitation
Theorie	QCD	GSW	allg. Relativitätstheorie
Eichgruppe	$SU(3)_c$	$SU(2)_L \times U(1)_Y$	-
Eichbosonen	$g_1 \dots g_8$	$\gamma, W^\pm, Z^0, H^0$	Graviton
Ladung	Farbe	Isospin,Hyperladung	Masse
Kopplungskonstante	$\alpha_s$	$\alpha, \sin^2 \theta_W$	G
Stärke	0.2	0.03	$< 10^{-30}$

#### 2.1.1 Die elektroschwache Wechselwirkung

Die GSW-Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung vereinheitlicht die bei niedrigen Energien getrennt beobachteten Kräfte, Elektromagnetismus und schwache Wechselwirkung. Die Symmetriegruppe  $U(1)$  beschreibt dabei ein masseloses Vektorboson, das die Austauschwechselwirkung für eine Eigenschaft namens Hyperladung ist. Die  $SU(2)$  be-

schreibt zwei geladene und ein ungeladenes Vektorboson, die ebenfalls masselos sind. Diese Wechselwirkungen sind nicht mit den realen Kräften identisch:

- Von allen vier bekannten Austauscheteilchen ist nur das Photon masselos. Es müssen somit zusätzliche Masseterme generiert werden.
- Der Elektromagnetismus ist zwar eine  $U(1)$  Theorie, aber nicht mit der  $U(1)_Y$  identisch: Für die schwache Wechselwirkung bilden Lepton und Lepton-Neutrino ein Dublett. Wären Elektromagnetismus und schwache Wechselwirkung getrennt, so könnte ein Lepton in ein Neutrino ohne Ladungsänderung umgewandelt werden, womit Neutrinos geladene Teilchen wären.
- Die Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung wird nicht beschrieben.

Um den Teilchen Masse zu verleihen, wird zusätzlich ein  $SU(2)$  Dublett von komplexen Skalarfeldern eingeführt, das Higgsdublett. Die Parametrisierung der Skalarfelder wird so gewählt, daß der Vakuumerwartungswert entartet ist ('Sombrero Potential'). Man kann nun einen Grundzustand aus einer unendlichen Anzahl möglicher Grundzustände wählen (Symmetriebrechung) und erhält ein skalares Feld, das Higgsfeld. Die Wahl des Grundzustands ergibt sich dabei aus der zusätzlichen Forderung, daß das Photon masselos ist. Dieses Feld wechselwirkt mit den Eichbosonen und durch diese Kopplung entstehen innerhalb der Lagrangedichte Terme, die sich wie Massen verhalten. Damit sind die Eichbosonen massiv geworden.

Die real beobachteten Teilchen, masselose Photon und das massive  $Z$ , stellen Mischungen der neutralen Eichbosonen des schwachen Isospins und der Hyperladung dar, deren Mischungsverhältnis durch eine Drehmatrix gegeben ist. Der Drehwinkel dieser Matrix heißt Weinbergwinkel  $\Theta_W$ . Er hängt von der Kopplungsstärke der beiden Eichfelder ab:

$$\cos \Theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \sin \Theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (2.1)$$

Er läßt sich unter anderem aus dem Massenquotienten zwischen den  $W$  und den  $Z$  Bosonen bestimmen:

$$\frac{M_W}{M_Z} = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = \cos \Theta_W \quad (2.2)$$

Für die elektromagnetische Kopplung gilt:

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = g \sin \Theta_W \quad (2.3)$$

Die schwache Wechselwirkung ist paritätsverletzend, d.h. das Verhalten von rechts- und linkshändigen Teilchen ist nicht identisch. Um dieses Verhalten zu erklären, werden alle Fermionen nach ihrer Händigkeit getrennt behandelt. Linkshändige Fermionen bilden Dubletts, während rechtshändige Singulets bilden. Weiterhin sind die Neutrinos aufgrund ihrer Masselosigkeit maximal paritätsverletzend, d.h. es gibt keine rechtshändigen Neutrinos. Innerhalb eines Dubletts können Teilchen über  $W$  Abstrahlung ineinander umgewandelt werden.

### 2.1.2 Die starke Wechselwirkung

Die starke Wechselwirkung wird über eine Eigenschaft namens Farbe erklärt: Teilchen mit dieser Eigenschaft kommen in drei möglichen Farben (mit Rot, Grün und Blau bezeichnet) vor, die zugehörigen Antiteilchen in Antifarben. Die einzigen bekannten farbtragenden Fermionen sind Quarks. Farbe kann durch die Emission eines Gluons, des Eichbosons der starken Wechselwirkung, das ein Farb-Antifarb-Paar trägt, geändert werden. Die acht Gluonen werden mit den acht Erzeugenden der SU(3) identifiziert, die zwischen den einzelnen Farbzuständen transformieren.

Die entsprechende Lagrangedichte lautet:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a(x)F^{\mu\nu;a}(x) + \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \quad (2.4)$$

Dabei ist  $D_\mu$  die kovariante Ableitung:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig\frac{\lambda_a}{2}A_\mu^a(x) \quad (2.5)$$

$F_{\mu\nu}^a$  ist der Feldstärketensor des Gluonfeldes:

$$F_{\mu\nu}^a = D_\mu A_\nu^a(x) - D_\nu A_\mu^a(x) = \partial_\mu A_\nu^a(x) - \partial_\nu A_\mu^a(x) + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.6)$$

Die Indizes a,b,c laufen über die Farbfreiheitsgrade des Gluonfeldes. Die vollständig antisymmetrischen Strukturkonstanten  $f^{abc}$  der SU(3) ermöglichen die Kopplung der Gluonen untereinander und führen so zu einer Selbstwechselwirkung. Der Vorfaktor g, die Kopplungskonstante, ist im Fall verschwindender Quarkmassen der einzige freie Parameter. Es ist nicht möglich, einen Massenterm für die Gluonen einzubauen, ohne die Eichinvarianz zu brechen, d.h. das Gluon ist zwingend masselos.

Man erhält drei mögliche Vertizes, wie sie in Abbildung 2.1 zu sehen sind. Dabei handelt es sich bei dem Quark-Gluon und dem drei Gluon Vertex um Prozesse erster Ordnung, während der vier Gluon Vertex ein Prozeß zweiter Ordnung ist, der allerdings für die Renormierbarkeit schon in erster Ordnung mitbetrachtet werden muß. Aus praktischen Gründen verwendet man anstelle der Kopplung g meistens den Term  $\alpha_s = \frac{g^2}{4\pi}$

Die Selbstwechselwirkung der Gluonen hat einen wichtigen Effekt auf die Abhängigkeit der Kopplung  $\alpha_s$  vom Impulsübertrag: Bei hohen Energien ist die Kopplung schwach und kann in einer Störungsreihe entwickelt werden (asymptotische Freiheit). Bei kleinen Energien (= kleinen Impulsüberträgen) dagegen steigt die Kopplungsstärke rapide an.

Es kann außerdem gezeigt werden, daß die Farbwechselwirkung nur für farbneutrale Quarkgruppen, d.h. Farb-, Antifarbpaare oder Farbtupletts bindend wirkt, so daß nur farbneutrale stabile Teilchen existieren.

Diese Eigenschaften führen dazu, daß weder Quarks, noch Farbladung frei beobachtet werden können (confinement).

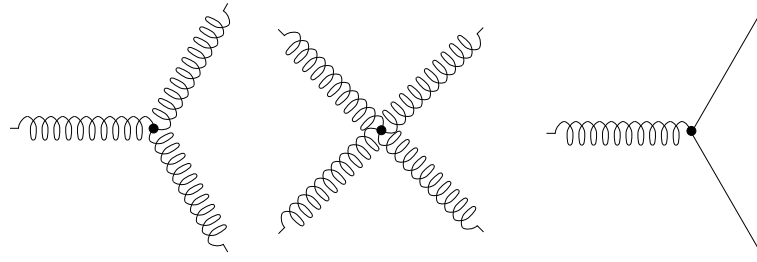


Abbildung 2.1: Kopplungsformen der starken Wechselwirkung

### 2.1.3 Die Fermionen des Standardmodells

Innerhalb des Standardmodells werden Quarks und Leptonen als fundamentale Fermionen angesehen. Sie lassen sich in drei Generationen einordnen. Aufgrund von Präzisionsmessungen des  $Z^0$  Wirkungsquerschnittes ist bekannt, daß im Rahmen des Standardmodells nur drei solcher Generationen existieren können [73]. Mit dem Nachweis des Top Quark und des  $\tau$  Neutrinos sind alle Teilchen des Standardmodells somit direkt beobachtet worden. Die nachfolgende Tabelle gibt einen Überblick.

Fermionen			$I$	$I_3$	$Y$	$Q$
$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}$	1/2	1/2	-1	0
$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$	1/2	1/2	1/3	2/3
$e_R$	$\mu_R$	$\tau_R$	0	0	-2	-1
$u_R$	$c_R$	$t_R$	0	0	4/3	2/3
$d_R$	$s_R$	$b_R$	0	0	-2/3	-1/3

Die Neutrinos  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  und  $\nu_\tau$  gehören dabei jeweils zum linkshändigen Elektron, Muon und Tau, Während es (unter Annahme von Masselosigkeit) keine rechtshändigen Neutrinos gibt und die rechtshändigen Leptonen Singulets bilden. Die Quarks up ( $u$ ), down ( $d$ ), strange ( $s$ ), charm ( $c$ ), bottom ( $b$ ) und top ( $t$ ) sind jeweils Träger von Farbladung. Diese Quantenzahlen gelten für die Eigenzustände in der elektroschwachen Theorie. Die Eigenzustände der QCD sind in Bezug auf die elektroschwache Theorie Mischzustände, deren Zusammensetzung durch die CKM Matrix bestimmt wird.

## 2.2 Quantenfeldtheorie

Die Standardmethode zur Formulierung von elementaren Feldern und ihrer Wechselwirkungen ist der Lagrangeformalismus [37]. Analog dem klassischen Fall handelt es sich dabei um eine Funktion  $\mathcal{L}$ , die Lagrangedichte, aus der sich mit Hilfe der Euler-Lagrange Gleichungen die Bewegungsgleichungen der Quantenfelder bestimmen lassen. Die Lagrangedichte selbst ist nicht eindeutig, sondern vielmehr ein Beispiel aus einer Gesamtheit von Gleichungen, die den gleichen physikalischen Sachverhalt darstellen. Alle sind gegenüber

dem gleichen Satz von sogenannten Eichtransformationen invariant. Diese Invarianz gegenüber einer kontinuierlichen Transformation ist nach dem Noether Theorem mit einer Erhaltungsgröße verknüpft. Regulär wird dabei Energie-, Impuls- und Drehimpulserhaltung, gefordert (äußere Invarianzen). Die Gruppeneigenschaften der zu den zusätzlichen inneren Invarianzen gehörenden Transformationen klassifizieren die Theorie.

Die Lagrangedichte stellt zwar die vollständige Beschreibung der Theorie dar, läßt sich aber bei realen Sachverhalten nicht praktikabel einsetzen. Statt dessen müssen für die Bestimmung der Streuamplituden Näherungen aus der Gleichung entwickelt werden, die berechenbar sind. Neben der Klasse der Gittereichrechnungen, werden dabei vor allem störungstheoretische Ansätze verwendet. Diese beruhen darauf, daß man die Feldwechselwirkungen diskretisiert und als isolierte Störungen betrachtet. Auf diese Weise lassen sich schwache Wechselwirkungen näherungsweise durch das Mittel über alle Kombinationen einer endlichen Anzahl von Einzelstörungen darstellen, zwischen denen die Felder frei propagieren. Zu diesem Zweck muß man aus der Lagrangedichte nur noch die Propagatoren für den freien Fall und die punktförmige Störung entwickeln. Dieses Konzept läßt sich anschaulich in sogenannten Feynman-Graphen darstellen, die eine bestimmte Wechselwirkungstopologie durch ihre Kanten und Knoten darstellen. Umgekehrt läßt sich aus dem Graphen anhand der Propagatoren automatisch die Formel für die Streuamplitude gewinnen.

Die Berechnung ist allerdings in vielen Fällen nicht trivial, da viele höhere Graphen Singularitäten enthalten, was eine Folge der Diskretisierung, und der damit erfolgenden künstlichen Trennung einzelner Prozesse ist. Diese beschreiben an den Grenzen ihrer Phasenräume identische Prozesse, die erst in ihrer Summe zu endlichen Werten führen. Um zu einem endlichen Ergebnis zu gelangen, müssen deshalb alle Graphen einer bestimmten Ordnung zusammen bestimmt werden. Um dies durchführen zu können, muß das Auftreten der Singularitäten bis zum Zusammenführen der einzelnen Graphen verhindert werden. Dies läßt sich durch das Einführen zusätzlicher Massenterme, Schnittparameter oder durch eine dimensionelle Regularisierung erreichen. Da Massenterme oder Schnittparameter zum einen die Symmetrie des Prozesses zerstören, zum anderen recht willkürlich eingeführt werden, verwendet man in der Praxis das Konzept der dimensionellen Regularisierung. Bei dieser wird anstelle der Integration über die vier Dimensionen der Raum-Zeit formal über einen  $2\omega$  großen Raum integriert. Dies ersetzt die Singularität durch einen  $\omega$  abhängigen Term, der nur bei  $\omega = 2$ , der normalen Raum-Zeit Darstellung, singular wird. Eine Folge ist allerdings, daß die Dimensionen der Theorieparameter nicht mehr stimmen, weshalb man diese um einen Skalenfaktor  $\mu^{f(\omega)}$  erweitern muß, wobei  $\mu$  ein nicht weiter festgelegter Massenterm ist.

Nach der Zusammenführung aller Terme sind in der Regel nicht alle Singularitäten getilgt. Es gibt aber Klassen von Lagrangegleichungen, bei denen diese Singularitäten für jede Ordnung vollständig in die Konstanten der ursprünglichen Gleichung einbezogen werden können, so daß die undefinierten Konstanten infinit, die restliche Gleichung dagegen finit und somit berechenbar ist. Bei diesen renormalisierbaren Theorien werden die renormalisierten, theoretisch infiniten Konstanten mit den physikalisch gemessenen finiten Konstanten identifiziert. Es ergeben sich Freiheiten für die Einbeziehung endlicher Terme in die renormalisierten Konstanten, die durch unterschiedliche Schemata festgelegt werden

können. Die Folge ist, daß die Werte der Konstanten nicht universell sind, sondern sowohl vom Renormierungsschema, als auch von der Ordnung der Störungsrechnung abhängen.

In der obigen Form lassen sich aus der Lagrangegleichung keine Propagatoren entwickeln, da die generierende Funktion das Integral über unendlich viele Eichungen darstellen würde. Zur Berechnung muß daher eine Eichung festgelegt werden. Dabei muß man zusätzliche Faadeev-Popov Geisterterme einführen, welche unphysikalische Freiheitsgrade, die die Wahl der Eichung eingeführt hat, entfernen. Eine Wahl ist die sogenannte kovariante Eichung:

$$\mathcal{L}_{Eichung} = \frac{1}{2\lambda} (\partial^\alpha A_\alpha^a)^2 \quad (2.7)$$

$$\mathcal{L}_{Geist} = \partial_\alpha \eta^{a\dagger} (D_{ab}^\alpha \eta^b) \quad (2.8)$$

Alternativ existiert z.B. die Wahl der Axialeichung, die zu einem komplexeren Propagator führt, aber keinen Geisterterm benötigt:

$$\mathcal{L}_{Eichung} = \frac{1}{2\lambda} (n^\alpha A_\alpha^a)^2 \quad (2.9)$$

$n$  bezeichnet einen beliebig festgesetzten Vektor.

### 2.2.1 Die Renormierungsgruppengleichung

Wie bereits erwähnt ist die Endlichkeit der Vorhersage nur um den Preis der Abhängigkeit von einer Skala  $\mu$  zu erreichen. Hängt eine physikalische Observable  $R$  von der Energieskala  $Q$  und der Kopplung  $\alpha_s$  ab, so hängt sie nach der dimensional Regularisierung vom Verhältnis  $Q^2/\mu^2$  ab. Da die Skala nur ein rechen technisches Konstrukt und kein Teil des Lagrange Terms ist, muß die vollständige Beschreibung von der Skala unabhängig sein. Es folgt [20]:

$$\mu^2 \frac{d}{d\mu^2} R(Q^2/\mu^2, \alpha_s) \equiv \left[ \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right] R = 0 \quad (2.10)$$

Damit dies gilt, muß auch die Kopplung  $\alpha_s$  von der Skala abhängen. Führt man die folgenden Abkürzungen ein:

$$t = \ln \left( \frac{Q^2}{\mu^2} \right), \quad \beta(\alpha_s) = \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2} \quad (2.11)$$

So läßt sich eine Lösung als implizite Gleichung mit einer mit der Energie laufenden Kopplung  $\alpha_s(Q^2)$  definieren:

$$t = \int_{\alpha_s(\mu^2)}^{\alpha_s(Q^2)} \frac{dx}{\beta(x)} \quad (2.12)$$

Dies stellt eine Lösung für den Fall  $Q = \mu$  d.h.  $R(1, \alpha_s(Q^2))$  dar. Auf diese Weise kann die Energieabhängigkeit von  $R$  durch eine allgemeine Energieabhängigkeit der Kopplungskonstante ersetzt werden. Mit anderen skalenabhängigen Parametern von  $R$ , wie z.B. Massentermen kann analog verfahren werden.

### 2.2.2 Das Laufen der Kopplungskonstanten

Die Definition von  $\beta(\alpha_s)$  bezeichnet man auch als die Renormalisierungsgruppengleichung. Sie läßt sich als Potenzreihe entwickeln:

$$\beta(\alpha_s) = -b\alpha_s^2(1 + b'\alpha_s + b''\alpha_s^2 + \mathcal{O}(\alpha_s^3)) \quad (2.13)$$

Dabei ist:

$$b = \frac{11C_A - 2n_f}{12\pi} \quad (2.14)$$

$$b' = \frac{17C_A^2 - 5C_An_f - 3C_Fn_f}{12\pi(11C_A - 2n_f)} \quad (2.15)$$

Höhere Terme sind schemaabhängig. Für das  $\overline{MS}$ -Schema gilt[20]:

$$b'' = \frac{(2857C_A^3 + (54C_F^2 - 615C_FC_A - 1415C_A^2)n_f + (66C_F + 79C_A)n_f^2)}{288\pi^2(11C_A - 2n_f)} \quad (2.16)$$

Wobei  $n_f$  die Anzahl der bei der Energie  $Q$  produzierbaren Quarksorten ist. Die Gleichung gilt nicht für Energien nahe der Produktionsschwelle eines Quarks, wo man typischerweise auf Interpolationen zurückgreifen muß. Das negative Vorzeichen der Entwicklung zeigt, daß die Kopplungsstärke mit steigender Energie abfällt solange die Anzahl der Quarksorten kleiner als 15 ist.

Befinden sich sowohl  $\alpha_s(\mu^2)$  als auch  $\alpha_s(Q^2)$  in einem perturbativen Bereich, so kann man die Störungsreihe abschneiden und mit ihr die implizite Gleichung für  $\alpha_s(Q^2)$  auflösen. Beschränkt man sich auf die erste Ordnung, so folgt:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \alpha_s(\mu^2)bt} \quad (2.17)$$

Und für die Observable  $R(1, \alpha_s(Q^2))$  folgt:

$$R(1, \alpha_s(Q^2)) = R_1\alpha_s(\mu^2) \sum_{j=0}^{\infty} [-\alpha_s(\mu^2)b \ln(\frac{Q^2}{\mu^2})]^j \quad (2.18)$$

Alternativ zu  $\alpha_s(\mu^2)$  verwendet man die Skala  $\Lambda$ , die man als den Punkt interpretieren kann, an dem die Störungsrechnung divergiert. Es gilt:

$$\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} = \int_{\alpha_s(Q^2)}^{\infty} \frac{dx}{\beta(x)} \quad (2.19)$$

Womit folgt:

$$\alpha_s(q^2) = \frac{1}{b \ln \left( \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right)} \quad \text{für } |q^2| \gg \Lambda_{QCD}^2 \quad (2.20)$$

Eine genauere Analyse in zweiter Ordnung ergibt:

$$\alpha_s(\mu) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log(\mu^2/\Lambda^2)} \left[ 1 - \frac{2\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\log(\log(\mu^2/\Lambda^2))}{\log(\mu^2/\Lambda^2)} \right] \quad (2.21)$$

wobei Terme der Ordnung  $\mathcal{O}\left(\frac{\log^2(\log(\mu^2/\Lambda^2))}{\log^3(\mu^2/\Lambda^2)}\right)$  vernachlässigt wurden. Dabei ist zu beachten, daß diese Gleichung für den Fall  $\mu \rightarrow \infty$  gilt. Bei sehr kleinen  $\mu$  kann es zu großen Korrekturen kommen.

Das Verhältnis zwischen Schema und RG Gleichung ist eineindeutig, d.h. die Koeffizienten der Renormalisierungsgruppengleichung werden nicht nur durch ihr Renormalisierungsschema bestimmt, sondern man kann umgekehrt das Schema eindeutig durch die Koeffizienten charakterisieren.

### 2.2.3 Physikalische Observablen

Moderne Detektoren erlauben es, eine große Menge an detaillierter Information über ein Ereignis zu erfassen. Trotzdem beschränkt man sich bei Analysen vielfach auf einen kleinen Satz von bekannten, streng definierten Observablen, wie sie z.B. in App. A beschrieben werden. Der Grund liegt in den Beschränkungen, die die Theorie bei der Berechnung verlässlicher Werte auferlegt.

Für die explizite Berechnung aus Modellen wirken sich zwei Eigenschaften stabilisierend auf das Ergebnis aus:

- **Kollinearitätssicherheit.** Dies bedeutet, daß die Observable keinen Unterschied zwischen einer Spur und zwei kollinearen Spuren mit gleicher Impulssumme sieht.
- **Infrarotsicherheit.** Die Observable sollte von der Abstrahlung extrem niederenergetischer Partonen nicht geändert werden.

Von der theoretischen Seite her erklärt sich dies daraus, daß an diesen Stellen die Aufspaltungs-Kerne singularär werden. Um ohne zusätzliche Schnitte berechenbar zu sein, muß eine Integration der Observablen über die Singularität zu endlichen Ergebnissen führen. Von der experimentellen Seite her werden zusätzliche kollineare oder niederenergetische Spuren zu einer Spur zusammengefaßt. Die Observable muß gegenüber solchen Fehlmessungen stabil bleiben.

Die Abhängigkeit von  $\alpha_s$  ist in führender Ordnung für viele Observablen analytisch berechenbar [16]. In nächstführender Ordnung muß man auf die Ergebnisse von Matrixelement Generatoren wie EVENT2 zurückgreifen. Allerdings existieren Beschränkungen:

- Vollständige Rechnungen der Matrixelemente existieren nur bis zur 2. Ordnung, da die Zahl der zu beachtenden Graphen (und damit der Arbeitsaufwand) mit höherer Ordnung faktoriell ansteigt. Masseneffekte werden dabei nicht berücksichtigt.



- In der Nähe der 2-Jet Region werden die Terme der höheren Ordnungen aufgrund der Mehrfachabstrahlung weicher Gluonen auch für  $\alpha_s \ll 1$  nicht vernachlässigbar, was den Gültigkeitsbereich der Störungsrechnung einschränkt. Für einige Variablen kann dies durch die Resummation führender Logarithmen gemindert werden.
- Die Koeffizienten höherer Ordnung sind explizit von der Skala abhängig. Da der Skalenwert aber nicht festgelegt ist, ergibt sich damit ein Unsicherheitsfaktor.
- Der Einfluß der Fragmentation und der nachfolgenden Hadronisierung ist nicht eindeutig bestimmbar. Hier wurden verschiedene Modellvorstellungen entwickelt, die das Thema der folgenden Kapitel sind.

### 2.2.4 Die Entwicklung in fester Ordnung

Integriert man die Rate aller Ereignisse mit einer Observablen  $R < R_{cut}$ , so erhält man den sogenannten perturbativen Mittelwert [38]:

$$Y(R_{cut}) = \frac{1}{\sigma_{tot}} \int_0^{R_{cut}} dR \frac{d\sigma}{dR} \quad (2.22)$$

Dabei läßt sich  $Y(R_{cut})$  in einer Störungsreihe um  $\alpha_s$  entwickeln:

$$Y(R_{cut}) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(R_{cut}) \alpha_s^n(Q^2) \quad (2.23)$$

Indem man die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Partonkonfiguration durch die Berechnung der Matrixelemente bestimmt, kann man die Koeffizienten  $A(R_{cut})$  berechnen. Um Energie und Impulserhaltung implizit zu berücksichtigen, wählt man dabei den relativen Impulsanteil als Parametrisierung. Während im Zweiteilchenfall (Born Fall) relativer Impuls und Richtung der Partonen zueinander festgelegt sind, lassen sich die kinematischen Einschränkungen im Dreiteilchenfall (Erste Ordnung) so durch zwei Variablen  $x_1$ ,  $x_2$  parametrisieren:

$$\frac{1}{\sigma_0} \frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2} = C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \quad (2.24)$$

mit

$$\begin{aligned} x_i &= \frac{2E_i}{\sqrt{s}} && \text{dem Impulsanteil des Quarks } i \text{ an der Schwerpunktsenergie} \\ \sigma_0 &&& \text{Der totale Wirkungsquerschnitt in Born-Näherung} \\ C_F &= \frac{4}{3} && \text{Der fermionische Casimiroperator der SU(3)} \end{aligned}$$

Für  $x_1 \rightarrow 1$  oder  $x_2 \rightarrow 1$  divergiert der Wirkungsquerschnitt, da im Infrarotlimit beliebig viele weiche Gluonen abgestrahlt werden können. Dies wird durch die Graphen mit virtueller Gluonabstrahlung (Schleifen) kompensiert. Damit setzt sich der Wirkungsquerschnitt

Observable	A	B
$\langle 1 - T \rangle$	1.05	10.66
$\langle M_H^2/E_{vis}^2 \rangle$	1.05	5.47
$\langle B_{sum} \rangle$	2.03	8.33
$\langle B_{max} \rangle$	2.33	1.02
$\int (1 - T) T < 0.8$	0.12	21.33
$\int M_H^2/E_{vis}^2 M_H^2/E_{vis}^2 > 0.1$	0.39	8.54
$\int EEC  \cos \theta  < 0.5$	1.43	10.47
$\langle O \rangle$	4.07	12.46
$\langle M_D^2/E_{vis}^2 \rangle$	1.05	0.88
$R_3^{Jade}(y_{cut} = 0.08)$	3.38	11.09
$R_3^{k_{\perp}}(y_{cut} = 0.04)$	1.23	8.16

Tabelle 2.1: Die Abhängigkeit der Erwartungswerte verschiedener Observablen von  $\alpha_s$  in zweiter Ordnung Störungstheorie. Die Koeffizienten A und B werden für die Entwicklung  $\langle R \rangle = A \left( \frac{\alpha_s}{\pi} + B \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 \right)$  angegeben[48].

aus der Summe der reellen und der virtuellen Abstrahlungsterme zusammen.

$$\frac{\sigma(y < y_{cut})}{\sigma_0} = \frac{\sigma^{virt}}{\sigma_0} + C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_0^1 dx_1 \int_{1-x_1}^1 dx_2 (R_{cut} - R(x_1, x_2)) \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \quad (2.25)$$

Der zweite Summand ist dabei mit dem Term  $A_1$  der Störungsentwicklung identisch. Wie man sieht, bleibt die Endlichkeit der Lösung nur dann erhalten, wenn auch die Observable über keinerlei Pole verfügt, d.h. infrarot- und kollinearitätssicher ist. Während die Berechnung der  $A(R)$  Koeffizienten in erster Ordnung in vielen Fällen noch geschlossen möglich ist, wird bei Berechnungen der zweiten Ordnung auf eine numerische Integration mit Hilfe eines Monte Carlo Programmes zurückgegriffen. Entsprechende Koeffizienten finden sich z.B. in [45, 48] und sind für einige Observablen in Tabelle 2.1 exemplarisch aufgeführt.

## 2.2.5 Resummation und Exponentiation

Um die Genauigkeit der Entwicklung in der zwei-Jet Region zu verbessern, kann man sich alternativ zu der Berechnung der vollständigen Ordnung, auf die Aufsummation aller führenden Terme jeder Ordnung beschränken, um so wenigstens dominante Anteile der Fragmentation mit einzubeziehen. Auf diese Weise läßt sich die Gültigkeit weiter in den Bereich des zwei-Jet Limes ausdehnen [21].

Leider ist das Berechnen und Zusammenfügen höherer Ordnungen nicht trivial. Wenn allerdings die Wechselwirkung der abgestrahlten Partonen nur einen kleinen Einfluß auf die Ereignisgröße hat, so kann man den Gesamtphasenraum faktorisieren und als Produkt der Phasenräume der Einzelpartonen darstellen. Logarithmiert man diesen Ausdruck, so

erhält man eine einfache Potenzreihe. Im Falle der QCD ist die Faktorierbarkeit vor allem für weiche Gluonen anwendbar. Dann nimmt die Größe in diesem Fall für kleine  $R$  die Form:

$$\ln Y(R) \sim L g_1(\alpha_s L) \quad L = \ln(1/R) \quad (2.26)$$

an, wobei sich die Funktion  $g_1$  in einer Potenzreihe entwickeln läßt.

$$Y(R) = C(\alpha_s)\Sigma(R, \alpha_s) + D(R, \alpha_s) \quad (2.27)$$

mit

$$C(\alpha_s) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \bar{\alpha}_s^n, \quad \bar{\alpha}_s = \frac{\alpha_s}{2\pi} \quad (2.28)$$

$$\ln \Sigma(R, \alpha_s) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{n+1} G_{nm} \bar{\alpha}_s^n L^m = L g_1(\alpha_s L) + g_2(\alpha_s L) + \alpha_s g_3(\alpha_s L) + \dots \quad (2.29)$$

Dabei verschwindet  $D(R, \alpha_s)$  für  $r \rightarrow 0$  in jeder Ordnung, während  $C(\alpha_s)$  alle Anteile beschreibt, die unabhängig von der Observablen sind. Die Funktion  $g_1$  ist die Summe aller führenden Logarithmen (LL) mit  $\alpha_s^n L^{n+1}$  und  $g_2$  die der nächstführenden Logarithmen (NLL) mit  $\alpha_s^n L^n$ . Für folgende exponentierbare Observablen wurde die nächstführende Ordnung bestimmt: Thrust [40], Heavy Jet Mass [42],  $B_{max}$  und  $B_{sum}$  [41], EEC [44],  $k_{\perp}$ -Jetraten ("Durham") und C-Parameter [43]. Eine Zusammenfassung der Koeffizienten findet sich z.B. in [49]. Neue Ergebnisse zeigen zudem, daß sich vier-Jet Größen resummiert darstellen lassen, indem man die zugehörigen exponentierbaren drei-Jet Größen für den Quark und den Gluon Fall kombiniert:

Variable	$C_1$	$C_2$	$G_{12}$	$G_{11}$	$G_{23}$	$G_{22}$	$G_{21}$
$(1 - T)$	1.053	$34 \pm 22$	-8/3	4	-10.22	-24.94	$30 \pm 8$
$M_H/\sqrt{s}$	1.053	$40 \pm 20$	-8/3	4	-10.22	-13.24	$36 \pm 11$
$B_T$	1.826	$-126 \pm 16$	-16/3	8	-27.26	-81.33	$201 \pm 16$
$B_W$	1.826	$-182 \pm 8$	-16/3	8	-27.26	-34.55	$219 \pm 8$
$\Sigma_{EEC}$	-11.72	-	-4/3	4	-3.41	3.06	$-58 \pm 7$
$R_2$	-6.69	-	-4/3	4	-3.41	7.67	-

Tabelle 2.2: NLLA Koeffizienten für verschiedene resummiere Ereignisformvariablen, entnommen aus [49]. Die Koeffizienten  $C_2$  und  $G_{21}$  wurden mit dem Generator EVENT2 bestimmt.

Die Rechnungen von Observablen in fester Ordnung und die Resummation sind nicht direkt kombinierbar. Da zwischen beiden Rechnungen ein Überlapp besteht, muß eine Subtraktion aller Doppelzählungen durchgeführt werden. Zu diesem Zweck sind mehrere Schemata entwickelt worden [21]. Der Grundgedanke ist, die Störungsentwicklung in fester Ordnung in der gleichen Form darzustellen, wie die resummierte Form, um dann doppelte Terme zu eliminieren. Da aber die Entwicklung fester Ordnung eine Potenzreihe von  $Y$ , die Resummation aber eine Potenzreihe von  $\ln(Y)$  ist und beide nur bis zu einer

festen Ordnung bestimmt sind, führt die Transformation zu Resttermen, die sich nicht zuordnen lassen. Sie führen zu Ambiguitäten welche die Unsicherheit durch fehlende höhere Ordnungen widerspiegeln.

Im R Schema expandiert man  $Y(R)$  bis zu berechneten Ordnung in  $\alpha_s$ , um danach die Koeffizienten durch Anpassung an eine Monte Carlo Rechnung mit Matrix Elementen zu bestimmen. In zweiter Ordnung folgt:

$$Y(R) = 1 + \bar{\alpha}_s Y_1(R) + \bar{\alpha}_s^2 Y_2(R) \quad (2.30)$$

$$Y_i(R) = \sum_{m=0}^{2n} Y_{nm} L^m + D_n(R) \quad (2.31)$$

Wobei im Grenzfall  $R \rightarrow 0$  die D Koeffizienten verschwinden und sich die  $Y_i$  als Linearkombinationen der  $C_i$  der Resummation darstellen lassen. Die Koeffizienten können direkt, oder durch eine Anpassung an eine Monte Carlo Rechnung ermittelt werden. Letztere erlaubt es, auch die Teile zu bestimmen, die nicht von der Entwicklung erfaßt werden. Diese Differenz zwischen  $Y(R)$  und der Monte Carlo Rechnung entspricht dem nicht-logarithmischen Anteil und läßt sich wiederum als Potenzreihe in  $\alpha_s$  von  $R$  abhängigen Funktionen darstellen.

Im ln-R Schema entwickelt man den Logarithmus der Observablen in einer Potenzreihe um  $\alpha_s$ :

$$\ln Y(R) = \bar{\alpha}_s + \bar{\alpha}_s^2 (Y_2(R) - \frac{1}{2} Y_1(R)^2) \quad (2.32)$$

Auf diese Weise ist man der Definitionsgleichung der Resummation näher. Entwickelt man die Resummation nach  $\alpha_s^2$  und fügt vergleichbare Terme ein, so folgt:

$$\begin{aligned} \ln Y(R) = & Lg_1(\alpha_s L) + g_2(\alpha_s L) \\ & + \bar{\alpha}_s (Y_1(R) - G_{11} L G_{12} L^2) \\ & + \bar{\alpha}_s^2 (Y_2(R) - \frac{1}{2} (Y_1(R))^2 - G_{22} L^2 - G_{33} L^3) \end{aligned}$$

## 2.2.6 Potenzreihenkorrekturen

Störungstheoretische Ansätze und Resummation liefern gute Approximationen für die Form von Wirkungsquerschnitten und Ereignisformvariablen. Allerdings zeigt sich experimentell, daß die Energieabhängigkeit in einigen Bereichen nicht gut beschrieben wird. Vielmehr scheinen weitere Korrekturen der Form  $1/Q^n$  für eine korrekte Beschreibung notwendig zu sein. In den letzten Jahren sind mehrere Ansätze für die geschlossene Beschreibung dieser Potenzreihenkorrekturen gemacht worden.

### Ein einfaches Modell zur Potenzreihenkorrektur

Schon vor den Arbeiten von Dokshitzer, Marchesini und Webber, sowie Korchemski und Sterman, wurde die Notwendigkeit einer  $1/Q$  artigen Korrektur aufgrund der Diskrepanz zwischen störungstheoretischer Rechnung und Daten erkannt. Dies führte man allgemein auf den Einfluß der Hadronisierung zurück. Ein einfaches Modell für diesen Effekt ist das sogenannte Röhrenmodell, bei dem man annimmt, daß die bei der Hadronisierung erzeugten Teilchen mit einer flachen Rapiditätsverteilung und einem mittleren Transversalimpuls  $\langle p_T \rangle$  zur Jetachse erzeugt werden, was einer Röhre im  $p_T - y$  Phasenraum entspricht, deren Länge durch die verfügbare Gesamtenergie  $Q$  begrenzt wird. Die mittlere transversale Masse erhöht sich durch den Zerfall proportional zu  $Q$ , so daß sich z.B. für den Thrustwert eines idealen Zweijet Ereignisses von 1 eine  $-1/Q$  Korrektur ergibt.

### Der Renormalon Ansatz

Bei einem perturbativen Ansatz versucht man eine Funktion  $R$  als eine Potenzreihe in  $\alpha_s$  von der Form  $R \sim \sum_n r_n \alpha^n$  darzustellen. Für Observablen der QED und QCD ist die Reihenentwicklung divergent, bedingt durch die Divergenz von  $R$  selber und die dadurch notwendige Renormalisierung. Es kann gezeigt werden, daß die Koeffizienten ein asymptotisch divergentes Verhalten der Form [59]:

$$r_n \stackrel{n \rightarrow \infty}{\sim} K a^n n! n^b \quad (2.33)$$

haben, so daß sich die Konvergenz der Reihe ab einer Potenz  $N^*$  nicht mehr verbessert und für sehr große  $n$  sogar vollkommen zusammenbricht. Für große  $N^*$  gilt, daß die Potenzreihe von der ursprünglichen Funktion um exponentielle Terme der Form  $\exp(-1/\alpha)$  differiert. Somit läßt sich die endliche Potenzreihe durch das Hinzufügen von inversen Potenzen verbessern.

Um die Form der Differenzen und damit der Unsicherheiten besser untersuchen zu können, bietet sich eine Transformation von  $R$  in seine Borel Reihe an.

$$R \sim \sum_n r_n \alpha^{n+1} \rightarrow B[R](t) = \sum_n r_n \frac{t^n}{n!} \quad (2.34)$$

Anders als die ursprüngliche Potenzreihe ist die Borelreihe in einem endlichen Radius um Null konvergent. Das divergente Verhalten des  $R$  Terms wird durch Polstellen in der komplexen Ebene der Borel Reihe dargestellt, die man auch als Renormalons bezeichnet. Umgekehrt läßt sich aus der Boreltransformierten die Ursprungsfunktion wiederherstellen, sofern die Funktion

$$\tilde{R} = \int_0^\infty dt e^{-t/\alpha} B[R](t) \quad (2.35)$$

existiert. Dies ist allerdings nicht der Fall, da aufgrund der Divergenz der Reihe Pole der Boreltransformierten auf der reellen Achse liegen. Man kann allerdings die Funktion

regularisieren, indem man sie aus der reellen Achse heraushebt, wodurch allerdings Ambiguitäten entstehen. Diese Ambiguitäten definieren die Form der Potenzreihenkorrekturen. Die Form ist dabei von der Position der Renormalons abhängig. So besitzen viele zeitartige Prozesse ein Renormalon bei halbzahligen Werten. Der Pol bestimmt die Größe der höheren Koeffizienten der ursprünglichen Reihe. Je näher der Pol am Ursprung liegt, umso niedrigere Ordnungen werden von ihm beeinflusst, so daß zum einen der nächste Pol am wichtigsten ist, zum anderen ein Pol bei sehr kleinen Werten schon Einflüsse in  $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$  haben kann. So entspricht ein Pol bei  $1/2$  einer Korrektur der Form  $\Lambda/Q$  und läßt sich physikalisch auf Divergenzen bei der Vakuumpolarisation zurückführen. Da Position und Einfluß des Renormalons von den Koeffizienten der ursprünglichen Reihe abhängen, kann ein Wechsel des Schemas zu starken Änderungen der Renormalons und damit der nichtperturbativen Einflüsse führen.

Um diese Korrekturen genauer zu bestimmen wurden mehrere Methoden entwickelt. Allen gemein ist, daß sie zwar die Form der Potenzreihenkorrektur, nicht aber ihre Größe bestimmen können, die ohne eine nichtperturbative Berechnung nur experimentell zugänglich ist. Außerdem ist zu beachten, daß ein  $1/Q^n$  artiges Verhalten nicht notwendigerweise ein kalkulatorisches Artefakt sein muß. Um solches Verhalten aufgrund höherer Ordnungen Störungstheorie auszuschließen, müßte man das Verhalten aller höheren Logarithmen kontrollieren. Im einfacheren Abelschen Higgs Modell konnten Potenzreihenkorrekturen aufgrund von kurzreichweitigen String Effekten berechnet werden [62], was als Indiz gewertet werden kann, daß ähnliche Effekte auch Teil des rein perturbativen Teils der QCD sein können.

### Der Ansatz von Dokshitzer, Webber, Akhoury und Zakharov

Der Regularisierungsansatz von Dokshitzer und Webber basiert auf der Einführung einer Dispersionsrelation für virtuelle und reelle Gluon Emission in erster Ordnung, was im Fall von Ereignisformvariablen äquivalent zu der Einführung einer Gluonmasse ist. Ist diese ausreichend klein, so beeinflusst sie den perturbativen Bereich nicht und für große  $Q$  kann ein rein perturbativer Ausdruck verwendet werden, während die Divergenz für kleine  $Q$  verschwindet.

Durch die Dispersionsrelation können Observablen  $D$  durch Integrale über die zugehörige charakteristische Funktion  $\mathcal{D}$  beschrieben werden. Für  $\alpha_s$  selber folgt formal:

$$\alpha_s(k^2) \equiv - \int_0^\infty \frac{d\mu^2}{\mu^2 + k^2} \rho_s(\mu^2) = \frac{\pi}{\sin\left(\pi \frac{d}{d \ln k^2}\right)} \rho_s(k^2) \quad (2.36)$$

Wobei die charakteristische Funktion  $\rho_s$  auch als Spektraldichte bezeichnet wird. Diese Funktion existiert allerdings nur, wenn der Landaupol bei  $k^2 = \Lambda^2$  nicht vorhanden ist. Allgemein gilt:

$$D(Q^2) = \int_0^\infty \frac{d\mu^2}{\mu^2} \alpha_{eff} \frac{\partial \mathcal{D}(Q^2, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} \quad (2.37)$$

Dabei ist die effektive Kopplung aus der Spektraldichte abgeleitet:

$$\rho_s(\mu^2) = \frac{d}{d \ln \mu^2} \alpha_{eff}(\mu^2) \quad (2.38)$$

Während  $\alpha_{eff}$  für große  $k$  sich nur unwesentlich von der perturbativ berechneten Größe  $\alpha_s$  unterscheidet und durch sie dargestellt werden kann, setzt man für kleine  $k$  eine phänomenologische Funktion ein, deren Koeffizienten experimentell bestimmt werden müssen. Das Verhalten der charakteristischen Funktion bei kleinen Skalen ist ausschlaggebend für nichtperturbative Effekte. Für den Fall kollinear sicherer Observablen geht  $\dot{\mathcal{D}}$  sowohl für  $\epsilon \rightarrow \infty$  und  $\epsilon \rightarrow 0$  gegen 0, so daß der Hauptanteil des Integrals von  $\epsilon \sim 1 \rightarrow \mu^2 \sim Q^2$  kommt. So kann man den Hauptanteil der Funktion abspalten:

$$D(Q^2, \{x\}) = \alpha_{eff}(\bar{Q}) * \mathcal{D}(Q^2, \{x\}, 0) + \int_0^\infty \frac{d\mu^2}{\mu^2} [\alpha_{eff}(\mu^2) - \alpha_{eff}(\bar{Q}^2)] * \dot{\mathcal{D}}(Q^2, \{x\}, \mu^2) \quad (2.39)$$

Der Rest läßt sich in einer Potenzreihe um  $\mu^2 = Q^2$  entwickeln:

$$D(Q^2) - \alpha_{eff}(Q^2) \mathcal{D}(0) = \alpha_s^{PT}(Q^2) \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{\beta_0 \alpha_s^{PT}(Q^2)}{4\pi} \right)^k C_k \quad (2.40)$$

$$C_k = \int_0^\infty \frac{d\epsilon}{\epsilon} \left( \ln \frac{1}{\epsilon} \right)^k \dot{\mathcal{D}}(\epsilon) \quad (2.41)$$

Man teilt nun  $\alpha_s$  in einen perturbativen und einen nichtperturbativen Teil:

$$\alpha_s(k^2) = \alpha_s^{PT}(k^2) + \delta\alpha_s(k^2) \quad (2.42)$$

Wobei die nichtperturbative Anteil durch die Modifikation der effektiven Kopplung erzeugt wird.

$$\delta\alpha_s(k^2) = k^2 \int_0^\infty \frac{d\mu^2}{(\mu^2 + k^2)^2} \delta\alpha_{eff}^2(\mu^2) \quad (2.43)$$

Aus dieser Kopplung ergibt sich eine Korrektur von:

$$D^{NP}(Q^2, \{x\}) = \int_0^\infty \frac{d\mu^2}{\mu^2} \delta\alpha_{eff}(\mu^2) \dot{\mathcal{D}}(Q^2, \{x\}, \mu^2) \quad (2.44)$$

Weitergehende Rechnungen, die den dispersiven Ansatz in einer Zwei-Schleifen Rechnung fortführen, bestätigen dessen Universalität bis auf Korrekturfaktoren für  $\bar{\alpha}$  und einen

zusätzlichen Vorfaktor  $\mathcal{M}$ , dem sogenannten Milan Faktor [24, 25, 26, 66]. Für Mittelwerte folgt:

$$\langle D \rangle^{power} = \frac{2aC_F}{\pi r} \mathcal{M} \left( \frac{\mu}{Q} \right)^r \left[ \bar{\alpha}_{r-1}(\mu) - \alpha_s(Q) - b \left( \ln \frac{Q}{\mu} + \frac{1}{r} \right) \alpha_s^2(Q) \right] \quad (2.45)$$

Die Terme  $a$  und  $r$  sind abhängig von der zu untersuchenden Größe und lassen sich berechnen, bzw. im Falle der Jetraten abschätzen[23]:

$\langle D \rangle$	a	r
$\langle T \rangle$	2	1
$\langle C \rangle$	$3\pi$	1
$(\sigma_L/\sigma_{tot})$	$\pi/2$	1
$\langle M_H^2/Q^2 \rangle$	1	1
$\langle M_S^2/Q^2 \rangle$	1	1
$\langle y_3 \rangle^J$	2	1
$\langle y_3 \rangle^{k_\perp}$	-	2

Für vollständige Verteilungen von Ereignisformvariablen dagegen erwartet man eine Verschiebung des perturbativen Verlaufs um einen Wert  $\Delta R$ :

$$\frac{d\sigma}{dR}(R) = \frac{d\sigma^{pert}}{dR}(R - \Delta R), \quad \Delta R = c_R \mathcal{P} \quad (2.46)$$

Wobei  $c_R$  ein observablenabhängiger perturbativ berechenbarer Koeffizient ist [28]:

$R$	1-T	C	$M_S^2/Q^2$	$M_H^2/Q^2$
$c_R$	2	$3\pi$	2	1

Der Parameter  $\mathcal{P} \propto 1/Q$  ist dagegen eine observablenunabhängige, nichtperturbative Größe, die mit der effektiven Kopplung verknüpft ist.

Diese Form der nichtperturbativen Erweiterung von Mittelwerten und Ereignisformvariablen ist für mehrere Größen gültig, aber nicht universell. Alle diese Größen haben gemein, daß der dominante nichtperturbative Anteil aus Gluonabstrahlung unter großen Winkeln entsteht, während das Gewicht der kleinwinkligen Abstrahlung unterdrückt wird, wodurch der Unterschied zwischen der Thrustrichtung und der Richtung des initialen Quarks nicht ins Gewicht fällt. Dies ist allerdings für die Jetbreiten nicht zutreffend. So sind für Jetbreiten und EEC zusätzliche Korrekturen zur Gluonabstrahlung notwendig, um eine zufriedenstellende Genauigkeit zu erreichen. Die entsprechenden Erweiterungen und Modifikationen der Grundformel sind bei den Analysen vollständig aufgeführt.

## OPE

Die Operator Produkt Entwicklung (OPE) basiert auf der Annahme, daß perturbative und nichtperturbative Effekte bei jeweils stark unterschiedlichen Skalen auftreten. Damit



kann eine willkürliche Trennung ab einer bestimmten Abbruchskala vorgenommen werden und das Problem faktorisiert in einen lang- und einen kurzreichweitigen Teil. Dabei kann der langreichweitige Anteil in sogenannten Kondensaten, Vakuumerwartungswerten von Eich- und Lorentzinvarianten Operatoren von Quark- und Gluonfeldern ausgedrückt werden, während der kurzreichweitige Anteil perturbativ behandelt wird. Diese Art der Potenzreihenkorrektur ist z.B. für Wirkungsquerschnitte anwendbar. Für Ereignisformvariablen ist die OPE typischerweise nicht anwendbar, da solche Observablen neben der Energie  $Q$  von weiteren Skalen abhängen. Statt dieser Aufspaltung kann man das Laufen der starken Kopplung  $\alpha_s$  mit der Energie so modifizieren, daß der Pol für  $Q \rightarrow 0$  verschwindet und die Funktion gegen einen endlichen Wert strebt.

### Der Ansatz von Korchemski und Sterman

Der Ansatz von Korchemski und Sterman basiert auf einer Verallgemeinerung der OPE [55]. Dabei gehen sie davon aus, daß für kleine Werte einer Observablen (d.h. nahe des zwei Jet Bereichs, aber noch nicht im extremen zwei Jet Limes) der Endzustand eines Ereignisses als zwei Quark Jets umgeben von einer Wolke niederenergetischer Partikel dargestellt werden kann. Während die Quark Jets perturbativ zugänglich sind, wird das Verhalten der Partikelwolke aufgrund der kleineren Energie von nichtperturbativen Größen dominiert. Deren Abstrahlung ist inkohärent und kann deswegen ausfaktorisiert werden. So wird die Ereignisformvariable als Faltung der perturbativen Lösung mit einem nichtperturbativen Infrarotformfaktor  $f(\epsilon_L, \epsilon_R)$  dargestellt, die vom relativen Massenanteil an den Jets abhängen. Die Ergebnisse für Thrust und schwere Jetmasse lauten:

Thrust

$$\frac{1}{\sigma_{tot}} \frac{d\sigma}{dt} = Q f_T(tQ) R_T^{PT}(0, \mu) + \int_0^{tQ} d\epsilon f_T(\epsilon) \frac{1}{\sigma_{tot}^{PT}} \frac{d\sigma^{PT}\left(t - \frac{\epsilon}{Q}\right)}{dt} \quad (2.47)$$

mit

$$R_T^{PT}(t', \mu) = \theta(t) \left[ 1 - \int_{\mu/Q}^{t_{max}} d\rho' \frac{1}{\sigma_{tot}} \frac{d\sigma_J^{PT}}{d\rho'} \int_{\mu/Q}^{t_{max}} d\rho'' \frac{1}{\sigma_{tot}} \frac{d\sigma_J^{PT}}{d\rho''} \left( \rho' + \rho'' - \max\left\{t', \frac{\mu}{Q}\right\} \right) \right] \quad (2.48)$$

Schwere Jetmasse

$$\frac{1}{\sigma_{tot}} \frac{d\sigma}{d\rho} = Q f_H(\rho Q, \rho Q) R_J^{PT}(0) + \int_0^{\rho Q} d\epsilon f_H(\epsilon, \rho Q) \frac{1}{\sigma_{tot}^{PT}} \frac{d\sigma_J^{PT}\left(\rho - \frac{\epsilon}{Q}\right)}{d\rho} \quad (2.49)$$

mit

$$R_J^{PT}(\rho, \mu) = \theta(\rho) \left[ 1 - \int_{\max(\rho, \mu/Q)}^{\rho_{max}} d\rho' \frac{1}{\sigma_{tot}} \frac{d\sigma_j^{PT}}{d\rho'} \right] \quad (2.50)$$

$$f_H(\epsilon, \rho Q) = 2R_J^{PT}(\rho) \left[ \int_0^\mu d\epsilon' f(\epsilon, \epsilon') - \frac{1}{\rho Q} \frac{d \ln R_J^{PT}(\rho)}{d \ln \rho} \int_0^\mu d\epsilon' \epsilon' f(\epsilon, \epsilon') + \mathcal{O}\left(\frac{1}{(\rho Q)^2}\right) \right] \quad (2.51)$$

Wie man sieht, ergibt sich die analoge Verschiebung der Observablen  $-\epsilon/Q$  wie im dispersiven Ansatz. Allerdings ist eine zusätzliche Wichtung vorhanden und die Faltungsfunktion hat unterschiedliche Auswirkungen auf beide Größen, womit kein universeller Term  $\bar{\alpha}$  für die nichtperturbative Kopplung existiert.

### 2.2.7 Skalen und Schemaabhängigkeit

Wie schon gezeigt wurde, führt die Renormalisierung zu einer Freiheit des Schemas und einem freien Skalenparameter  $\mu$ , der für sich genommen keinen physikalischen Inhalt hat, sondern ein rechentechnisches Artefakt ist. Man besitzt damit ungewollt einen zusätzlichen Freiheitsgrad in der Bestimmung der Kopplungskonstanten, der die erzielbare Genauigkeit wesentlich beeinflusst.

In einem Bild kann man die Wahl der Skala mit der Wahl der Entwicklungspunktes einer Taylorreihe vergleichen. Zwar ist bei einer analytischen Funktion jeder Punkt möglich und die vollständige Entwicklung ist unabhängig von der Wahl des Entwicklungspunktes. Für eine Entwicklung in endlicher Ordnung kann der Entwicklungspunkt aber das Konvergenzverhalten entscheidend beeinflussen. Letztendlich ist die Güte aber nur mit dem Vergleich mit der wahren Funktion nachweisbar. Deshalb redet z.B. Stevenson auch bei seinem Skalenkriterium von einer eher „pragmatischen Wahrheit“ die sich weniger auf mathematischen Beweis, als vielmehr auf vernünftigen Annahmen stützt [63]. Im Laufe der Zeit wurden mehrere Methoden entwickelt, mit der Skalenfreiheit umzugehen, wobei man allerdings bisher zu keinem breiten Konsens über ihre Gültigkeit gelangen konnte. Für eine weitergehende Analyse des Skalenverhaltens von Ereignisformvariablen siehe z.B. [57, 58].

#### Die physikalische Skala

Hierbei wird der Skalenparameter  $\mu$  gleich der Energieskala des physikalischen Hauptprozesses gesetzt. Im Fall der  $e^+e^-$ - Annihilation ist dies typischerweise die Schwerpunktsenergie der Kollisionspartner. Ein Argument für diese Wahl ist, daß die perturbativen

Koeffizienten in höherer Ordnung Polynome in  $\ln \mu/Q$  sind, die potentiell große Werte annehmen können und durch diese Wahl zu Null gesetzt werden, was die Unsicherheit durch fehlende Terme höherer Ordnung verringern sollte. Typischerweise wird bei dieser Art der Festlegung der  $\mu$  Term als Unsicherheit aufgrund fehlender Rechnungen höherer Ordnung angesehen und deshalb durch Variation von  $\mu$  ein Skalenfehler bestimmt.

### BLM

In abelschen Theorien ist es möglich, die perturbative Reihe so umzusortieren, daß jeder einzelne Term für sich Renormalisierungsschemeninvariant ist. Die Grundidee, wie sie von Brodski, Lepage und Mackenzie (BLM) vorgeschlagen wurde [89], ist es, alle zu einer reellen Abstrahlung zugehörigen Vakuumpolarisationen zu einem Term zusammenzufassen und so die Störungsreihe durch die Zahl der reellen Abstrahlungen (das „Skelett“) zu ordnen:

$$R^{PT}(Q^2) = R_0^{PT}(Q^2) + R_1^{PT}(Q^2) + \dots \quad (2.52)$$

Eine entsprechende Reihe konnte für die QCD bisher allerdings nicht explizit nachgewiesen werden. Auch hier gilt, daß jeder einzelne Term in der Summe aller Ordnungen divergiert und durch Potenzreihenkorrekturen ergänzt werden muß.

### Das Prinzip minimaler Sensitivität (PMS)

In diesem Ansatz wird das Schema dadurch festgelegt, daß man eine minimale Abhängigkeit der Observablen von der Skala fordert [63]:

$$\left. \frac{\partial R^{(N)}}{\partial \mu} \right|_{\mu=\mu^{PMS}} = \left. \frac{\partial R^{(N)}}{\partial b_2} \right|_{b_2=b_2^{PMS}} = \dots = \left. \frac{\partial R^{(N)}}{\partial b_{N-1}} \right|_{b_{N-1}=b_{N-1}^{PMS}} = 0 \quad (2.53)$$

Damit wird für die Störungsreihe in fester Ordnung lokal eine Eigenschaft gefordert, die für die vollständige Entwicklung aufgrund ihrer Skalenunabhängigkeit global gilt. Für die nächstführende Ordnung reduziert sich diese Bedingung auf die Wahl des Extremums der Observablen in Bezug auf die Skala. Für diese wie für die folgenden Schemadefinitionen gilt, daß die Wahl des Schemas observablenabhängig ist.

### Das ECH, RGI und die Invarianten der Renormierungsschemata

Die bisherigen Anwendungen der Störungstheorie beruhten alle darauf, daß die Renormierungsgruppeninvarianz (RGI) der Observablen näherungsweise durch das Laufen der Kopplung abgebildet werden kann. Dies ist allerdings eine Näherung, die nur in führender Ordnung exakt ist. Es ist angebracht, bei der Nutzung der Koeffizienten höherer Ordnungen die RGI direkt als Einschränkung an das Energieverhalten der Observablen zu verwenden. Dies kann durch die Methode der effektiven Ladungen (ECH) erreicht werden.

Hierbei entwickelt man die Observable  $R$  nicht als Störungsreihe in  $\alpha_s(Q)$  sondern verwendet die Renormierungsgruppengleichung der Observablen als Entwicklungsreihe von  $\frac{dR}{dQ}$  in  $R$ :

$$Q \frac{dR}{dQ} = -bR^2(1 + \rho_1 R + \rho_2 R^2 + \dots) = b\rho(R) \quad (2.54)$$

$R$  ist so normiert, daß der erste Koeffizient der Störungsreihe eins wird. Man kann zeigen [56, 72, 75], daß die Koeffizienten  $\rho_i$  schemeninvariant sind und keine Skalenabhängigkeit beinhalten. Sie lassen sich aus den Koeffizienten  $r_1, r_2$  der Störungsreihe und den Koeffizienten der  $\beta$ -Funktion der Kopplung berechnen:

$$\rho_1 = c_1 \quad \rho_2 = c_2 + r_2 - r_1 c_1 - r_1^2 \quad (2.55)$$

$$b = \frac{\beta_0}{2} \quad c_1 = \frac{\beta_1}{2\beta_0} \quad c_2 = \frac{\beta_2}{32\beta_0} \quad r_1 = \frac{B}{2A} \quad r_2 = \frac{C}{4A}$$

Die Koeffizienten A und B sind für die jeweilige Observable in Tabelle 2.1 definiert. C ist der zugehörige Störungsterm der dritten Ordnung.

Da  $b$  und  $\rho_1$  Observablenunabhängige Konstanten sind, muß  $R$  im Limes sehr großer Energien gegen Null konvergieren. Mit dieser Randbedingung läßt sich die Differentialgleichung 2.54 lösen, und man erhält die bekannte implizite Gleichung für das Laufen von  $\alpha_s$ :

$$b \ln \frac{Q}{\Lambda_R} = \frac{1}{R} - \rho_1 \ln \left( 1 + \frac{1}{\rho_1 R} \right) + \int_0^R dx \left( \frac{1}{\rho(x)} + \frac{1}{x^2(1 + \rho_1 x)} \right) \quad (2.56)$$

Dabei ist  $\Lambda_R$  ein Observablen spezifischer Skalenparameter. Mit Hilfe der sogenannten Celmaster Gonzalves Gleichung [35] läßt sich das  $\Lambda_R$  exakt in ein  $\Lambda_{\overline{MS}}$  übertragen:

$$\frac{\Lambda_R}{\Lambda_{\overline{MS}}} = e^{r_1/b} \left( \frac{2c_1}{b} \right)^{-c_1/b} \quad (2.57)$$

Es ist wichtig anzumerken, daß diese Ableitung nur für Observablen gilt, die von einer einzigen Energieskala abhängen.

Beschränkt man sich auf eine Entwicklung in nächstführender Ordnung, so verschwindet das Integral, und die Lösung ist identisch mit der Wahl einer Skala, die den nächstführenden Term der Störungsreihe verschwinden läßt. Auch das PMS Schema läßt sich näherungsweise in den Invarianten darstellen. Man erhält  $\tau^{PMS} \approx \rho_0 - c/2$ . Für nicht zu kleine Energien sind beide Schemata fast identisch.

Da man die Formel 2.56 sowohl direkt benutzen, als auch in ein Schema für die Störungsreihe umwandeln kann, gibt es unterschiedliche Interpretationen des Ergebnisses. So sieht Grunberg [56] den Formalismus als eine spezifische Wahl der Skala, während Dhar und Gupta [72] darin eine vollständige Eliminierung der Skalen- und Schemenabhängigkeit sehen.

## 2.3 Strahlungskorrekturen

Da Anfangs- und Endzustandsteilchen des Prozesses  $e^+e^- \rightarrow Z^0/\gamma \rightarrow X$  geladen sind, gehört auch die Abstrahlung reeller Photonen zu den möglichen Graphen höherer Ordnung. Prinzipiell sind dabei Anfangs- und Endzustandsstrahlung nicht unterscheidbar und interferieren miteinander. Da sich aber beide durch eine unterschiedliche Winkelverteilung auszeichnen und der Interferenzterm für hohe Energien vernachlässigbar ist, werden im folgenden beide Ereignistypen getrennt diskutiert.

### Anfangszustandsstrahlung (ISR)

ISR ist insofern interessant, als daß durch die Abstrahlung des Photons das Ruhesystem und die Schwerpunktsenergie der Reaktion geändert werden, ohne in den Zerfall des  $Z/\gamma^*$  weiter einzugreifen. Der real betrachtete Wirkungsquerschnitt ist damit eine Faltung aus den Wirkungsquerschnitten bei niedrigeren Energien mit einer Radiatorfunktion  $H(s, s')$ :

$$\sigma_{f\bar{f}}(s) = \int_{4m_f^2}^s ds' H(s, s') \hat{\sigma}_f(s') \quad (2.58)$$

Der ISR Anteil ist infrarot- und kollinearitätsdivergent, wobei der Pol in Richtung der initialen Teilchen liegt.

### Endzustandsstrahlung (FSR)

Für hadronische Ereignisse ist die Endzustandsstrahlung komplizierter, da man hier neben der reinen QED, zusätzlich QCD Terme mitberücksichtigen muß:

$$\frac{d\sigma_\gamma}{dE_\gamma} = \sum_{p=q,\bar{q},g,\gamma} \int_0^{\sqrt{s}/2} dE_p \int_0^1 dz \underbrace{\frac{d\hat{\sigma}^p}{dE_p}(E_p, \mu, Q^2, \alpha_s(\mu))}_{A} \underbrace{D_p^\gamma(z, \mu)}_B \delta(E_\gamma - zE_p) \quad (2.59)$$

Dabei stellt A den perturbativen Wirkungsquerschnitt zur Produktion eines Partons  $p$  mit Energie  $E_p$  dar, während B die Parton nach Photon Fragmentationsfunktion ist, die die Wahrscheinlichkeit für ein Parton p darstellt, in ein Photon mit dem Energieanteil  $z$  zu fragmentieren. Ein Photon kann demnach entweder im perturbativen Bereich durch A, oder nicht-perturbativ durch B (z.B. durch Vektormeson Dominanz Kopplung) erzeugt werden. Der nicht-perturbative Anteil ( der auch als 'anomale Komponente' bezeichnet wird) ist bei isolierten Photonen unterdrückt, was im weiteren von Bedeutung sein wird. Theoretische Rechnungen [68, 67] zeigen, daß der Anteil der Photonabstrahlung aus der Fragmentation für kleine Energien und kleine Winkel zum initialen Quark dominiert, während für große Energien und große Winkel der perturbative Anteil dominant ist.

## 2.4 Monte Carlo Modelle

Auch wenn kein geschlossenes analytisches Modell für einen hochenergetischen Wechselwirkungsprozeß angegeben werden kann, so sind doch viele theoretische und phänomenologische Modelle entstanden, die Teile des Gesamtprozesses erklären können. Um diese zusammenzuführen, verwendet man Simulatoren auf Basis des Monte Carlo Prinzips, die auf Wahrscheinlichkeitsrechnungen basierend exemplarische Ereignisse generieren. Auf diese Weise werden Teilmodelle modular miteinander verbunden. Außerdem liefert der Generator Zerfallskaskaden, deren Zweige mit den rekonstruierten Spuren des Experiments identisch sein sollten und sich dementsprechend mit den gleichen Analysewerkzeugen behandeln lassen.

### Das Phasenmodell

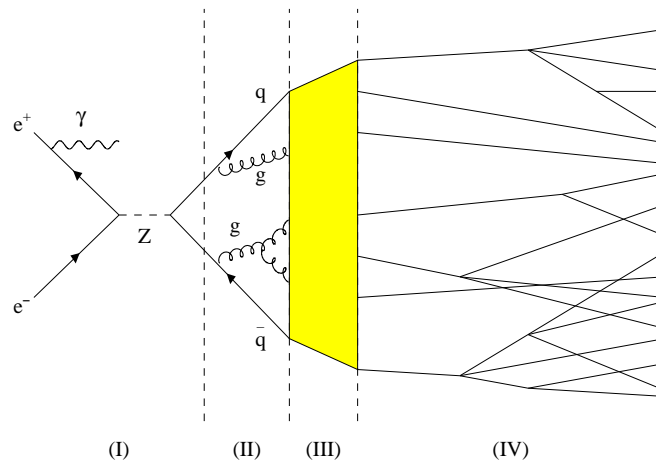


Abbildung 2.2: Schematisches Modell der Paarvernichtung mit hadronischem Endzustand.

Für den Fall des hadronischen  $e^+e^-$  Zerfalls läßt sich der Gesamtprozeß typischerweise in vier Phasen gliedern (siehe 2.2):

- I Der Annihilation des  $e^+e^-$  Paares über ein virtuelles  $Z/\gamma$  in ein Fermion Antifermion Paar. dieser Prozeß ist elektroschwach und störungstheoretisch gut berechenbar. Dabei ist die Anfangszustandsstrahlung zu beachten, die zum einen die Schwerpunktsenergie verringert, zum anderen mit der Endzustandsstrahlung interferiert.
- II Ist das Fermionpaar hadronisch, so zerfällt dieses in der perturbativen Phase durch Gluonabstrahlung und Quarkpaarbildung in einer Kaskade, wobei jeder einzelner Zerfall im Laufe der Kaskade bei einer niedrigeren Skala und damit mit einer stärkeren Kopplung stattfindet.

- III Hat die Kopplungsstärke die Größenordnung von  $\Lambda$  erreicht, kommt es zu einer Rekombination der Partonen zu farbneutralen Hadronen. Dieser Prozeß wird von der QCD beschrieben, ist allerdings nicht perturbativ darstellbar und wird durch phänomenologisch inspirierte Modelle implementiert.
- IV Die so entstandenen instabilen Hadronen zerfallen in stabile Teilchen. Dieser Prozeß wird sowohl von starken als auch elektroschwachen Prozessen bestimmt, wobei Lebensdauern und Verzweigungsverhältnisse experimentell bestimmt sind.

## Generatoren

Im Laufe der Analyse werden vor allem die Ergebnisse der folgenden vier Generatoren verwendet:

**Jetset/Pythia** Das Programmpaket Jetset/Pythia [5, 6] ist einer der am häufigsten benutzten Generatoren für  $e^+e^-$  Prozesse. Es ist allerdings auch in der Lage, eine Vielzahl anderer Prozesse zu simulieren, wobei für die einzelnen Phasen teilweise alternative Modelle implementiert sind.

Die Generierung des initialen  $q\bar{q}(g)$  Systems wird dabei durch eine Matrixelement Rechnung in erster Ordnung durchgeführt, deren Ergebnis als Grundlage für einen Zerfall über das Partonschauer (PS) Modell dient. Der PS Algorithmus ist eine iterative Anwendung der DGLAP Gleichung [8, 9, 10] auf die Partonen, wodurch die Wahrscheinlichkeit der Zerfallsmoden und ihrer Impulsverteilung festgelegt wird. Dieser Prozeß wird so lange fortgesetzt, bis die Virtualität die Abschneideenergie  $Q_0$  unterschreitet. Jetset/Pythia setzt dabei eine Vorhersage inklusive führender Logarithmen ein. Zusätzlich wird eine Winkelordnung verlangt, d.h. der Winkel einer Aufspaltung muß kleiner sein, als der Winkel einer vorausgehenden Aufspaltung. So werden Kohärenzeffekte berücksichtigt. Alternativ steht eine Matrixelementrechnung zweiter Ordnung mit bis zu vier Partonen im Endzustand, zur Verfügung, die allerdings nicht mit dem Partonschauer kombinierbar ist.

Für die Fragmentation wird standardmäßig die sogenannte String Fragmentation [13] verwendet. Dabei wird angenommen, daß das Farbfeld zwischen zwei Quarks mit wachsendem Abstand das Farbfeld zwischen den beiden eine Flußröhre ausbildet, die linear mit dem Abstand eine Energie von etwa  $\kappa = 1 \text{ GeV}/fm$  aufnimmt. Ist die Energiedeposition hoch genug, so bricht der String unter Bildung eines Quark- Antiquarkpaares auf, wobei die Impulsaufteilung zwischen beiden Teilstrings durch eine longitudinale Fragmentationsfunktion gegeben ist. Jetset/Pythia bietet hierfür unter anderem die symmetrische Lundfunktion und die Peterson Funktion, die insbesondere die Ergebnisse für schwere Quarks gut darstellt. Die Flavour Zusammensetzung der neugebildeten Quarks hängt dabei von der transversalen Masse des Strings beim Bruch zusammen. Da die Wahrscheinlichkeit hoher Massen exponentiell abfällt, wird die Produktion schwerer Quarks stark unterdrückt.

Das Programm ist auch in der Lage, Photonabstrahlungen im Anfangszustand zu generieren, wobei bis zu zwei Photonen generiert werden können. Allerdings werden keine Interferenzeffekte mit berücksichtigt.

Jetset/Pythia findet auch als Generator für WW/ZZ Zerfälle Verwendung, wobei allerdings beide Zerfallsmoden getrennt, d.h. ohne Interferenzterme dargestellt werden. Dabei sind die entsprechenden Matrixelemente allerdings nur in Born Näherung gerechnet.

**Ariadne** Das Programm Ariadne [7] stellt, anders als Jetset/Pythia, keinen vollständigen Generator dar, sondern ist nur die Implementation einer anderen Formulierung des Partonschauers, die sogenannte Farbdipolkaskade [11, 12]. Dabei werden zwischen den einzelnen Partonen Stringstücke als Farbdipole aufgespannt. Die Emission eines Gluons kann nun als Aufspaltung eines Farbdipols interpretiert werden. Da die sukzessive Aufspaltung von der Größe des Transversalimpuls abhängt, kommt es automatisch zu einer Winkelordnung. Außerdem entspricht die erste Aufspaltung dem Matrixelement erster Ordnung, so daß keine Anpassung zwischen Matrixelement und Dipolschauer notwendig ist. Typischerweise wird Ariadne eingesetzt, indem man es als Ersatz für den den Jetset/Pythia Partonschauer verwendet.

**Herwig** Das Programm Herwig [14] ist ein vollständiger Ereignisgenerator für verschiedene Prozesse. Wie Jetset/Pythia basiert die Generierung auf einer Matrixelementrechnung mit nachfolgendem Partonschauergenerator. Anders als Jetset wird der Partonschauer nicht nur mit führenden, sondern auch mit nächstführenden Logarithmen gebildet (MLLA). Dabei wird anstelle der Winkelordnung eine Virtualitätenordnung verwendet. Außerdem werden QCD-Interferenzphänomene besonders beachtet.

Die Hadronisierung erfolgt über eine sogenannte Clusterfragmentation. Nachdem am Ende des Partonschauers alle Gluonen in  $q\bar{q}$  Paare aufgespaltet wurden, werden sie in Gruppen (Cluster) von Quarks zu farbneutralen Zuständen von einigen GeV Größe zusammengefaßt. Falls die so entstandenen Cluster sehr schwer sind, können diese weiter aufspalten [64]

**Excalibur** Excalibur [15] ist ein Generator für die Produktion von (masselosen) vier Fermion Zuständen in der  $e^+e^-$  Annihilation. Insbesondere beschreibt das Programm, anders als Pythia, die Interferenz zwischen den WW- und ZZ-Kanälen und wird deshalb bei Analysen oberhalb der WW-Schwelle bevorzugt zur Analyse des WW-Untergrundes eingesetzt.

Da der Generator weder über einen Partonschauer, noch über eine Hadronisierung verfügt, wird das Ergebnis der Rechnungen typischerweise mit Jetset/Pythia weiterverarbeitet.



# Kapitel 3

## Das Experiment

### 3.1 Der Speicherring

DELPHI ist eines von vier Experimenten am großen Elektron-Positron-Speicherring LEP, der vom Forschungszentrum CERN betrieben wird. Um bei diesen Energien mit vertretbarem Energieverlust durch Synchrotronstrahlung und einem Mindestmaß an externer Einstrahlung wie kosmischer Höhenstrahlung arbeiten zu können, wurde LEP mit einem Umfang von 26,7 km in einem ringförmigen Tunnel, der sich 50-170m unter der Erdoberfläche befindet, gebaut. LEP ist die größte Maschine ihrer Art.

In seiner ersten Ausbaustufe konnte der Speicherring von 1989 bis 1995 mit einer Strahlenergie bis zu 50 GeV betrieben werden. Zu dieser Zeit wurden hauptsächlich auf, bzw. in unmittelbarer Nähe der Z Resonanz Daten genommen. Seit 1995 konnte die Strahlenergie durch das Ersetzen der Kupferresonatoren durch leistungsfähigere supraleitende Versionen, sowie den kontinuierlichen Einbau zusätzlicher Resonatoren auf eine Strahlenergie von bis zu 105 GeV gesteigert werden, so daß Messungen bis weit oberhalb der  $W^+W^-$ -Produktionsschwelle durchgeführt werden konnten.

Aufgrund des Bauprinzips können in LEP keine kontinuierlichen Elektron- und Positron-Strahlen beschleunigt werden. Vielmehr werden in den Speicherring über Vorbeschleuniger jeweils gegenläufig Pakete (Bunches) von Elektronen und Positronen eingeschleust, die den Speicherring getrennt durchlaufen und an vier Wechselwirkungspunkten im Zentrum der einzelnen Experimente gekreuzt werden. Bis 1992 wurden 4 Bunches, danach 8 Bunches gleichzeitig im Speicherring gehalten. Seit 1995 läuft LEP im sogenannten Bunch-Train-Modus, bei dem jeweils bis zu vier Teilchenpakete in einem Zug zusammen den Ring durchlaufen, wobei bis zu vier solcher Züge sich gleichzeitig im Ring befinden.

Um den Teilchenstrahl auf eine Kreisbahn zu lenken sind 3368 Dipolmagnete im Ring installiert. 808 Quadrupole sorgen für eine kontinuierliche Refokussierung des Strahls.

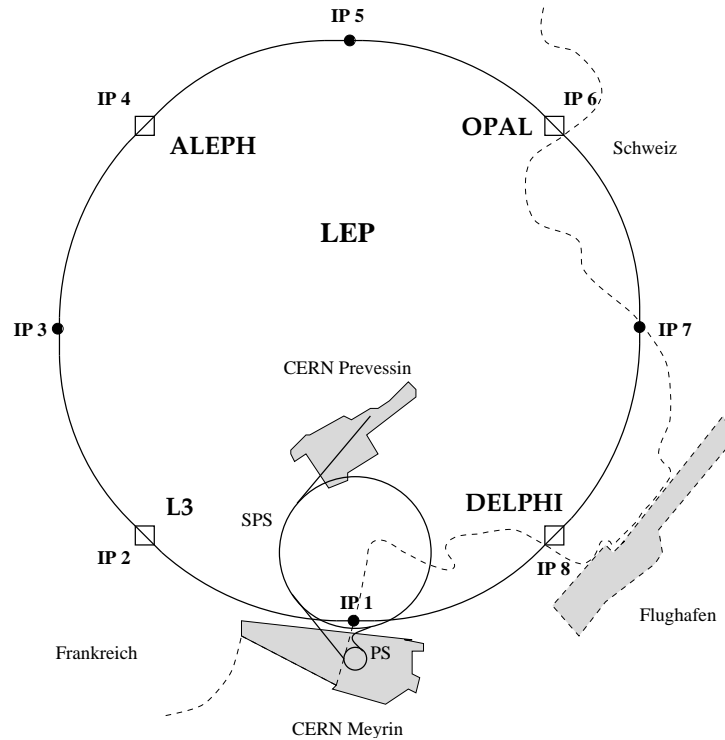


Abbildung 3.1: Der LEP-Speicherring

Bis 1999 wurden die folgenden integrierten Luminositäten erreicht:

Jahr	$\int \mathcal{L} dt [pb^{-1}]$	Energie
1989	1.3	88.3, 89.3, 90.3, 91, 91.3, 91.5, 92.3, 93.3, 94.3, 95 GeV
1990	8.6	88.2, 89.2, 90.2, 91.2, 92.3, 93.2, 94.2 GeV
1991	17.3	88.5, 90.3, 91.3, 92.0, 93.0, 93.8 GeV
1992	28.6	91.3 GeV
1993	35.3	89.4, 91.2, 91.3, 93.0 GeV
1994	40.8	91.2 GeV
1995	31.5	89, 91.25, 93, 133, 136 GeV
1996	20.0	163, 172 GeV
1997	54.0	182, 133 GeV
1998	151	189 GeV
1999	214	192, 196, 200, 202 GeV

### 3.1.1 Der Detektor

Der DELPHI-Detektor [3][17] besteht aus Einzel-Detektoren, die den vollen Raumwinkel umspannen, mit einem Schwerpunkt auf Teilchenidentifikation, dreidimensionaler Spurrekonstruktion, hoher Granularität und genauer Vertex-Bestimmung. Er ist zylinderförmig

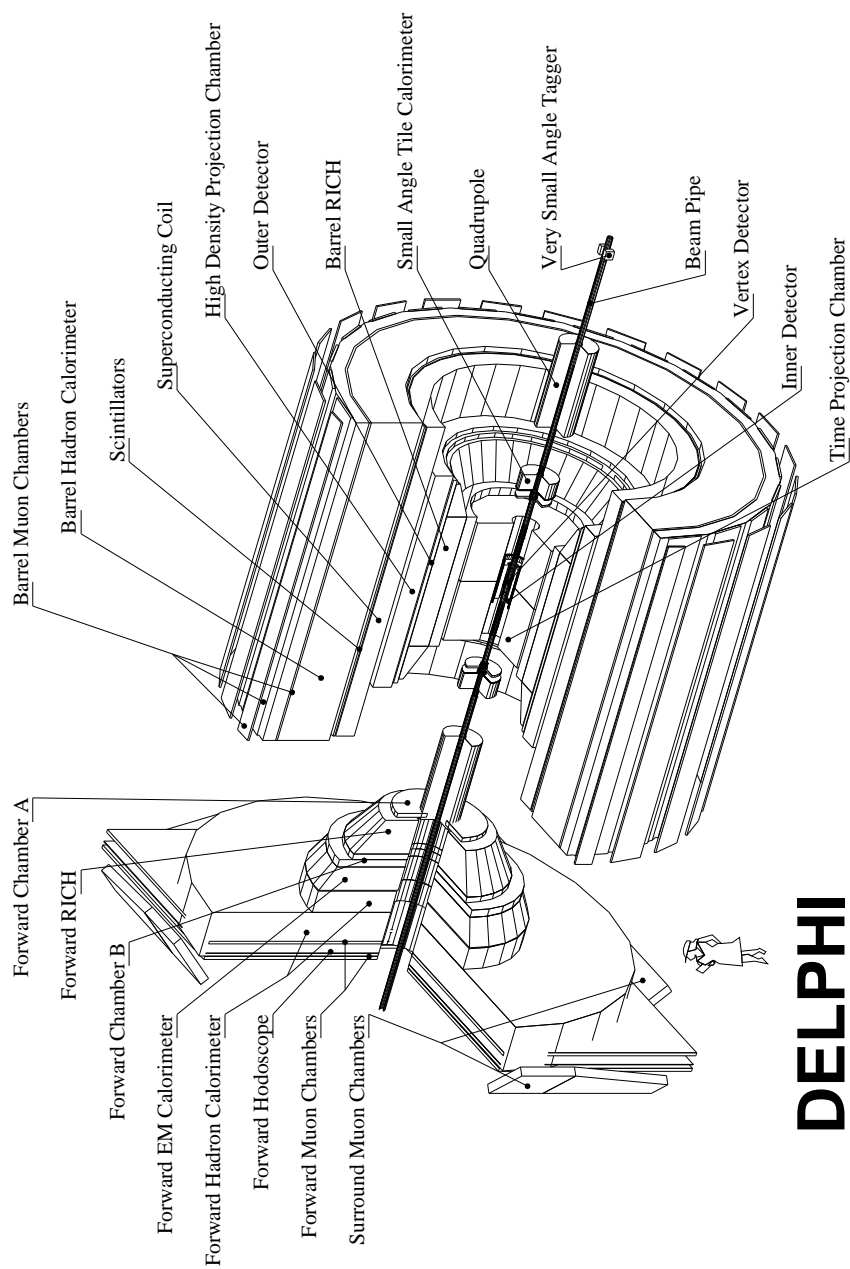


Abbildung 3.2: Der DELPHI Detektor

aufgebaut, hat einen Durchmesser von ca. 10m, in Strahlrichtung eine Länge von ca. 10-12m und wiegt ca. 3000t. Er besteht aus einer zylindrischen Sektion, dem Zentral- oder auch Barrelbereich und zwei Endkappen die den Vorwärtsbereich abdecken. Der Übergang zwischen Vorwärtsbereich und Zentralbereich liegt bei einem Polarwinkel von  $\theta \approx 40^\circ$ . Seine Konstruktionsweise erlaubt eine Rekonstruktion von Z-Zerfällen in über 90% des vollen Raumwinkels. Im folgenden wird das globale DELPHI-Koordinatensystem verwendet. Der Ursprung liegt dabei im Zentrum des Detektors, die  $z$ -Achse weist in die Flugrichtung der Elektronen und die  $x$ -Achse auf den Mittelpunkt des LEP Ringes. In Polarkoordinaten ausgedrückt ist  $\theta$  der Polarwinkel zum Strahl, während  $\phi$  den Azimutwinkel in Bezug zur  $x$  Achse darstellt.

### 3.1.2 Der Magnet

Ein homogenes magnetisches Feld ist für die Bestimmung des Ladungsvorzeichens bei geladenen Teilchen und für deren Impulsbestimmung unverzichtbar. In der TPC und der HPC dient es außerdem noch zur Unterdrückung von Diffusionseffekten. Zur Erzeugung besitzt DELPHI eine supraleitende Spule aus Niob-Titan. Sie hat einen Durchmesser von 5.2m und eine Länge von 7.4m. Sie erzeugt bei einem Strom von 5kA ein Magnetfeld von 1.2T parallel zur Strahlachse. Zum Betrieb wird die Spule in einem 4.5K Helium Bad gekühlt.

### 3.1.3 Der Mikrovertex-Detektor (VD)

Bei dem VD handelt es sich um einen Silizium-Streifen-Detektor. Er besteht aus drei Lagen mit je 24 sich überlappenden Segmenten, die zylindrisch im Abstand von 6.3, 9 und 10.9cm vom Strahl angebracht sind. Spuren in einem Polarwinkelbereich zwischen  $44^\circ < \theta < 136^\circ$  können von allen drei Lagen erfaßt werden. Der maximal abgedeckte Winkelbereich liegt bei  $25^\circ < \theta < 155^\circ$ . Obwohl der Ausleseabstand in  $r\phi$   $50\mu\text{m}$  beträgt, kann durch die Bildung des Ladungsschwerpunktes eine Auflösung von  $7.6\mu\text{m}$  erreicht werden. Durch diese hohe Meßgenauigkeit ist er in der Lage, eine präzise Extrapolation der Spuren geladener Teilchen bis zu ihrem Entstehungsort in einem primären oder sekundären Vertex zu liefern. Bis 1993 konnte der VD nur Informationen in hoher Auflösung in  $r\phi$  liefern. Sei 1994 sind die innerste und die äußerste Lage zweiseitig mit Streifen ausgerüstet, so daß sie auch fähig sind, die  $z$ -Position des Durchgangs zu messen. Die Auflösung beträgt dabei  $9\mu\text{m}$ .

### 3.1.4 Der innere Detektor (ID)

Der ID liegt zwischen dem VD und der TPC. Mit ihm wird die Vertexpauflösung weiter verbessert. Zwischen 1994 und 1995 wurde der ID vollständig ausgebaut und durch eine in  $z$ -Richtung verlängerte Version ersetzt, so daß man zwischen beiden Detektoren unterscheiden muß: Der alte ID bestand im Inneren aus einer Driftkammer in Jet-Kammer Geometrie, mit einer Ausdehnung in  $r$  von 12-23cm, die aus 24 azimuthalen Sektoren zusammenge-

setzt war. Jeder Sektor lieferte bis zu 24  $r\phi$  Punkten pro Spur, bei einer Überdeckung eines Bereiches zwischen  $30^\circ < \theta < 150^\circ$ . Außen waren 5 Lagen Vieldraht-Proportionalkammern (MWPC), die Linksrechts-Zweideutigkeiten in der Jetkammer auflösten und als schneller Trigger dienten. Sie lieferten außerdem eine begrenzte  $z$ -Auflösung von 0.5-1cm.

Die Driftkammer des neuen ID besitzt die gleiche Geometrie wie die alte, ist aber nun in der Lage, einen Winkelbereich zwischen  $15^\circ < \theta < 165^\circ$  abzudecken. Da sich eine Verlängerung der Proportionalkammer wegen der Feldkräfte als mechanisch schwierig erwies, wurden statt dessen  $5 \cdot 192$  *Strawtubes* eingebaut, bei denen die Anodendrähte durch Kathodenröhren voneinander abgeschirmt sind. Hierbei wurde auf eine Auslese der  $z$ -Position verzichtet.

### 3.1.5 Die Zeit-Projektions-Kammer (TPC)

Die TPC ist der wichtigste Detektor für die Spurmessung. Sie funktioniert nach dem Zeit-Projektions-Prinzip, d.h. durch ein homogenes elektrisches Feld driften die bei der Ionisation frei gewordenen Elektronen zu den Endflächen, wobei die transversale Diffusion durch das in die gleiche Richtung wirkende Magnetfeld verringert wird. An den Endflächen befinden sich Mehrdraht Proportionalkammern (MWPC multiwire portional chamber), die die  $r\phi$  Information der Spur auslesen, während die  $z$ -Information durch die Driftzeit bestimmt wird.

Die Driftkammer hat einen Radius von 120cm und eine Länge von  $2 \cdot 150$ cm. Die Proportionalkammer an jeder Seite besteht aus jeweils 6 Sektoren, wobei jeder Sektor aus 1680 Kathodenpads besteht, vor die 192 Signaldrähte gespannt sind. Damit läßt sich eine Auflösung von  $\sigma_{r\phi} = 180 - 280\mu\text{m}$  und  $\sigma_z < 900\mu\text{m}$  erreichen. Neben dem Spurverlauf läßt sich auch die Ionisationsstärke und damit das  $dE/dx$  des Teilchens messen.

### 3.1.6 Die Ringabbildenden Cherenkovzähler (BRICH,FRICH)

Der RICH basiert auf Cherenkovprinzip. Geladene Teilchen durchqueren das Detektormedium mit einer größeren als der Lichtgeschwindigkeit dieses Mediums und strahlen konusförmig Cherenkovlicht ab. Der Detektor besteht aus zwei Komponenten, einem Flüssigkeits- und einem Gasradiator mit jeweils unterschiedlichen Brechungsindizes (1.283 bzw 1.00176), zwischen denen eine Driftröhre zur Messung des Cherenkovlichts liegt. Wegen der niedrigen Dichte eines Gases, muß der Gasradiator viel größer als der Flüssigkeitsradiator sein um ausreichend Photonen zu produzieren. Um alle Photonen mit gleichem Cherenkov-Winkel zusammenzufassen, wird das Licht des Gasradiators über fokussierende Spiegel auf die Driftröhre zurückgelenkt. Indem aus den gemessenen Photonen die Cherenkovringe rekonstruiert und Spuren zugeordnet werden, kann über einen großen Impulsbereich Teilchen wie  $\pi$ ,  $K$  und  $p$  identifizieren.

### 3.1.7 Der Äußere Detektor (OD)

Der OD besteht aus 24 Modulen, die auf den Barrel RICH montiert wurden. Jedes Modul enthält 5 Lagen Driftröhren, die gegeneinander versetzt sind, so daß sie eine lückenlose azimutale Überdeckung gewährleisten. In zwei Lagen kann zusätzlich über die Signallaufzeit die  $z$ -Position gemessen werden. Die Auflösung beträgt dabei  $110\mu\text{m}$  in  $r\phi$  und  $3.5\text{cm}$  in  $z$ . Der OD liefert schnelle Triggerinformation in  $r\phi$  und  $z$  und verbessert die Impulsmessung über die Bahnkrümmung erheblich.

### 3.1.8 Die High-Density-Projection-Chamber (HPC)

Die HPC ist ein elektromagnetisches Blei-Gas-Sampling-Kalorimeter mit TPC-Eigenschaften: Ein HPC Modul besteht aus 40 Lagen Blei mit einer Gesamtstrahlungslänge von  $x_0 = 18/\sin\theta$ , die jeweils aus trapezförmigen Bleidrähten gebildet werden. Zwischen den Bleidrähten besteht eine Spannungsdifferenz von  $100\text{ V/cm}$ . Die Lücke zwischen zwei Wänden beträgt  $8\text{mm}$  und ist mit Gas gefüllt. Sie dient als Driftkammer zu der außen liegenden Proportionalkammer, die aus 128 Kathoden Pads in 9 Lagen besteht. Zwischen der 3. und der 4. Lage, nach  $4.5$  Strahlungslängen, wurde ein Szintillator als Trigger eingeschoben. Die gesamte HPC ist aus 24 Segmenten in  $\phi$  mit jeweils 6 Modulen in  $z$ -Richtung aufgebaut und überdeckt damit einen Polarwinkelbereich von  $43^\circ < \theta < 137^\circ$ .

Die HPC hat im Vergleich zu einem herkömmlichen Bleiglas-Kalorimeter ( wie z.B. dem EMF) den Vorteil einer hohen Granularität ( $\sigma_z = 4\text{mm}$ ,  $\sigma_\phi = 1^\circ$ ), mit dem Nachteil einer schlechteren Energieauflösung ( $\Delta E/E = \sqrt{(0.44/E^{0.6})^2 + 0.042^2}$ ).

### 3.1.9 Das elektromagnetische Vorwärtskalorimeter (EMF)

Das EMF dient der Erfassung elektromagnetischer Schauer im Vorwärtsbereich. Es besteht aus 9064 Bleiglasblöcken mit einem Querschnitt von  $5 \cdot 5\text{cm}^2$  und einer Tiefe von 20 Strahlungslängen. Damit ergibt sich eine Auflösung von  $1^\circ \cdot 1^\circ$  in einem Polarwinkelbereich von  $10^\circ < \theta < 36.5^\circ$ .

Die Energieauflösung des EMF beträgt  $\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{3 + 12/\sqrt{E} + 11/E}\%$ . Ein Problem des EMF besteht darin, daß davor ca. 2 Strahlungslängen Material in Form der TPC, der FCA, dem Vorwärts-RICH und der FCB liegen.

Die beiden Driftkammern FCA und FCB dienen der Verbesserung der Spurrekonstruktion im Vorwärtsbereich. Die Vorwärtsdriftkammer FCA ist unmittelbar an die Endplatte der TPC montiert. Die Vorwärtsdriftkammer FCB befindet sich hinter dem Vorwärts-RICH. Beide Detektoren sind in einem Winkelbereich zwischen  $11^\circ < q < 33^\circ$  bzw.  $147^\circ < q < 169^\circ$  sensitiv. Die FCA besteht aus zwei Halbscheiben, die selber aus jeweils drei Kammern zusammengesetzt sind. Die drei Kammern sind jeweils um  $60^\circ$  gegeneinander verdreht. Jede Kammer besteht aus zwei gegeneinander versetzte Ebenen mit jeweils 64 Driftröhren, die im 'limited streamer modus' arbeiten. Der Gesamtaufbau erreicht eine Genauigkeit von  $300\text{mm}$ . Die FCB ist eine Drahtkammer mit vergleichbarem Aufbau. Sie wird mit etwas niedrigerer Spannung im normalen Driftkammermodus betrieben. Sie besteht aus 12

Ebenen mit einem Abstand von 1.1cm in  $z$ . Durch die drei Drahtorientierungen erhält man 4 redundante Meßpunkte mit einer Auflösung von 250mm und einer mittleren Effizienz von 80%. Unter der Verwendung der Information aller 12 Ebenen ergibt sich so eine Auflösung von 120mm.

### 3.1.10 Das Hadronkalorimeter (HCAL)

Das HCAL ist ein Sampling Kalorimeter mit einem aktiven Bereich von  $42.6^\circ - 137.4^\circ$  im Zentralbereich, bzw.  $11.2^\circ - 48.5^\circ$ ,  $131.5^\circ - 168.8^\circ$  im Vorwärtsbereich. Es besteht aus 24 Sektoren mit je 20 Lagen Detektoren. Dazwischen liegen jeweils 5cm Eisenplatten, die gleichzeitig als Joch für den Solenoid dienen. Damit läßt sich eine Energieauflösung von  $\frac{\delta E}{E} = \frac{120}{\sqrt{E}}$  erreichen.

### 3.1.11 Die Myonkammern (MUF/MUB/MUS)

Die MUB bestehen aus jeweils zwei Schichten von Driftkammern, vor denen 90cm Eisen (das HCAL) liegen. Die erste Schicht besteht aus  $2 \times 24$  Planken und enthält drei versetzte Driftkammerebenen. Die zweite Schicht befindet sich hinter weiteren 20cm Eisen und besteht aus zwei versetzten Driftkammer Ebenen. Im Zentralbereich wird ein Winkel von  $42^\circ$  bis  $138^\circ$  abgedeckt.

Analog besteht der MUF im Vorwärtsbereich auch aus zwei Schichten. Einer inneren Schicht nach 85cm Eisen und einer äußeren Schicht nach weiteren 20cm Eisen. Jede Schicht besteht aus 4 Quadranten mit je zwei orthogonalen Lagen aus 22 Driftkammern.

Zwischen MUB und MUF existiert eine Lücke im Winkelbereich von  $43^\circ - 52^\circ$ . Diese wird seit 1994 von den MUS abgedeckt.

### 3.1.12 Die Luminositätsmessung (SAT/VSAT/STIC)

Zur Luminositätsmessung werden zwei unabhängige Detektoren benutzt. Der SAT ist ein Sampling Kalorimeter, das aus abwechselnden Schichten von Blei und szintillierenden Fasern besteht. Es mißt die Bhabharate in einem Polarwinkelbereich von  $2.5^\circ$  bis  $7.7^\circ$  und dient der Bestimmung der absoluten Luminosität. Zusammen mit dem VSAT wird eine Genauigkeit in der Luminositätsbestimmung von 0.21% erreicht.

Seit 1994 wird anstelle des SAT der sogenannte STIC [2] eingesetzt. Dieser besteht aus 49 Lagen Bleiplatten mit 3.4mm Dicke zwischen denen 3mm dicke Szintillator Segmente liegen. Die Segmente werden vertikal über eine durchgeführte, mit einem Wellenlängenshifter dotierte Glasfaser ausgelesen (Schaschlik Bauweise). Zwei Silizium Streifen zähler bei 4 und 7.4 Strahlungslängen ermöglichen die Messung der Scherachse. Mit dem neuen Kalorimeter reduziert sich der Luminositätsfehler auf unter 0.1% und ist damit kleiner als der derzeitige theoretische Fehler von 0.16%.

Im äußersten Vorwärtsbereich von  $0.28^\circ$  bis  $0.40^\circ$  erlaubt der VSAT, ein Wolfram-Silizium-Kalorimeter, den Nachweis einzelner Elektronen und Photonen. Aufgrund der hohen Statistik ermöglicht der VSAT eine präzise Bestimmung der relativen Luminosität.

<b>Spurdetektoren</b>					
	Akzeptanzbereich			Ortsauflösung	
	$\theta$ [°]	$R$ [cm]	$z$ [cm]	$\sigma_z$ [mm]	$\sigma_{R\phi}$ [mm]
	im Zentralbereich :				
<b>VD (bis 93)</b>	37-143	6.3/9/11	$\pm 11/12/12$	–	0.008
<b>VD (seit 94)</b>	25-155	6.3/9/11	$\pm 24$	0.009-0.030	0.008
<b>ID<sub>Jet</sub> (bis 94)</b>	23-157	11.8-22.3	$\pm 40$	–	0.050
<b>ID<sub>Jet</sub> (seit 95)</b>	15-165	11.8-22.3	$\pm 45$	–	0.040
<b>ID<sub>Prop.</sub> (bis 94)</b>	30-150	23-28	$\pm 50$	1.0	–
<b>ID<sub>Prop.</sub> (seit 95)</b>	15-165	23-28	$\pm 86$	–	–
<b>TPC</b>	20-160	35-111	$\pm 134$	0.6	0.150
<b>OD</b>	43-137	198-206	$\pm 232$	35	0.110
<b>MUB</b>	52-138	445/485/532	$\pm 385$	10	1.500
	im Vorwärtsbereich :				
<b>FCA</b>	11-33	30-103	155-165	0.30 ( $u, v, x$ )	
<b>FCB</b>	11-35	53-195	267-283	0.15 ( $u, v, x$ )	
<b>MUF</b>	9-43	70-460	463/500	1.0 ( $x, y$ )	
<b>Kalorimeter</b>					
	Akzeptanzbereich			Energieauflösung	
	$\theta$ [°]	$R$ [cm]	$z$ [cm]	$\sigma_E/E$ [%]	
	im Zentralbereich :				
<b>HPC</b>	43-137	208-260	$\pm 254$	$32/\sqrt{E} + 4.3$	
<b>HAB</b>	52-128	320-479	$\pm 380$	$21 + 112/\sqrt{E}$	
	im Vorwärtsbereich :				
<b>FEMC</b>	10-36.5	46-240	284-340	$\sqrt{3 + 12/\sqrt{E} + 11/E}$	
<b>HAF</b>	10-53	65-460	340-489	$120/\sqrt{E}$	
<b>SAT (bis 93)</b>	43-135 <i>mrاد</i>	10-36	233-285	$2.3 + \sqrt{1.44 + 130/E}$	
<b>STIC (seit 94)</b>	29-185 <i>mrاد</i>	6.5-42	220	$1.5 + 13.5/\sqrt{E}$	
<b>VSAT</b>	5-7 <i>mrاد</i>	6-9	770	$35/\sqrt{E}$	

Tabelle 3.1: Akzeptanzbereiche und Auflösungsvermögen der Delphi-Subdetektoren Für Detektoren im Zentralbereich ist der in  $z$ -Richtung überdeckte Raumbereich nur für eine Hälfte des Delphi-Detektors angegeben. Zusammenfassung aus [70]. Die Angaben stammen aus [17, 3, 71].



## 3.2 Das Trigger- und Auslesesystem

Bei einem Betrieb mit 8 Bunchen beträgt die Zeit zwischen zwei Überkreuzungen 11ms (=90 kHz). Da eine komplette Detektorauslese aber 4 ms benötigt, muß es schon während des Betriebs eine Vorselektion der Ereignisse geben, um den Detektor möglichst schnell wieder in einen aufnahmebereiten Zustand zu bringen. Dies wird durch ein vierstufiges Triggersystem erreicht. Die ersten beiden Stufen sind Hardware Trigger, die mit dem BCO (Beam Cross Over) synchronisiert sind. Die Stufe T1 kann dabei innerhalb von 4ms anhand des Überschreitens bestimmter Energien oder transversaler Impulse entscheiden, ob ein Ereignis akzeptiert wird. Dadurch ist bei Ablehnung der Detektor beim nächsten BCO wieder lesebereit. Der Trigger T2 wertet Kombinationen verschiedener Subdetektorsignale aus, wobei auch die Signale von Detektoren mit langer Driftzeit verwandt werden. Eine T2 Entscheidung fällt nach 39ms und hat im positiven Fall die Auslese des Detektors zu Folge. In der dritten Stufe werden die Kriterien der zweiten Stufe nochmals angewandt, diesmal allerdings mit den bearbeiteten Detektordaten. In der vierten Stufe werden physikalisch uninteressante Ereignisse herausgefiltert. Daten, die in der vierten Stufe akzeptiert wurden, werden als Rohdaten gespeichert.

## 3.3 Die Aufbereitung der Rohdaten

Die Rohdaten für sich sind nur von beschränktem Nutzen. Um physikalisch sinnvolle Analysen durchführen zu können, muß man aus den Rohdaten die ursprünglichen Spuren rekonstruieren. Für diesen Zweck wird das DELANA (Delphi Analysis) Programmpaket verwendet.

Die Rekonstruktion geschieht dabei iterativ, indem kleinere Spurstücke zu Spursegmenten und diese wiederum zu Spuren zusammengefügt werden. Dieser Prozeß wird durch das TANAGRA (Track Analysis and Graphics package) Paket unterstützt, daß auch die Anbindung an das Grafiksystem DELGRA bildet, mit dem der Rekonstruktionsprozeß betrachtet werden kann.

Im ersten Schritt der Analyse, der „first stage pattern recognition“ werden die Rohdaten der einzelnen Detektoren einzeln verarbeitet und mit Hilfe der Kalibrations- und Geometriedaten, die das Programm DDAPP verwaltet, in Raumpunkte, Driftzeiten, Pulshöhen umgewandelt, welche in TD Bänken abgespeichert werden. Diese werden mit Hilfe von lokalen Mustererkennungsprogrammen zu Spurelementen, sogenannte TE Bänke, zusammengefügt. Sie werden mithilfe globaler Spurerkennungsprogramme zu Spurkandidaten in TS Bänken zusammengefaßt, aus denen dann nach der Auflösung von Mehrdeutigkeiten und der eventuellen Neuberechnung von Spurstücken die eigentlichen Spuren als TK Bänke erzeugt werden. Dabei findet auch eine Extrapolation der Spuren zu den Kalorimetern statt, um Schauer mit Spuren zu verbinden. Nicht assoziierte Schauer werden als Photon identifiziert.

In einem zweiten Schritt, der „second stage pattern recognition“ wird nun versucht, bisher unassoziierte Spurstücke zu den neuen Spuren hinzuzufügen und die Kalorimeterinforma-

tion zu den Spuren zu assoziieren.

Die so erzeugten TK Bänke bilden die Grundlage zu Rekonstruktion von Vertices. Spuren mit gemeinsamen Vertex werden zu TB Bänken zusammengefaßt. Eine abschließende Vertexrekonstruktion liefert dann TV Bänke. Das vollständig rekonstruierte Ereignis wird dann im Master-DST Format abgespeichert. In diesem Format ist ein einzelnes Ereignis 1-2 MB groß, was einer effizienten Analyse entgegensteht. Deshalb verwendet man typischerweise verkleinerte Datenformate, die nur Teile der Information in bereits vorprozessierter Form beinhalten. In der DELPHI Kollaboration werden zu diesem Zweck das DST und das noch kleinere S-DST Format verwendet. Die Wuppertaler Gruppe nutzt für ihre Analyse auf den lokalen Rechnern das sogenannte MINI , das für ein einzelnes Ereignis nur noch rund 5-10 KB benötigt, was eine dauerhafte Speicherung aller Daten und Monte Carlo Rechnungen auf Festplatte erlaubt.

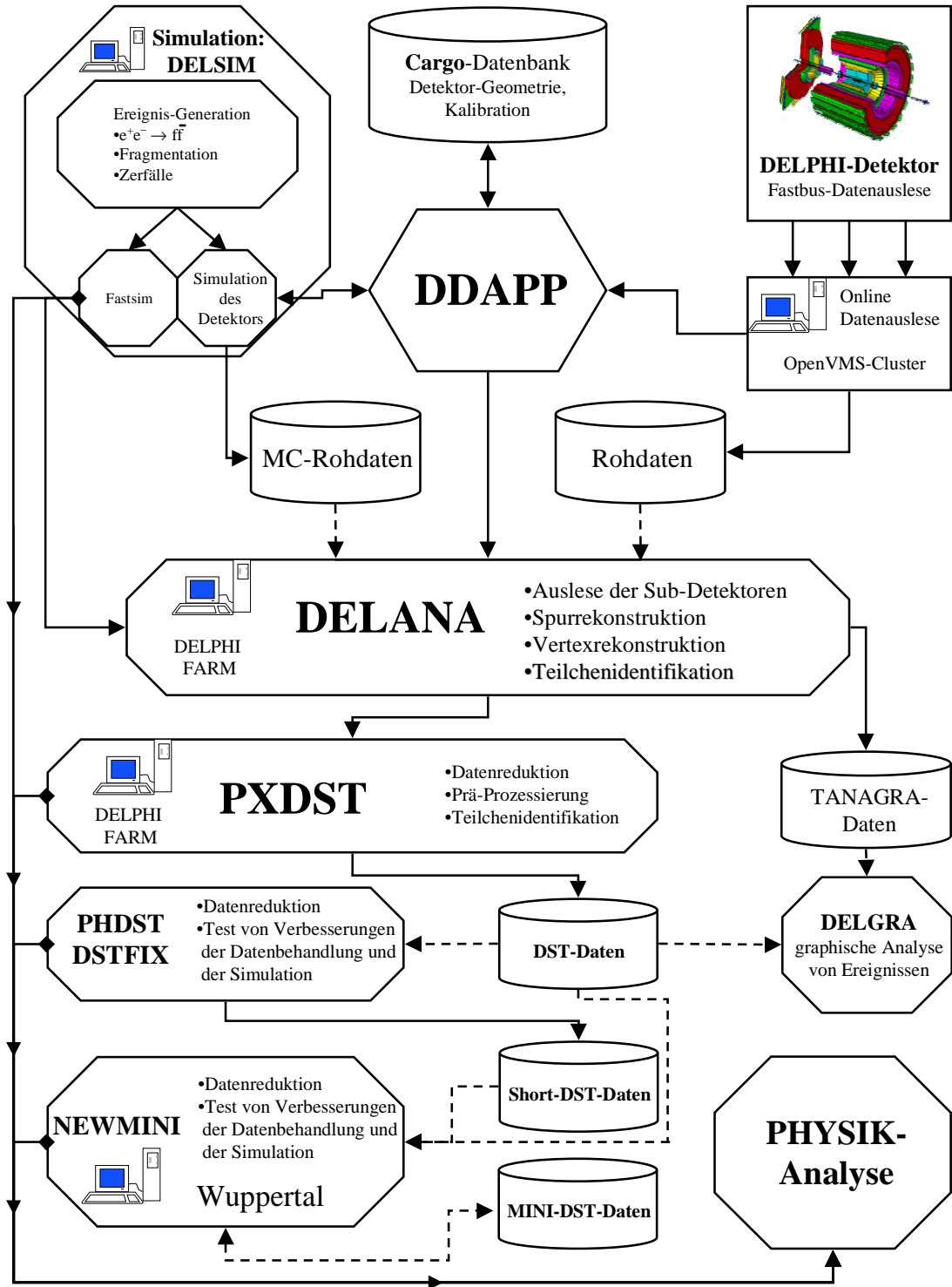


Abbildung 3.3: Datennahme, -verarbeitung und -analyse bei Delphi

# Kapitel 4

## Analyse

Die rekonstruierten Daten sind für sich genommen nur wenig aussagekräftig, da sie zum einen eine Mischung unterschiedlicher Ereignistypen darstellen, zum anderen verschiedenen Störungen aufgrund von Detektor oder Rekonstruktionsfehlern unterworfen sind. Aus diesem Grund müssen weitere Schritte zur Filterung und entsprechenden Korrekturen durchgeführt werden. Obwohl vollständig korrigierte Datensätze für die Jahrgänge 1992 bis 1997 existieren, wurde eine erneute Analyse der Daten vorgenommen, um ein höchstmögliches Maß an Konsistenz zwischen den einzelnen Jahrgängen zu gewährleisten und neuere Verfahren der Untergrundbestimmung verwenden zu können. Es zeigte sich, daß die Ergebnisse mit denen der Arbeiten von [53] und [58] im Rahmen des statistischen Fehlers voll vereinbar sind.

Die Schnitte gliedern sich dabei in die Selektion vertrauenswürdiger Spurmessungen, der allgemeinen Selektion hadronischer Ereignisse zusammen mit energieabhängigen Vetoschnitten für Untergrundereignisse. Darauf folgt eine Subtraktion des geschätzten Untergrundes und eine Korrektur der Verteilung auf die Akzeptanz des Detektors und die Selektion. Diese Schritte werden im folgenden detailliert erläutert.

### 4.1 Die Selektion hadronischer Ereignisse

#### 4.1.1 Spurselektion

Durch die Spurselektion sollen Spuren, die schlecht rekonstruiert oder gar fehlidentifiziert sind, unterdrückt werden. Außerdem kann man durch den Ausschluß von Bereichen des Phasenraumes, in denen die Detektor-Simulation bekannte Probleme aufweist die Qualität der Korrektur verbessern. Für die Analyse wurden folgende Schnitte verwendet:

*Für geladene Spuren:*

- Ein Schnitt auf den Impuls von  $0,4 \text{ GeV}/c < p < 50 \text{ GeV}/c$ . Die Untergrenze bestimmt sich durch die Genauigkeit mit der die Simulation Vielfachstreuung modelliert, während die Obergrenze extreme Impulsfehlmessungen unterdrückt.

- Ein Schnitt auf den Impulswinkel von  $20^\circ < \theta < 160^\circ$ . Außerhalb dieses Bereiches nimmt die Energie- und Spurauflösung des Detektors, aber auch die Genauigkeit der Simulation, rapide ab.
- Ein Schnitt auf die Impaktparameter von  $|\epsilon| < 4\text{cm}$  in der  $x - y$  Ebene und  $|\delta z| < 10\text{cm}$  in  $z$ . Dies unterdrückt Spuren aus sekundären Wechselwirkungen mit dem Detektor, die fälschlicherweise mit dem primären Vertex verknüpft wurden.
- Ein Schnitt auf die gemessene Spurlänge von  $l > 30\text{cm}$  und
- ein Schnitt auf den relativen Impulsfehler  $\Delta p/p < 1$ . Beide sollen die Qualität der Impulsmessung gewährleisten.

*Für ungeladene Spuren:*

- Ein Schnitt auf die deponierte Energie von  $E_{dep} > 0,5\text{GeV}$  und
- ein Schnitt auf den Spurwinkel von  $20^\circ < q < 160^\circ$ .

In vergleichbaren Analysen wie z.B. [58] wurden nur geladene Spuren verwendet, was sich für Daten mit hoher Statistik anbietet, da hier die Inhomogenitäten in der Kalorimetrie des DELPHI Detektors den Akzeptanzfehler sichtbar erhöhen. Da allerdings für alle anderen Energien die Verringerung der Statistik schwerer wiegt, und Konsistenz wichtiger ist als eine Erhöhung des Akzeptanzfehlers, wurden in dieser Analyse für alle Energien geladene wie neutrale Spuren verwendet.

### 4.1.2 Selektion hadronischer Ereignisse

Für alle im folgenden beschriebenen Ereignisaktionen werden die folgenden Schritte gefordert:

- Für die Anzahl geladener Spuren soll gelten:  $n_{ch} \geq 7$ . Dadurch wird der leptonische Untergrund stark unterdrückt.
- Für die totale sichtbare Energie soll gelten:  $E_{vis} > 20\%$ . Damit werden vor allem Ereignisse, die in den nicht erfaßbaren extremen Vorwärtsbereich weisen oder nicht die nominale Schwerpunktsenergie besitzen, wie z.B. Strahl-Gas Ereignisse, abgelehnt.
- Für den Thrust Winkel soll gelten:  $30^\circ < \theta_{Thrust} < 150^\circ$ . Dies reduziert unter anderem  $\gamma\gamma$  Ereignisse.

## 4.2 Die Analyse von Ereignissen auf der Z-Resonanz

Für Ereignisse, die mit einer Energie nahe der Z-Resonanz generiert wurden, müssen keine weiteren Schritte durchgeführt werden. Der einzige noch signifikante Untergrund sind

$\tau\bar{\tau}$  Ereignisse, die einen Anteil  $< 0,2\%$  an der Gesamtheit der Ereignisse besitzen und durch eine einfache Untergrundsubtraktion entfernt werden können. Zur Ermittlung der Verteilung wurde der KORALZ Generator benutzt, der mit der DELSIM Detektorsimulation akzeptanzkorrigiert wurde. Der absolute Wirkungsquerschnitt wurde mit ZFITTER bestimmt. Andere leptonische Zerfallskanäle sind aufgrund ihrer niedrigen Multiplizität vernachlässigbar.

### 4.3 Die Analyse von Ereignissen zwischen Z-Resonanz und W-Schwelle

Durch den großen Wirkungsquerschnitt der Z-Resonanz werden mit  $\alpha_{em}$  unterdrückte radiative Ereignisse gegenüber nichtradiativen Ereignissen auf eine vergleichbare Größenordnung verstärkt, so daß eine direkte Selektion stattfinden muß. Dies geschieht mit dem SPRIME+ Paket [78, 79]. Da die Abstrahlung initialer Photonen dominant, aber nicht ausschließlich im Vorwärtsbereich stattfindet, werden zwei Verfahren für den Fall eines detektierten bzw. eines nicht detektierten Photons angewandt.

Im ersten Verfahren sucht SPRIME+ nach einem detektierten Photon von mindestens 10 GeV Energie, daß innerhalb eines Isolationsradius von  $17^\circ$  kein geladenes Teilchen mit einem Impuls von mehr als 1 GeV aufweist. Besitzt der elektromagnetische Schauer weniger als 70% der Energie, die für eine rekonstruierte Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s'} = M_Z$  erforderlich wären, wird der Isolationsradius auf  $30^\circ$  vergrößert. Ist diese Bedingung erfüllt, wird die Spur als initiales Photon angesehen.

In der weitaus größeren Zahl der Fälle verschwindet das Photon allerdings im Strahlrohr, so daß auf die Existenz des Photons indirekt aus der Ereignistopologie geschlossen werden muß. Zu diesem Zweck wird das Ereignis mit Hilfe eines Cluster Algorithmus (siehe Kapitel A.2) in zwei Jets zusammengefaßt. SPRIME+ verwendet dazu den Durham Algorithmus mit einem Auflösungsparameter von  $y_{cut} = 0,002$ . Da die Richtung eines hypothetischen Photons bis auf das Vorzeichen festgelegt ist, kann man nun die Energie des Photons sowohl aus dem fehlenden Impuls, als auch aus den Winkeln des Restereignisses bestimmen. Man erhält drei Randbedingungen, die das System überbestimmen:

$$\sum p_x = 0 \tag{4.1}$$

$$\sum p_y = 0 \tag{4.2}$$

$$\sum E = \sqrt{s} \pm \sum p_z \tag{4.3}$$

Anhand des  $\chi^2$  der Anpassung des Gleichungssystems kann die Photonhypothese entschieden werden. Falls das Verfahren nicht konvergiert, wird die Photonenergie allein aus den Jetwinkeln berechnet. Dies ist allerdings nur in einem kleinen Prozentsatz ( $\approx 0,3\%$ ) der Fälle notwendig.

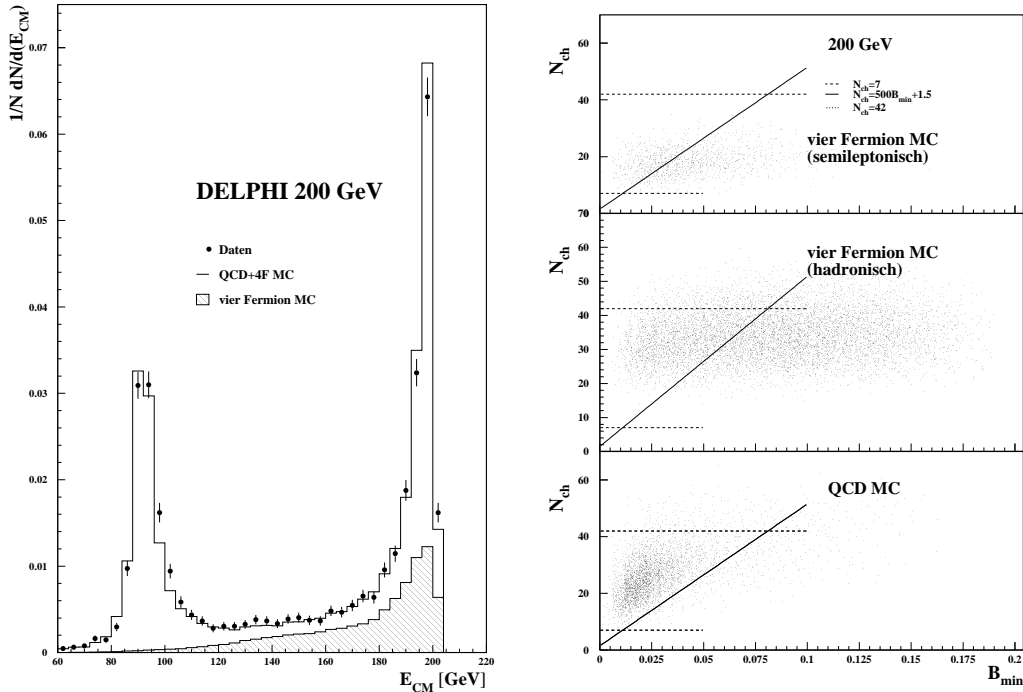


Abbildung 4.1: Links: Die von SPRIME+ vorhergesagte Photonverteilung im Vergleich zu MC Vorhersagen (aus [80]). Rechts: Simulation des vier Fermion Untergrunds und hadronischen Ereignissen in der  $n_{\text{ch}} - B_{\text{min}}$  Ebene. Die oberen beiden Graphen zeigen die Verteilung für hadronische bzw. semileptonische Ereignisse. Die Linien zeigen die gewählten Schnitte.

Für die Selektion von nicht radiativen Ereignissen wird nun gefordert, daß die Schwerpunktsenergie des rekonstruierten Ereignisses mindestens 90% der nominellen Schwerpunktsenergie besitzt.

## 4.4 Die Analyse von Ereignissen oberhalb der W-Schwelle

Oberhalb von 161 GeV werden zusätzlich W Paare gebildet, die bei einem vollhadronischen Zerfall kaum von hadronischen vier Jet Ereignissen aus  $z/\gamma$  Zerfällen zu unterscheiden sind. Ab der Schwelle von 171 GeV kommt es auch zur Z Paarbildung, deren Produktionsrate allerdings erheblich kleiner ist als die des WW Prozesses und eine fast identische Ereignistopologie erzeugt. Da die Form solcher Ereignisse dominant von elektroschwachen Prozessen geprägt wird, sind sie für eine QCD Untersuchung ein großer Störfaktor. Andere Prozesse, wie  $\gamma\gamma$  oder leptonischer Ereignisse spielen dagegen auch für diese Energien eine untergeordnete Rolle.

Die große Ähnlichkeit macht eine effiziente Trennung, ohne Verzerrungen in Observablen

einzuführen, äußerst schwierig. Als beste Schnittkriterien haben sich bisher die geladene Multiplizität und die schmale Jetbreite  $B_{min}$  erwiesen, wobei letztere allerdings zu Problemen bei der Analyse von vierjetartigen Größen führt.

Wurden in vorigen Analysen beide Schnitte getrennt durchgeführt, so konnte O. Passon in [80] zeigen, daß mit einer Linearkombination beider Größen eine bessere Trenneffizienz erreicht werden kann. Für diese Analyse wird als Selektionskriterium gefordert:

$$n_{ch} > 500 * B_{min} + 1.5$$

Alternativ zu  $B_{min}$  kann man auch den D Parameter, das Produkt der Eigenwerte des linearen Impulstensors, als Trennkriterium verwenden. Dies wurde als Gegenteil zur Bestimmung des systematischen Fehlers verwendet.

Analog dem Fall für Z-Schwerpunktenergien wird der vorhergesagte Untergrund von den Daten subtrahiert. Zu diesem Zweck wurde der EXCALIBUR Generator mit der Hadronisierung aus PYTHIA und DELSIM Akzeptanzkorrekturen verwendet.

#### 4.4.1 Die Analyse von Ereignissen unterhalb der Z-Resonanz

LEP wurde nie mit Energien unterhalb von 88 GeV betrieben. Um trotzdem Analysen mit geringeren Schwerpunktsenergien durchführen zu können ohne auf andere Experimente zurückzugreifen, muß diese künstlich erniedrigt werden. Grundidee bei allen untersuchten Verfahren ist es, elektroschwache Prozesse zu selektieren, die im nachfolgenden Zerfall ein isoliertes QCD System mit verringerter Schwerpunktsenergie enthalten. Zuerst werden einige Grundlagen über die relativistische Behandlung dieser Ereignisse besprochen. Im Anschluß wird die gewählte Selektion vorgestellt, gefolgt von der Erläuterung zweier verworfener Methoden.

#### Lorentztransformation und Winkelenergie

Anders als im Fall der Hochenergiedaten, bei denen der Photonimpuls klein ist im Verhältnis zum Gesamtimpuls, treten bei der Selektion von Niederenergieereignissen große Impulsüberträge durch das Photon auf, die die Topologie des Ereignisses stark deformieren. Aus diesem Grund ist es unerlässlich, jedes Ereignis einzeln in sein Ruhesystem zu transformieren, bevor man es weiterverarbeitet.

Um in das Ruhesystem des Restereignisses zu kommen, muß eine Lorentztransformation der Viererimpulse durchgeführt werden, deren Größe von dem abgestrahlten Photon bestimmt wird. Die generalisierte Lorentztransformation für ein Einzelteilchen mit Impuls  $\mathbf{p}'$  und Energie  $\epsilon'$  in das Schwerpunktsystem das eine Energie  $E$ , einen Gesamtimpuls  $\mathbf{P}$  bezüglich des Ruhesystems und eine invariante Masse  $M$  hat, lautet:

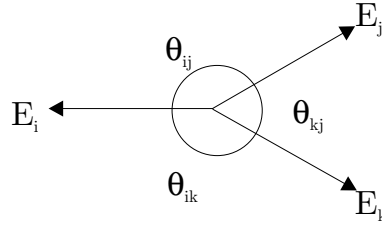
$$\mathbf{p} = \mathbf{p}' + \beta\gamma \left( \frac{\gamma}{\gamma + 1} \beta \mathbf{p}' + \epsilon' \right) \quad (4.4)$$

$$\epsilon = \gamma(\epsilon' + \beta \mathbf{p}') \quad (4.5)$$



$$\beta = \frac{\mathbf{P}}{E}, \gamma = \frac{E}{M} \quad (4.6)$$

Für den Fall dreier Impulse (z.B. zweier Jets und einem Photon) läßt sich aus der allgemeinen Transformationsgleichung eine praktische Formel gewinnen, mit der man die Einzelenergie einer Spur aus dem relativen Winkel der beiden anderen Spuren gewinnt:



$$E_i^{calc} = \frac{|\sin\theta_{jk}|}{|\sin\theta_{ij}| + |\sin\theta_{ik}| + |\sin\theta_{kj}|} E \quad (4.7)$$

Dabei macht man die Annahme, daß das Schwerpunktssystem ruht und die Schwerpunktsenergie bekannt ist. Dies läßt sich als Konsistenztest der eigentlichen Impulsmessung verwenden.

Will man aus der Energie des abgestrahlten Photons die Gesamtenergie des Schwerpunktssystem bestimmen, so muß auch dies relativistisch geschehen:

$$E_{cm} = \sqrt{E^2 * \left(1 - \frac{2E_\gamma}{E}\right)} \quad (4.8)$$

### Die Selektion von Niederenergieereignissen

Photonen werden in allen Phasen des Ereignisses produziert. Für die Analyse ist es aber von eminenter Wichtigkeit, nur Photonen zu auswählen, die den QCD Anteil des Prozesses nicht beeinflussen. Dies kann erreicht werden, indem man harte, isolierte Photonen selektiert. Allerdings sorgt die große Materialmenge dafür, daß 40% der harten Photonen vor dem elektromagnetischen Kalorimeter konvertieren. Außerdem zerfallen  $\pi^0$  Teilchen in zwei Photonen, die bei hohen Energien nur einen kleinen Winkel bilden und vom Kalorimeter nicht aufgelöst werden können.

Um die Zahl der Photonen zu erhöhen werden deshalb auch rekonstruierte Photonen verwendet. Zur Rekonstruktion wird das Programmpaket PXPHOT verwendet, das versucht, möglichst viele Klassen von Konversionen zu identifizieren. Zu diesem Zweck versucht das Programm Elektron-Positron Paare zu finden, die nicht aus dem primären Vertex stammen und für diese eine Wahrscheinlichkeit zu bestimmen, daß es sich um Konversionen handelt. Nicht alle möglichen Rekonstruktionen lassen sich verwenden, da bei einigen die Energie und Impulsauflösung zu stark leidet. Für die Analyse wurden nur Photonen mit dem Rekonstruktionstyp -23 (Konvertierung vor der TPC und Messung von Elektron

und Positron in der TPC), sowie -50 und -51 (Konvertierung hinter der TPC, Messung von Elektron und Positron in OD bzw. HPC) verwendet.

Um eine Trennung zwischen  $\pi^0$  und Photon Ereignissen zu erreichen, wurde auf Arbeiten von P. Kluit zurückgegriffen. Diese basieren auf der hohen Granularität der HPC. Zu diesem Zweck wird der elektromagnetische Schauer in der HPC auf mehrfache Maxima untersucht. Findet man diese, so wird versucht, den Schauer aufzutrennen und mit den beiden neuen Spuren wird die Verträglichkeit der invarianten Gesamtmasse mit der  $\pi^0$  Masse getestet. Die zweite Methode ist die Untersuchung der Hauptachsen des Schauers transversal zur Spurrichtung, da zwei getrennte harte Photonen eher zu elliptisch geformten Schauern neigen als ein einzelnes Photon. Zusätzlich hat sich die Anzahl der HPC Bins  $B$  im Schauer als Kriterium herausgestellt. Aus diesen Einzelkriterien wird dann ein einzelnes  $\chi^2$  Kriterium von der Form:

$$\chi^2 = (\chi_\gamma^2 - \chi_{\pi^0}^2) * B/15$$

Dieses kann dann zur Trennung verwendet werden. Allerdings läßt die Trennschärfe wegen der kleineren Photonwinkel mit steigender Energie stark nach, so daß für höhere Energien härtere Schnitte gemacht werden müssen, was sich wiederum negativ auf die Effizienz auswirkt. Deshalb wurde der Trennwert energieabhängig gewählt:

$E_\gamma$	$\chi_{max}^2$
11-17 GeV	100
17-27 GeV	70
> 27 GeV	25

Außerdem steigt die relative Rate an  $\pi^0$  Ereignissen für Energien  $< 12$  GeV rapide an, so daß sich für die selektierten Photonen eine Untergrenze von 11 GeV ergibt.

Um diese Analysen durchführen zu können ist die Beteiligung der HPC und eines elektromagnetischen Kalorimeters notwendig. Aus diesem Grund werden aus den nichtkonvertierten Photonen nur solche ausgewählt, die in der HPC, bzw. der EMF gemessen wurden.

Die selektierten Photonkandidaten müssen nun auf Isolation vom Restereignis getestet werden. Als Kriterium gilt dabei, daß die Energiedeposition innerhalb eines  $25^\circ$  Kegels weniger als 0.5 GeV beträgt. Da Leckschauer aus der HPC häufig als Neutronen fehlidentifiziert werden, werden Schauer im Hadronkalorimeter mit Neutron Identifikation nicht berücksichtigt. Zusätzlich wird gefordert, daß kein Jet näher als  $20^\circ$  am Photon liegt, wobei zu Definition des Jets der Durham Algorithmus mit einem Auflösungsparameter von 0,06 verwendet wird.

Die Energie des Photons wird nun auf Konsistenz mit dem Restereignis geprüft, indem das Restereignis (d.h. alles bis auf das Photon) in zwei Jets zusammengefaßt wird und aus diesen beiden Jets die Winkelenergie für das Photon bestimmt wird. Es wird gefordert:

$$E_\gamma - 10 \text{ GeV} < E_W < E_\gamma + 5 \text{ GeV} \quad (4.9)$$

Um die Ereignisse wie die von anderen Energiepunkten behandeln zu können, werden Energieintervalle zusammengefaßt. Aufgrund der beschränkten Statistik sind dabei nur

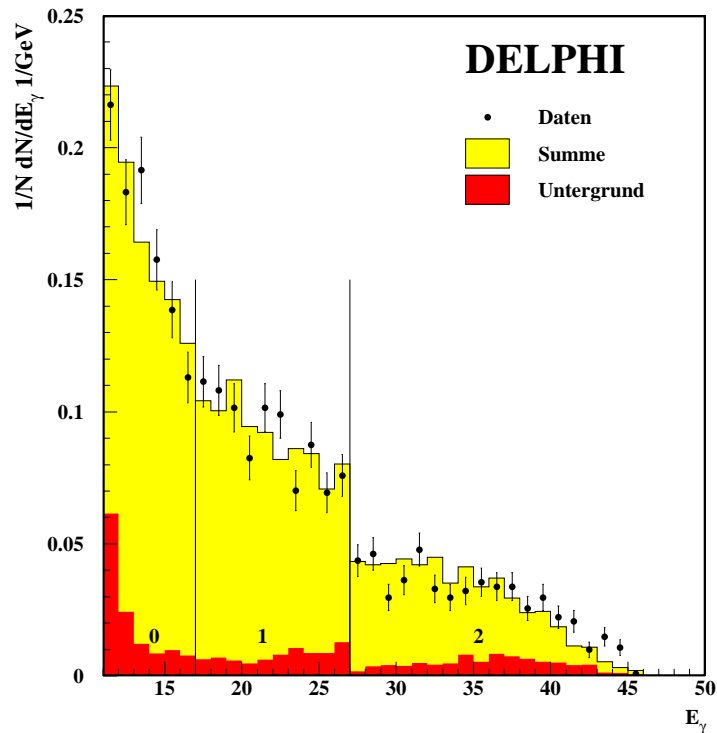


Abbildung 4.2: Die Energieverteilung der Photonabstrahlung für die drei gewählten Energieintervalle.

drei Intervalle möglich. Als Grenzen wurden  $E_\gamma = 11 \text{ GeV}$ ,  $17 \text{ GeV}$  und  $27 \text{ GeV}$  gewählt. Die Ergebnisse werden dabei als Energiepunkte für die mittlere Energie des Intervalls betrachtet. Um Verschmierung durch das Energieintervall auszugleichen wird mit Hilfe des JETSET Generator jeweils ein Ereignissatz mit der Energieverteilung des Intervalls und ein Satz mit der mittleren Energie des Intervalls produziert, um daraus Korrekturfaktoren zu ermitteln.

Der Hauptuntergrund sind fehlrekonstruierte Ereignisse, dabei größtenteils fehlidentifizierte  $\pi^0$  Spuren, aber auch falsche Energiemessungen, die wie Untergrund betrachtet und subtrahiert werden. Zur Untergrundsubtraktion wird JETSET 7.4 mit DELPHI Tuning und DELSIM Akzeptanzkorrektur verwendet.

#### 4.4.2 Alternative Selektionsverfahren

Im folgenden sollen einige Verfahren diskutiert werden, die nicht für die Selektion verwendet wurden. Dies geschieht in der Hoffnung, damit anderen Experimentatoren, die an diesem Gebiet Interesse haben, Einblicke in die Problematik dieser Verfahren zu geben und ihnen Zeit und Mühe zu ersparen.

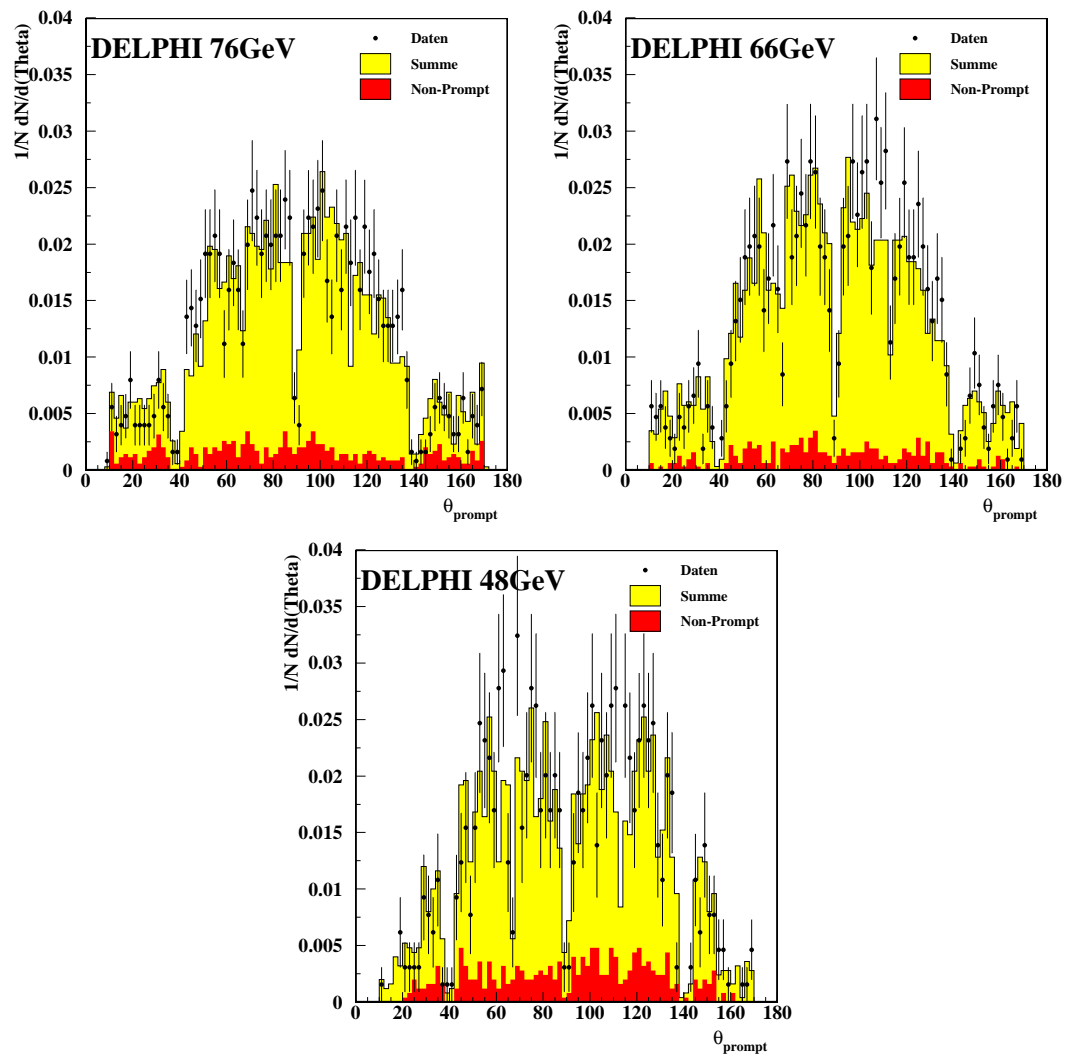


Abbildung 4.3: Die Winkelverteilung der Photonabstrahlung für die drei gewählten Energieintervalle.

### Selektion von Anfangszustandsstrahlung mit dem STIC

Die benutzten Detektoren haben das Problem, daß sie nur Spuren mit einem relativ großem Winkel zur Strahlachse abdecken. Damit besteht die Menge aller selektierten Spuren allerdings fast ausschließlich aus Endzustandsstrahlung, während Anfangszustandsstrahlung kaum selektiert wird. Aus diesem Grund wäre es vorteilhaft, die Vorwärtskalorimeter SAT und STIC für den Nachweis von Photonen verwenden zu können. Für den SAT existieren allerdings keine detaillierten Detektorinformationen auf dem MINI Format, das in Wuppertal zur Verfügung steht, so daß nur der STIC für eine nähere Analyse genutzt werden konnte. Auch hier steht weniger Information zur Verfügung, als der Detektor liefert, da die Auslese der beiden Szintillatorebenen, die vor dem Kalorimeter liegen für Z Daten schon auf DST Niveau nicht korrekt abgespeichert wurde. Mit dieser Information wäre eine Identifikation geladener Spuren möglich gewesen. Auch gibt es keine Teilchenidentifikation für diesen Bereich. Alle Spuren werden als Photon ausgewiesen. Um trotzdem wenigstens eine rudimentäre  $\pi^0$  Identifikation zu erhalten, wurde ein einfacher Algorithmus vergleichbar dem für die HPC verwendet: Alle Türme mit einer gemessenen Energie von mehr als 500 MeV werden als mögliche Einzelschauer angesehen. Nun werden, angefangen vom Kandidaten mit der höchsten Energie, jeweils benachbarte Türme, die mehr als 5% der Energie des Kandidaten haben, zu dem Schauer hinzugefügt. Dies wird iterativ mit dem jeweils zweitgrößtem, übriggebliebenen Kandidaten durchgeführt, bis alle Türme zu Schauern zusammengefaßt sind. Für den Fall, daß sich zwei Schauer überlappen, wird die Energie des betreffenden Turms anteilig aufgespalten. Spaltet der Algorithmus einen Schauer auf, so wird die Spur durch das Isolationskriterium eliminiert. Leider ist die Granularität des STIC nicht ausreichend, um eine wirklich effiziente Trennung durchzuführen.

### Die Selektion semileptonischer WW-Ereignisse

Da für diese Analyse die elektromagnetische Ladung der initialen Quarks keine Rolle spielt, kann man auch auf  $q\bar{q}$  Zerfälle aus W Bosonen zurückgreifen. Allerdings ist die Signatur rein hadronischer WW Zerfälle nur bedingt von 4 Jet Ereignissen aus  $\gamma/Z^0$  unterscheidbar. Außerdem sind die erzeugten W Paare in der Nähe der Produktionsschwelle fast in Ruhe, was die Zusammenfassung von Quarks zu Paaren bei den bisherigen Schwerpunktenenergien erschwert.

Bei semileptonischen WW-Ereignissen dagegen zerfällt ein W Boson hadronisch, während das andere in ein Lepton und ein Neutrino zerfällt. Daraus ergibt sich eine sehr charakteristische Signatur, die sich aus einem hochenergetischem Lepton und fehlendem Impuls in der dem Lepton entgegengesetzten Richtung zusammensetzt. Die verwendete Selektion entspricht der bei DELPHI üblichen WW Vorgehensweise, wie sie z.B. in [47] beschrieben ist.

Zusätzlich zu den obigen Standardschnitten wird ein fehlender Beitrag am Gesamtimpuls von mindestens 10% der Schwerpunktenenergie als Indiz für das Neutrino gefordert. Für den leptonischen Teil wird nach einem Elektron oder Muon mit mindestens 20 GeV gesucht, bei dem innerhalb eines Isolationsradius von  $10^\circ$  weniger als 5 GeV Energiedeposition

gefunden werden. Der Abstand zum nächsten geladenen Teilchen mit mehr als 1 GeV sollte mehr als  $10^\circ$  betragen. Falls mehrere Spuren diesen Anforderungen genügen, wird die mit der höchsten Energie verwendet. Da der Impuls des leptonisch zerfallenen W in Bezug auf das Schwerpunktsystem sehr viel kleiner ist, als der Impuls der Zerfallsprodukte im Ruhesystem des W, kann man davon ausgehen, daß auch im Schwerpunktsystem Lepton und Neutrino relativ zueinander entgegengesetzt liegen. Deshalb wird gefordert, daß zwischen Lepton und fehlendem Impuls einen Winkel von mindestens  $70^\circ$  besteht.

Um den radiativen Untergrund zu unterdrücken, werden Ereignisse mit einem Photon mit mehr als 20 GeV Energie abgelehnt, da diese mit hoher Wahrscheinlichkeit aus ISR oder FSR Ereignissen stammen und die Zerfallsenergie unter die W-Schwelle drücken. Außerdem werden Ereignisse abgelehnt, bei denen der Winkel des fehlenden Impulses  $\theta$  zu nahe an der Z-Achse liegt, da diese von ISR Photonen, die im Strahlrohr verloren gegangen sind, hervorgerufen werden können. Man fordert:  $|\cos \theta_{miss}| < 0.94$

Um den Untergrund aus semileptonischen ZZ-Ereignissen zu verringern, werden solche Ereignisse abgelehnt, die ein zweites Lepton der gleichen Art mit mehr als 5 GeV Energiedeposition innerhalb von  $10^\circ$  besitzen.

Um auch fehlidentifizierte Leptonen zu selektieren, wird im Falle eines fehlenden Leptons mit den obigen Eigenschaften das höchstenergetische geladene Teilchen mit einem Isolationswinkel von  $25^\circ$  als Leptonkandidat selektiert. In diesem Fall werden allerdings härtere Schnitte auf den fehlenden Impuls (20 GeV) und dem Winkel zur Z-Achse ( $|\cos \theta_{miss}| < 0.85$ ) gefordert.

Derart selektierte Ereignisse werden nun einer Optimierung unter Randbedingungen unterworfen. Dazu werden die restlichen Spuren in zwei Jets zusammenfaßt, von denen man annimmt, daß sie aus dem hadronischen Zerfall des anderen W stammen. Für die beiden Jets, das Lepton und dem imaginären Neutrino gelten dann folgende Randbedingungen:

- Das Gesamtsystem besitzt eine bekannte Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$
- Das Gesamtsystem befindet sich in Ruhe.
- Die invariante Masse des Jet Paares und von Lepton und Neutrino entsprechen der W Masse

Da der Impuls des leptonisch zerfallenden W von vornherein bestimmt ist, gewinnt man aus der Optimierung zum einen die Richtung des W, zum anderen die Wahrscheinlichkeit für diese Konfiguration. Ist die Wahrscheinlichkeit kleiner als 0.1%, so wird das Ereignis verworfen. Ansonsten wird das Ereignis selektiert und das hadronische System in sein Ruhesystem transformiert.

Auf diese Art und Weise könnte ein weiterer fester Energiepunkt erzeugt werden, der relativ Nahe an der Z Resonanz liegt und über eine vergleichsweise hohe Statistik und niedrigen Untergrund verfügt. Allerdings haben WW Ereignisse einen Haken, der sich erst bei genauerer Inspektion der Simulation eröffnet: Fast die Hälfte aller Ereignisse besitzt signifikante ISR Abstrahlung, die das Ereignis verzerrt. Diese kann aber nicht mehr in die Anpassung eingeführt werden, da damit das Gleichungssystem unterbestimmt wird.

Leider erweist sich die Abstrahlung als zu groß, um durch einen einfachen Korrekturfaktor eliminiert werden zu können. Deshalb wurde diese reizvolle Idee nicht weiter verfolgt.

## 4.5 Untergrundsubtraktion

Für die Subtraktion des Untergrundes gleich welcher Art muß deren absolute Rate für jeden untersuchten Teilbereich bekannt sein. MC Generatoren liefern sehr gute Ergebnisse für das Signal Untergrund Verhältnis. Die Verbindung zwischen der totalen Produktionsrate und der Luminosität einer MC Simulation ist aber nicht trivial, da im möglichen Phasenraum dort Schnitte angebracht werden, wo die Theorie divergiert. Deshalb muß der theoretische Wirkungsquerschnitt extern, z.B. durch Programme wie ZFITTER, berechnet werden. Es gilt, die Kenntnis über die Form und Anzahl von Signal und Untergrund so zu nutzen, daß man nur eine kleine Unsicherheit erhält. Für die Analyse wurden deshalb zwei Verfahren gewählt.

### 4.5.1 Luminositätsansatz

Dabei wird die absolute Rate des Untergrundes aus der Luminositätsmessung von DELPHI und dem angegebenen Wirkungsquerschnitt bestimmt:

$$N_i = \sigma_i * \mathcal{L} * N_{sel}^{MC} / N_{tot}^{MC} \quad (4.10)$$

Dabei gibt  $N_{sel}^{MC} / N_{tot}^{MC}$  Das Verhältnis der selektierten Ereignisse zur totalen Produktionsrate an. Dies ist der bevorzugte Ansatz für W,Z und  $\tau$  Untergrund, da hier der Wirkungsquerschnitt mit der Gesamtzahl der generierten Ereignisse weitgehend identisch ist. Gleichzeitig werden alle Untergrundraten getrennt voneinander bestimmt und es wird die Korrektur des Z Wirkungsquerschnitts auf radiative Ereignisse vermieden, die vom MC nicht richtig beschrieben wird. Für  $\tau$  wurde das Ergebnis von ZFITTER, für W und Z Ereignisse wurde der für das MC angegebene effektive Wirkungsquerschnitt verwendet.

### 4.5.2 Verhältnis der effektiven Wirkungsquerschnitte

Im Falle der Niederenergieereignisse ist die effektive Luminosität durch die harten Schnitte in die Ereignismenge und die Unsicherheiten in der absoluten Rate der radiativen Ereignisse stark fehlerbehaftet. Da außerdem in diesem Fall Signal und Untergrund durch den gleichen Generator beschrieben werden, bietet es sich an, den Untergrund durch das Verhältnis der effektiven Wirkungsquerschnitte  $\sigma_{eff} = N_{sel} / N_{tot} * \sigma$  zu beschreiben. Dabei nimmt man an, daß die gesamte Datenmenge durch Signal und Untergrund MC beschrieben wird:

$$\sigma_{Data} = \sigma_{eff}^{SignalMC} + \sum_i \sigma_{eff}^{BackMCi} \quad (4.11)$$

womit man die Luminosität aus dem so berechneten Wirkungsquerschnitt bestimmen kann:

$$\mathcal{L} = N_{sel}^{Data} / \sigma_{Data} \quad (4.12)$$

Der Nachteil der Methode ist, daß anstelle eines Meßwertes ein Theoriewert benutzt wird. Außerdem muß man annehmen, daß man alle Untergrundtypen kennt. Der Vorteil für Niederenergiwerte ist, daß der absolute Wert des MC Wirkungsquerschnitts keine Rolle mehr spielt, da nur noch das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte eingeht.

$E_{cm}$ [ GeV ]	$\sigma$ [ pb ]	$\sigma_{eff}$ [ pb ]	$\mathcal{L}$ [ pb <sup>-1</sup> ]	$N_{sel}$	$\epsilon$	$p$
45.2	-	-	-	650	0.255	0.842
66.0	-	-	-	1099	0.283	0.913
76.3	-	-	-	1212	0.238	0.876
89.4	9658.	9509.3	17.02±0.02	148254	0.843	0.998
91.3	30486.	30079.9	92.33±0.41	2.5 · 10 <sup>6</sup>	0.845	0.999
93.0	14007.1	13756.5	18.57±0.02	229616	0.844	0.999
133.2	291.5	69.2	11.91±0.03	850	0.958	1.
161.4	147.	32.3	10.08±0.04	282	0.711	0.992
172.3	121.	27.5	9.93±0.05	219	0.729	0.956
183.1	100.4	23.4	53.97±0.09	1035	0.733	0.930
189.2	99.8	21.1	150.72±0.16	2774	0.749	0.909
192.2	96.0	20.2	25.86±0.08	433	0.757	0.889
196.2	90.0	19.2	77.50±0.14	1288	0.754	0.876
200.1	85.2	18.2	80.92±0.15	1281	0.767	0.857
202.1	83.3	17.7	29.61±0.09	624	0.764	0.890

Tabelle 4.1: Die Statistik der Datennahme für einzelne Energien.  $\sigma$  ist der theoretische Wirkungsquerschnitt,  $\sigma_{eff}$  Der Wirkungsquerschnitt nach dem ISR Schnitt.  $\mathcal{L}$  ist die gemessene Luminosität.  $N_{sel}$  stellt die Gesamtzahl aller Ereignisse vor bzw. nach der Ereignisselektion dar.  $\epsilon$  ist die Selektionseffizienz für hadronische Spuren.  $p$  stellt die aus MC bestimmte Reinheit dar.

## 4.6 Akzeptanz- und Hadronisierungskorrekturen

Nach der Subtraktion von Untergrundereignissen entsprechen die gemessenen Größen zwar einer Messung des reinen Signals, allerdings nur so, wie es vom Detektor erfaßt worden wäre. Um einen Vergleich mit der Theorie anstellen zu können, müssen auch die Detektoreffekte korrigiert werden. Dazu gehören die begrenzte Auflösung, fehlrekonstruierte Spuren, Spurverluste und sekundäre Wechselwirkungen mit dem Detektormaterial, die in der Summe zu einer Verschmierung des ursprünglichen Signals führen.

Einen Schritt weiter geht man, wenn man einen Vergleich mit Rechnungen durchführen will, die auf Partonniveau durchgeführt wurden. In diesem Fall sind die im Detektor gemessenen Spuren selbst Zerfallsprodukte aus Partonschauer und Hadronisierung.



Der Effekt läßt sich zusammenfassend so beschreiben, daß die Observablen einer Faltungsfunktion  $F$  unterworfen werden, die zum einen den Wert einer Observablen systematisch verschiebt, sie zum anderen statistisch verschmiert:  $D'(x) = \int F(x, y)D(y)dy$ . Um diesen Effekt zu korrigieren wird die Faltungsfunktion aus der  $q\bar{q}$ -Simulation bestimmt und eine Korrekturfunktion ermittelt. Dabei stehen mehrere Verfahren zur Auswahl:

- Die offensichtlichste Methode besteht in der Histogrammierung der Faltungsfunktion, und ihrer Inversion:  $D_y = F_{xy}^{-1}D'_x$

Diese Methodik wird allerdings selten verwendet, da die Matrix nicht exakt bestimmt ist, sondern statistischen Fluktuationen unterliegt. Dies hat zur Folge, daß, selbst wenn die Matrix ihren maximalen Rang hat, typischerweise mehrere Eigenwerte schwach konditioniert, d.h. im Rahmen ihres Fehlers mit 0 vereinbar sind, was die Stabilität der Inversion zerstört. Es gibt verschiedene Ansätze, dieses Problem zu mindern, die typischerweise darauf hinauslaufen, die Faltungsfunktion künstlich zu glätten, sei es durch Anpassung einer glatten Funktion an die Matrix oder das Abschneiden höherer Frequenzen der Fouriertransformierten, oder indem man die Inversion durch zusätzliche Annahmen stabilisiert. Für die meisten Ereignisformvariablen steht der Aufwand allerdings in keinem Verhältnis zum Ergebnis, so daß meistens eine einfachere Korrekturmethode verwendet wird:

- Die einfachste Methode ist, den Quotienten der Projektionen der Faltungsfunktion zu ermitteln und eine einfache, multiplikative Korrektur durchzuführen:

$$D_y = \frac{\sum_x F_{xy}}{\sum_x F_{yx}} D'_y \quad (4.13)$$

Damit diese Vereinfachung gültig ist, müssen die Intervallgrenzen der Histogramme so gewählt sein, daß der Großteil aller Ereignisse vor und nach der Korrektur im selben Intervall verbleiben. Man ist damit in der Auflösung der Observablen sowohl durch Verschmierungen, als auch durch Transformationen beschränkt.

- Die Ergebnisse der nichtperturbativen Analyse bei der Hadronisierungskorrektur zeigen, daß die Korrektur gut durch eine Verschiebung parametrisiert werden kann. Es liegt also nahe, auch die Faltungsfunktion aus der Simulation in ähnlicher Weise zu verwenden. Eine Möglichkeit ist die Bestimmung einer Verschiebungsfunktion über :

$$C(y) = \int x * F(x, y)dx \rightarrow D(x) = D'(C(y)) * \dot{C}(y) \quad (4.14)$$

Wobei in der Praxis die  $C$  Funktion als Interpolation über die Stützstellen eines Histogramms implementiert wird. Bei dieser Methode muß die Intervallbreite vor der Korrektur sehr klein gewählt werden, um Abweichungen aus der Nichtlinearität der Funktion zu minimieren. In einem zweiten Schritt muß dann das Histogramm so stark vergrößert werden, so daß die Binbreite der Verschmierung entspricht.

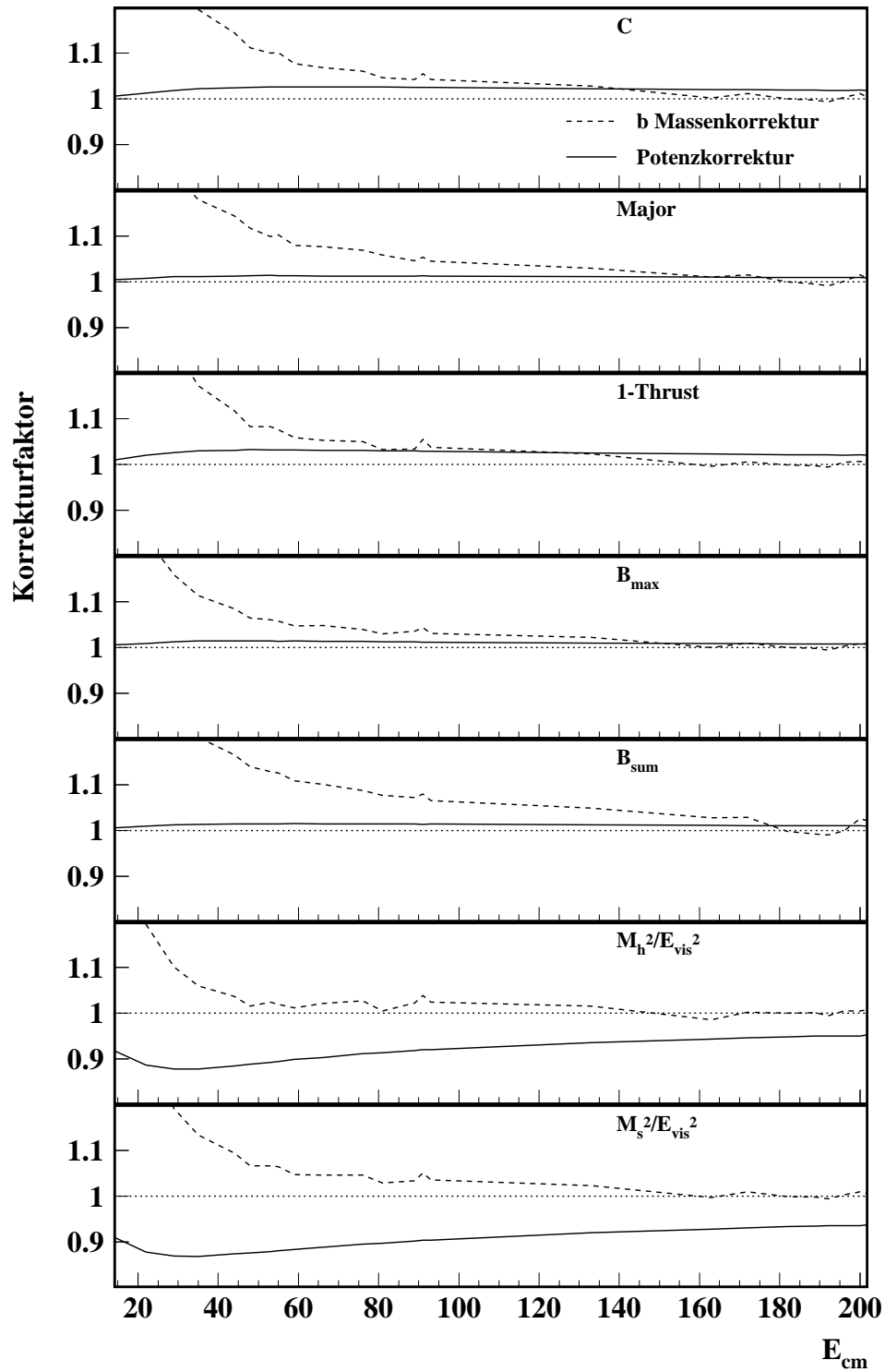


Abbildung 4.4: Massenkorrekturen in Abhängigkeit der Energie. Durchgezogene Linie: Der relative Unterschied zwischen Standard und E-Schema für verschiedene Observablen als Funktion der Energie. Gestrichelte Linie: b Massenkorrektur.

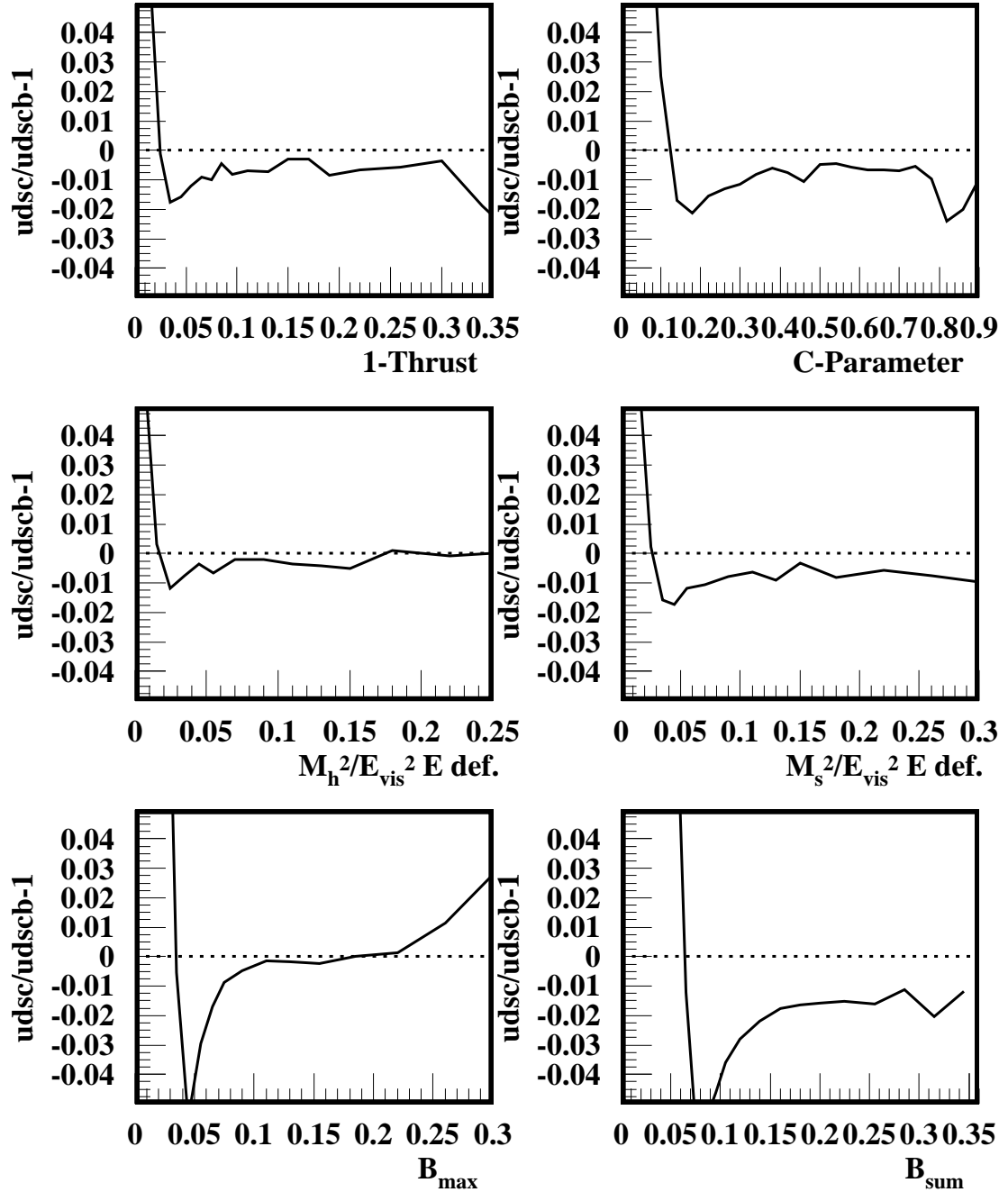


Abbildung 4.5: B Massenkorrektur für verschiedene differentielle Observablen bei 91.2 GeV .

## 4.7 Massenkorrekturen

In allen vorgestellten Theorien wird explizit die Masse vernachlässigt. Experimentell zugängliche Größen sind allerdings nicht frei von Masseneffekten. Im folgenden soll eine Abschätzung der nötigen Korrekturen vorgenommen werden. Allgemein kann man zwischen Masseneffekten aus dem Anfangszustand und solchen aus dem Endzustand unterscheiden. Erstere werden durch den  $b$ -Zerfall dominiert, während letztere werden durch die endliche Masse der Endzustandteilchen bewirkt werden.

Rund 22% aller Zerfälle geschehen über den  $b$ -Kanal. Der Einfluß der  $b$ -Masse ist vielfältig. Es kommt zu verringerter Gluon-Abstrahlung, größeren Transversalimpulsen und höherer Multiplizität. Um den Effekt summarisch zu untersuchen wurden, für jede Energie mit PYTHIA 6.1 jeweils 100.000 Ereignisse mit dem normalen Quark Verhältnis und 100.000 reine  $b$  Ereignisse generiert. Es zeigt sich, daß für Mittelwerte auf der  $Z$ -Resonanz Korrekturen in der Größenordnung von einigen Prozent vorhergesagt werden. Diese Korrekturen steigen mit fallender Energie stark an, wie in Grafik 4.4 gezeigt wird. In Grafik 4.5 wird das Verhalten der Korrektur für differentielle Verteilungen gezeigt. Man sieht, daß der Einfluß im reinen zwei Jet Bereich am größten ist, und in Richtung des reinen vier Jet Bereichs stark abfällt. Für differentielle Verteilungen ist die Form der Korrektur relativ energieunabhängig, so daß hier nur das Verhalten für 91.2 GeV gezeigt wird.

In der Arbeit von Salam und Wicke [86] werden aufgrund der Masseneffekte zusätzliche Potenzkorrekturen vorhergesagt. Dabei unterscheiden sie zwischen universellen und nicht-universellen Korrekturen. Letztere rühren daher, daß in der Definition einer Observablen der Viererimpuls verwendet wurde, was zu einer indirekten Abhängigkeit von der invarianten Masse des Viererimpulses führt. Dies läßt sich auf einfache Art beheben, indem man den Viererimpuls masselos setzt. Dazu kann man wahlweise die Energie mit dem Gesamtimpuls gleichsetzen ( $p$ -Schema) oder den Gesamtimpuls so umskalieren, daß er der Gesamtenergie entspricht ( $E$ -Schema). Damit wird zwar entweder die Energie- oder die Impulserhaltung verletzt – da der Detektor aber für die meisten Spuren keine getrennte Energie und Impulsmessung liefert ist dies eine vertretbare Vereinfachung. Eine MC-Studie zeigt, daß diese Art der Korrektur nur für die Jetmassen zu wirklich großen Korrekturen führt, wie in 4.4 deutlich zu sehen ist. Aus diesem Grund wird in allen Analysen für die Jetmasse das  $E$ -Schema bevorzugt verwendet, während für alle anderen Observablen die übliche Definition beibehalten wurde.

## 4.8 Die Bestimmung des systematischen Fehlers

Als systematischen Fehler wird in dieser Arbeit der Teil der Gesamtunsicherheit bezeichnet, der durch eine Erhöhung der Statistik nicht direkt verringert werden kann. D.h. bei einer sehr hohen Statistik würde der hier angegebene statistische Fehler gegen Null gehen, während der systematische Fehler gegen einen festen Wert konvergiert, der das begrenzte Wissen über Detektor und Theorie widerspiegelt. Nach dieser Definition zählt der statistische Fehler der Simulation zu den statistischen Fehlern, während er in früheren Arbeiten

als systematische Fehler gezählt wurde [53]. Dies kann zu kleineren Abweichungen führen. Im folgenden sollen einige Quellen systematischer Unsicherheiten untersucht werden, die unterschiedliche Ursprünge haben:

- Unsicherheiten über Detektoreigenschaften
- Unsicherheiten über Generatormodelle
- Unsicherheiten über Theoriewerte

Um die Größe der systematischen Fehler aufgrund von Detektoreigenschaften studieren zu können, wurde die Analyse mehrfach wiederholt, wobei für die Analyse jeweils eine der Selektionskriterien variiert wurde. Bei einfachen Variation wurde die daraus resultierende Differenz  $|\Delta|$  zum Ursprungswert als systematischer Fehler gewertet. Für unsymmetrische Variationen wurde das Mittel beider Abweichungen  $(|\Delta_-| + |\Delta_+|)/2$  verwendet.

Die folgende Variationen wurden dabei standardmäßig betrachtet. Zusätzliche Schnittvariationen, die spezifische Fehlerquellen einzelner Analysemethoden betreffen, werden im Zusammenhang mit der Analyse besprochen.

Der Schnitt in die geladene Multiplizität wurde um jeweils eine Einheit auf 6 bzw. 8 geändert. Der Schnitt in den Polarwinkel von Thrust wurde auf  $25^\circ$  bzw.  $35^\circ$  gesetzt und der Schnitt auf die sichtbar Energie wurde zwischen 0.45 und 0.55 variiert. Für Hochenergie-daten wurde der  $\sqrt{s_{\text{rec}}}$  Schnitt auf 0.8 erniedrigt. Für Daten mit Schwerpunktsenergien oberhalb der WW Schwelle wurde die Wichtung von  $B_{\text{min}}$  auf 480 abgesenkt und der WW Wirkungsquerschnitt wurde konservativ um 5% erhöht.

Für Analysen, die Hadronisierungskorrekturen verwenden, wurde PYTHIA gegen ARIADNE ersetzt. Zusätzlich wurden 10% der Hadronisierungskorrektur direkt als systematischer Fehler genommen. Für die kinematisch dominierte b Massenkorrektur wurde konservativ eine Variation von  $\pm 20\%$  angenommen.

Für alle skalenabhängigen Größen wurde die Skala  $f$  zwischen 0.5 und 2 variiert.

### 4.8.1 Signifikanz

Da man mit der Variation eines Schnittparameters gleichzeitig die Grundgesamtheit aller verwendeten Ereignisse ändert, kommt es neben systematischen Abweichungen auch unweigerlich zu zusätzlichen statistischen Fluktuationen. Um den Einfluß der Fluktuationen zu minimieren, sollte man Variationen, deren Ergebnis von statistischen Schwankungen dominiert werden aus der Bestimmung des systematischen Fehlers ausschließen. Zu diesem Zweck wird im folgenden ein Ausschlußkriterium für systematische Abweichungen entwickelt.

In [53] wurde die statistische Schwankung des systematischen Fehlers durch sog. Sub-sampling bestimmen. Diese Methode basiert auf dem Gesetz der großen Zahlen, welches besagt, daß die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Summe einer großen Anzahl von Stichprobenwerten sich unabhängig von der Dichteverteilung der zu messenden Größe wie eine

Gaußverteilung verhält. Die Variation der Erwartungswerte von Teilmengen der Stichprobe verhält sich demnach wie eine gaußverteilte Größe, solange die Teilmenge groß genug ist.

Zur Bestimmung der Signifikanz einer Schnittvariation sind diese Methoden geeignet, allerdings mit einem erhöhtem technischen Aufwand verbunden. Statt dessen soll hier eine vereinfachte Methode verwendet werden. Alle verwendeten Schnitte haben die Eigenschaft monoton zu sein, d.h. falls ein Ereignis  $x_i$  für die Schnittgröße  $y$  selektiert ist, so ist sie dies auch bei einem schwächerem Schnitt  $y'$ . Für die Signifikanz der Variation ist demnach nur die Differenzmenge zwischen beiden Schnitten ausschlaggebend. Eine Variation ist dann signifikant, wenn sich der Wert der Differenzmenge im Rahmen seines statistischen Fehlers eindeutig vom Wert der Gesamtmenge unterscheidet. Man betrachtet also das Ergebnis der Grundmenge als fehlerfrei und bestimmt den Fehler aus der Differenzmenge. Der Einfachheit halber werden dabei akzeptiertes und generiertes Monte-Carlo als unkorreliert und die Gesamtanzahl aller Ereignisse  $N + \Delta N$  als fehlerfrei angesehen. Die zu untersuchende Größe ist also:

$$d_{acc} = \frac{N}{N + \Delta N} (d + \Delta d - \sum_i (b_i + \Delta b_i)) * \frac{m_{gen} + \Delta m_{gen}}{m_{acc} + \Delta m_{acc}} - (d - \sum_i (b_i)) * \frac{m_{gen}}{m_{acc}} \quad (4.15)$$

Die Varianz von  $d_{acc}$  kann bei kleinen Variationen in guter Näherung auch durch die Differenz der Varianzen von Ursprungswert und Variation ermittelt werden. Für relevante systematische Abweichungen wird deshalb gefordert:  $d_{acc} \gg \Delta d_{acc}$ .

## 4.9 Ergebnisse

Als Beispiel für die resultierenden Verteilungen wird hier in den Diagrammen 4.6 und 4.7 die Observable Major für Energien zwischen 45 und 202 GeV im Vergleich zu Vorhersagen von Jetset und Ariadne gezeigt. Tabellen und Diagramme für viele weitere Observablen finden sich im Anhang. Mit Ausnahme der niedrigsten Energie von 45 GeV sind beide Simulationen praktisch ununterscheidbar. Daten und Monte Carlo stimmen sehr gut überein. Die Übereinstimmung ist auch für die anderen Observablen sehr gut.

Grafik 4.8 zeigt Mittelwerte im Intervall zwischen 45 und 202 GeV für verschiedene Observablen. Die Jetmassen werden sowohl in der Standard als auch in der E Definition dargestellt. Zum Vergleich werden Ergebnisse der Jetset Simulation gezeigt. Auch hier wird eine gute Übereinstimmung gesehen. Die gestrichelte Linie in Grafik 4.8 zeigt den Mittelwert auf Parton Niveau. Man kann sehen, daß die Hadronisierungskorrektur, daher die Differenz zwischen Hadron und Parton Niveau, für die Observablen  $\langle \text{Major} \rangle$ ,  $\langle M_h^2 / E_{vis}^2 \rangle$ , und  $\langle B_{max} \rangle$  am kleinsten ist. Auch stimmt die Steigung von Hadron und Parton Niveau bei diesen Observablen am besten überein. Differenzgrößen wie  $\langle M_d^2 / E_{vis}^2 \rangle$  die eigentlich entwickelt wurden um Hadronisierungseffekte zu kompensieren, zeigen dagegen größere Korrekturen. In diesen Fällen hat die Korrektur sogar ein anderes Vorzeichen als für andere Observablen und teilweise ist die Steigung zwischen Parton und Hadron Niveau entgegengesetzt. Das Verhalten der Hadronisierungskorrektur zeigt eine klare Präferenz für

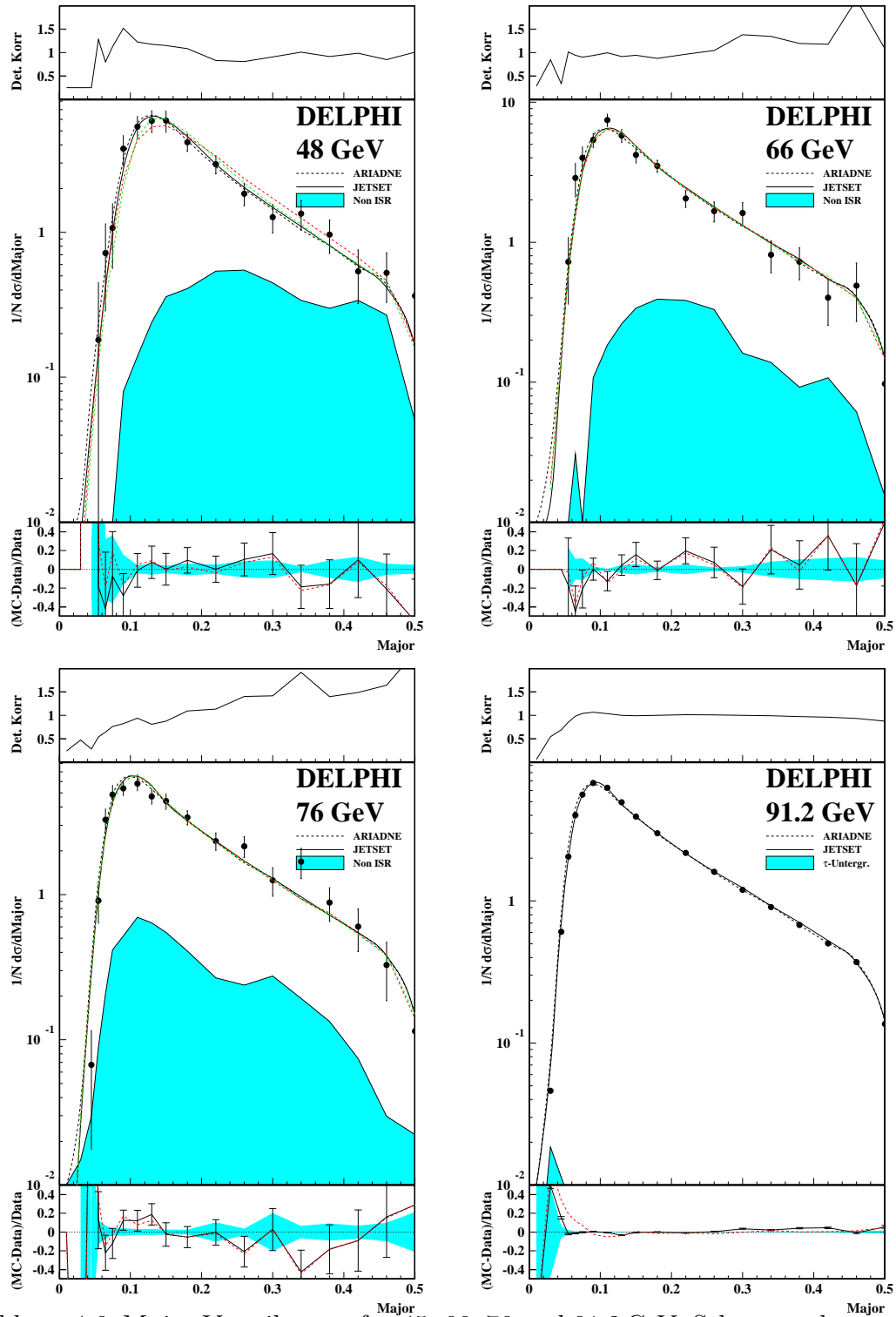


Abbildung 4.6: Major Verteilungen für 45, 66, 76 und 91.2 GeV Schwerpunktsenergien Im Vergleich zu Vorhersagen von Jetset und Ariadne. Das obere Diagramm zeigt die Größe der Detektorkorrekturen. Das untere Diagramm zeigt das Residuum zwischen Daten und Monte Carlo für Jetset (durchgezogene Linie) und Ariadne (gepunktete Linie), den statistischen Fehler (Balken) und den systematischen Fehler (Band).

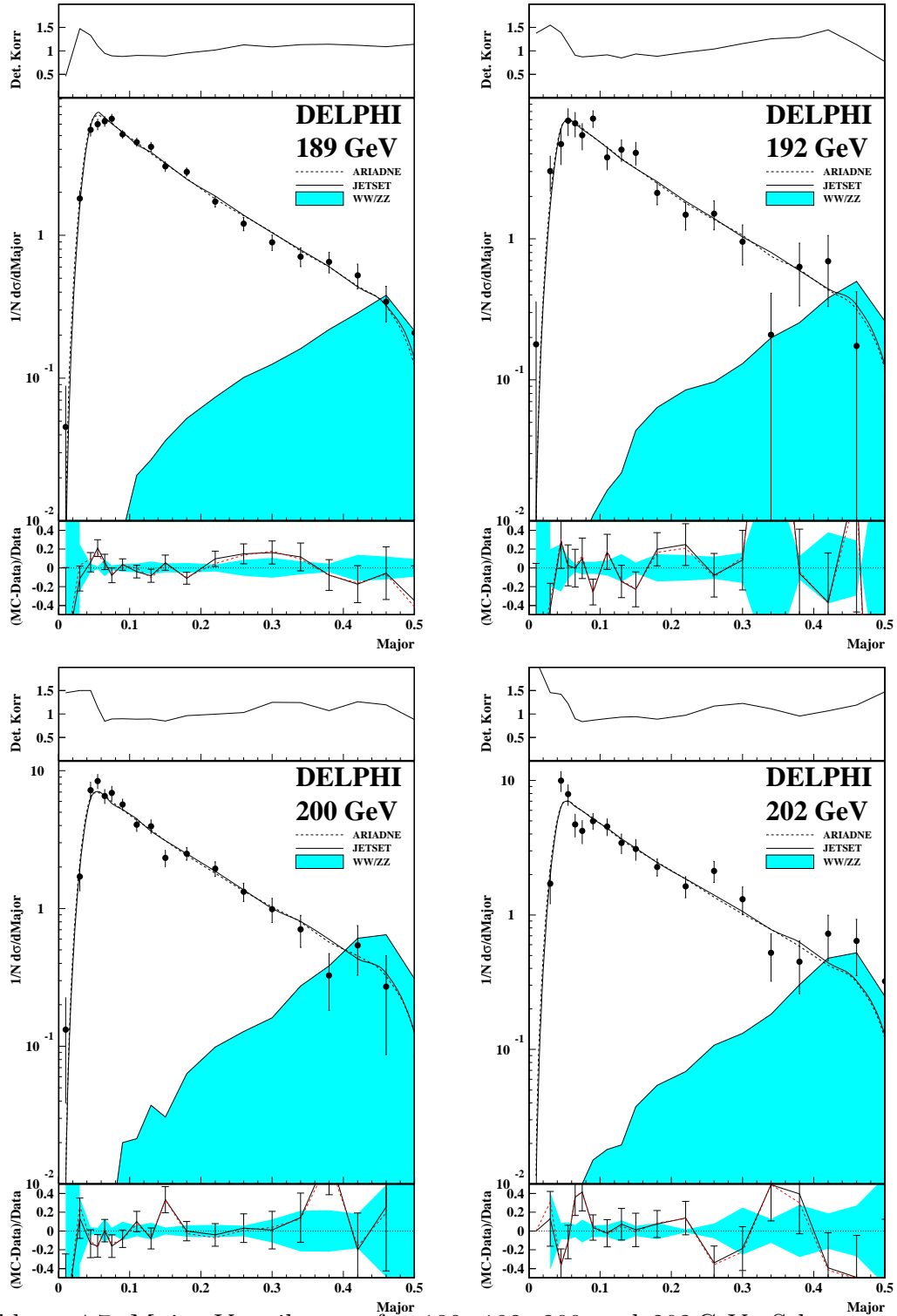


Abbildung 4.7: Major Verteilungen für 189, 192, 200 und 202 GeV Schwerpunktsenergien Im Vergleich zu Vorhersagen von Jetset und Ariadne. Das obere Diagramm zeigt die Größe der Detektorkorrekturen. Das untere Diagramm zeigt das Residuum zwischen Daten und Monte Carlo für Jetset (durchgezogene Linie) und Ariadne (gepunktete Linie), den statistischen Fehler (Balken) und den systematischen Fehler (Band).



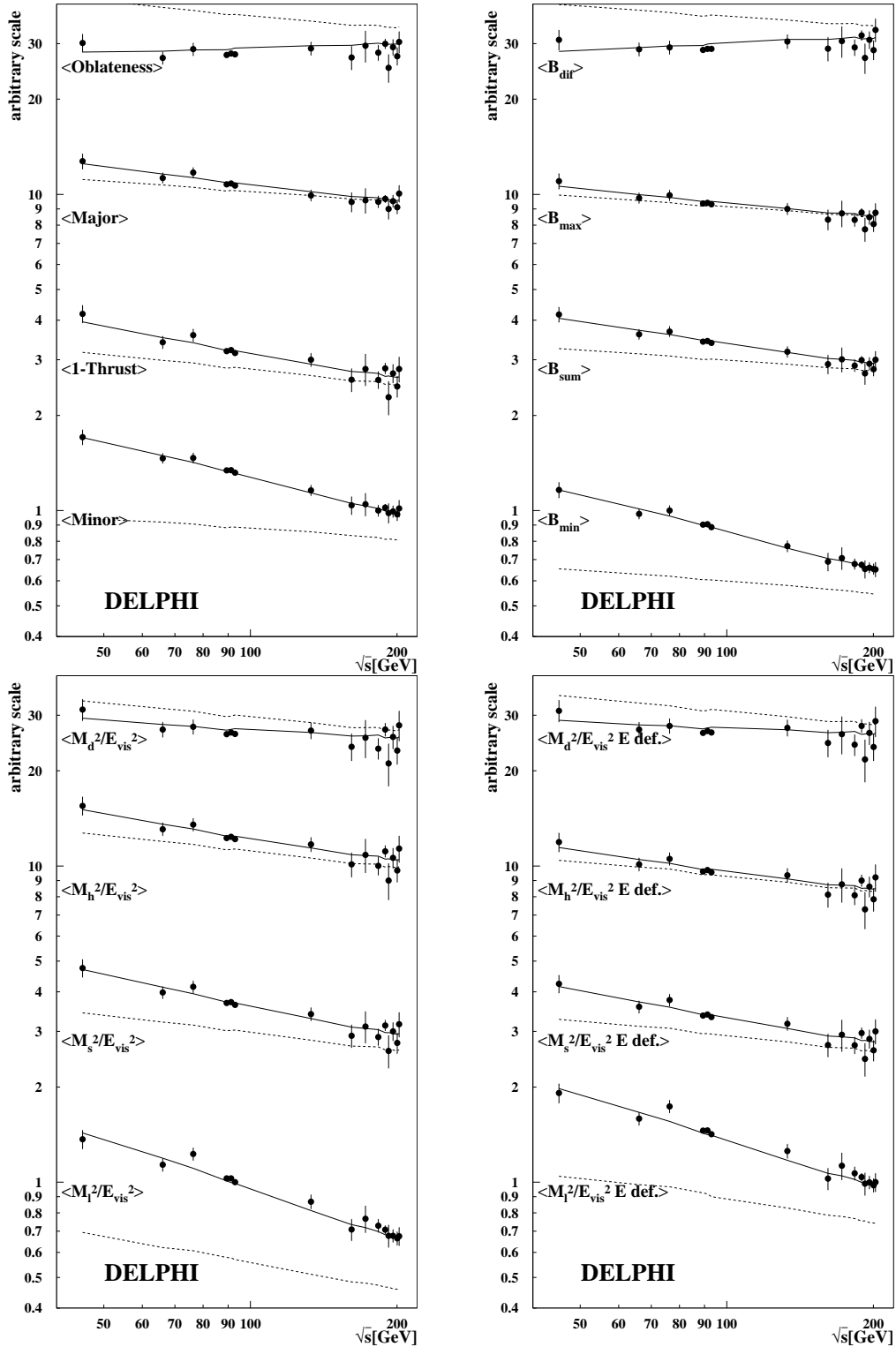


Abbildung 4.8: Mittelwerte von verschiedenen Ereignisformobservablen im Vergleich zu Vorhersagen von Pythia 6.1. Die durchgezogene Linie zeigt das Hadron Niveau, die gestrichelte Linie da Parton Niveau.

Observablen wie  $\langle \text{Major} \rangle$ ,  $\langle M_h^2/E_{\text{vis}}^2 \rangle$ , und  $\langle B_{\text{max}} \rangle$ , welche hauptsächlich auf harte Gluon Abstrahlung sensitiv sind.

# Kapitel 5

## Interpretation

Mittelwerte und Verteilungen von Ereignisformvariablen sind dazu geeignet, die Kopplung der starken Wechselwirkung  $\alpha_s$  zu bestimmen. Hierzu stehen sowohl Rechnungen fester Ordnung, als auch Resummationen für verschiedene Observablen zur Verfügung.

Die Rechnungen bilden nur einen Teil des Annihilationsprozesses nach. Deshalb müssen Korrekturen angebracht werden, die den initialen Partonzustand auf den finalen Hadronzustand abbilden. Dabei stehen eine Reihe unterschiedlicher Konzepte zur Verfügung, mit denen die zugrundeliegende Störungsrechnung erweitert und verfeinert werden kann, um so Effekte späterer Phasen zu erfassen. So können fehlende Anteile durch Monte Carlo Methoden bestimmt, durch nichtperturbative Parameter angepaßt oder durch einen Schemawechsel vermindert werden.

Neben den DELPHI Daten werden, soweit vorhanden, auch Ergebnisse anderer Experimente zu einer kombinierten Analyse herangezogen, um so zu einem breiteren Energieintervall zu kommen und die Sensitivität auf Effekte höherer Ordnung zu verstärken.

### 5.1 Die Untersuchung von Ereignisformvariablen

#### 5.1.1 Der Verschiebungsansatz nach Dokshitzer und Webber

In diesem Modell ist der Ursprung der nicht perturbativen Effekte durch Singularitäten auf der reellen Achse in der Borel Transformierten der Observablen bestimmt. Für eine Reihe von Observablen reduziert sich die nicht perturbative Korrektur in erster Näherung auf eine einfache Verschiebung der Verteilung  $\mathcal{D}_f(f)$  in  $f$ :

$$\begin{aligned}\mathcal{D}_f(f) &= \mathcal{D}_f^{pert}(f - \mathcal{P}c_f) \\ \mathcal{P} &= \frac{4C_F}{\pi^2} \mathcal{M} \frac{\mu_I}{E_{cm}} \left[ \alpha_0(\mu_I) - \alpha_s(\mu) - \beta_0 \frac{\alpha_s^2(\mu)}{2\pi} \left( \log \frac{E_{cm}}{\mu_I} + \frac{K}{\beta_0} + 1 \right) \right] \\ K &= (67/18 - \pi^2/6)C_A - 5n_f/9\end{aligned}\tag{5.1}$$

Der Milan Faktor  $\mathcal{M}$  für den Fall  $n_f = 3$  im nicht perturbativen Bereich ergibt sich zu

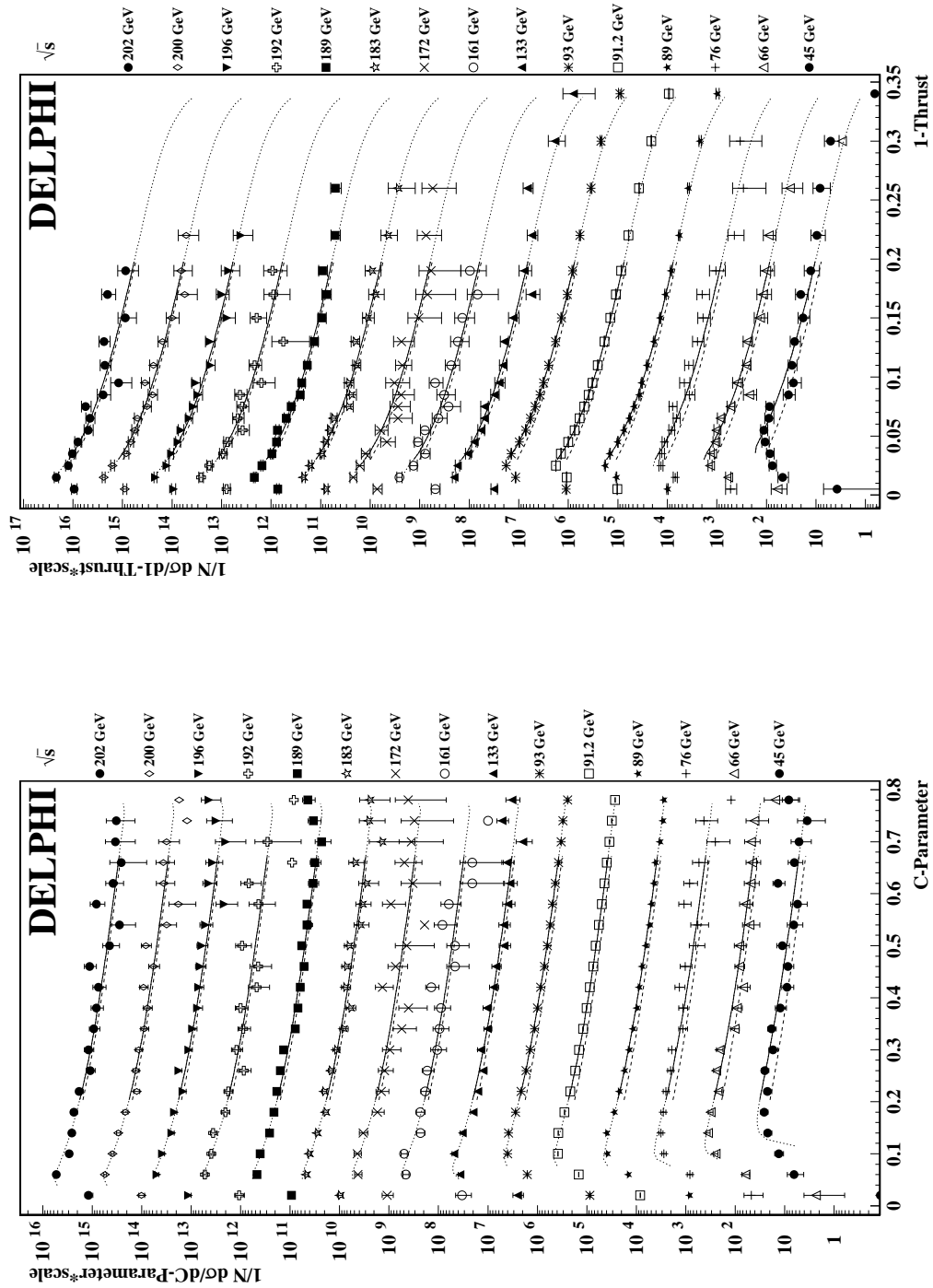


Abbildung 5.1: Bestimmung der nicht perturbativen Koeffizienten für C und Thrust für Energien zwischen 45 und 202 GeV. Die durchgezogene Linie entspricht dem Anpassungsintervall, während die gepunktete Linie eine Extrapolation darstellt. Die gestrichelte Linie ist der Anpassungsbereich ohne Korrektur.

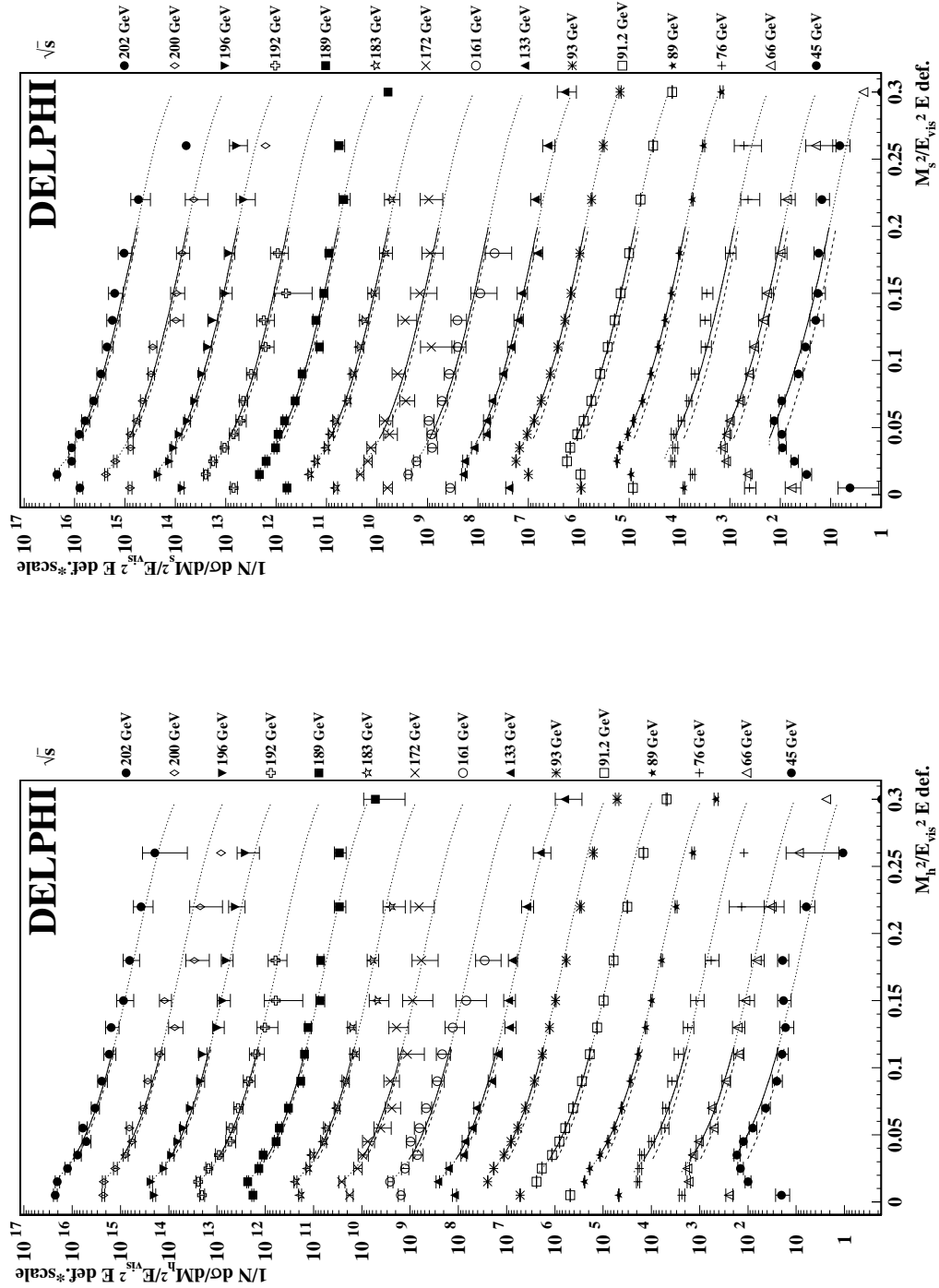


Abbildung 5.2: Bestimmung der nicht perturbativen Koeffizienten der Jetmassen für Energien zwischen 45 und 202 GeV . Die durchgezogene Linie entspricht dem Anpassungsintervall, während die gepunktete Linie eine Extrapolation darstellt. Die gestrichelte Linie ist der Anpassungsbereich ohne Korrektur.

einem Wert von 1.49 [66].

Da für die Bestimmung der Koeffizienten  $c_f$  eine Resummation notwendig ist, gibt es nur Vorhersagen für exponentierbare Observablen. Für einige Observablen ist  $c_f$  konstant, wobei der Wert identisch mit den entsprechenden Koeffizienten der Vorhersage für Potenzkorrekturen bei Mittelwerten ist. Diese sind:

Observable	1-T	C	$M_h^2/E_{\text{vis}}^2$	$M_s^2/E_{\text{vis}}^2$
$c_f$	2	$3\pi$	1	2

Um alle Formeln in kohärenter Weise zu zeigen, wird im folgenden durchgehend die PDG Definition der Koeffizienten der  $\beta$ -Funktion verwendet:

$$\beta_0 = \frac{33 - 2n_f}{3} \quad \beta_1 = \frac{153 - 19n_f}{3} \quad \beta_2 = 2857 - \frac{5033}{9}n_f + \frac{325}{27}n_f^2 \quad (5.2)$$

Da für die Resummation der totalen Jetmasse die Koeffizienten  $C_2$  und  $G_{21}$  nicht bekannt sind, wurden statt dessen die entsprechenden Werte für Thrust verwendet.

### 5.1.2 Jetbreiten

Anders als die vorher beschriebenen Observablen können die Jetbreiten nicht allein durch eine konstante Verschiebung beschrieben werden, sondern benötigen zusätzlich eine Stauchung, so daß  $c_f$  selber eine Funktion der Jetbreite wird. Für die einfachen Verschiebungen und die älteren Vorhersagen der Jetbreiten nahm man an, daß die Impulsrichtung der Quarks mit der Thrust Achse identisch ist, was für Größen, deren NP Anteil allein von weichen Gluonen mit großem Abstrahlungswinkel abhängt, auch richtig ist. Es zeigt sich allerdings, daß dies bei den Jetbreiten nicht der Fall ist, so daß der Rückstoß, den das Gluon auf den Jet ausübt, nicht vernachlässigt werden darf [28]. Für die weite Jetbreite folgt:

$$c_{B_{\text{max}}}(B) = \frac{1}{2} (1/\ln B + \eta_0 - 2 - \rho(\mathcal{R}') + \chi(\mathcal{R}') + \psi(1 + \mathcal{R}') + \psi(1))$$

$$\mathcal{R}' = 2C_F \frac{\alpha_s(BQ)}{\pi} (\ln B^{-1} - \frac{3}{4}) \quad \eta_0 = -0.6137056$$

$$\psi(z) = \Gamma'(z) \quad \rho(a) = \int_0^1 dz \left( \frac{1+z}{2z\lambda(a)} \right)^{-a} \ln z(1+z)$$

$$\chi(a) = \frac{2}{a} ([\lambda(a)]^a - 1) \quad [\lambda(a)]^{-a} \equiv \int_0^1 dz \left( \frac{1+z}{2z} \right)^{-a}$$

Während für die totale Jetbreite folgt:

$$c_{B_{\text{tot}}}(B) = \frac{1}{2} (2c_{B_{\text{max}}}(B) + 2[\psi(1 + 2\mathcal{R}') - \psi(1 + \mathcal{R}')] + H(\mathcal{B}^{-1}))$$

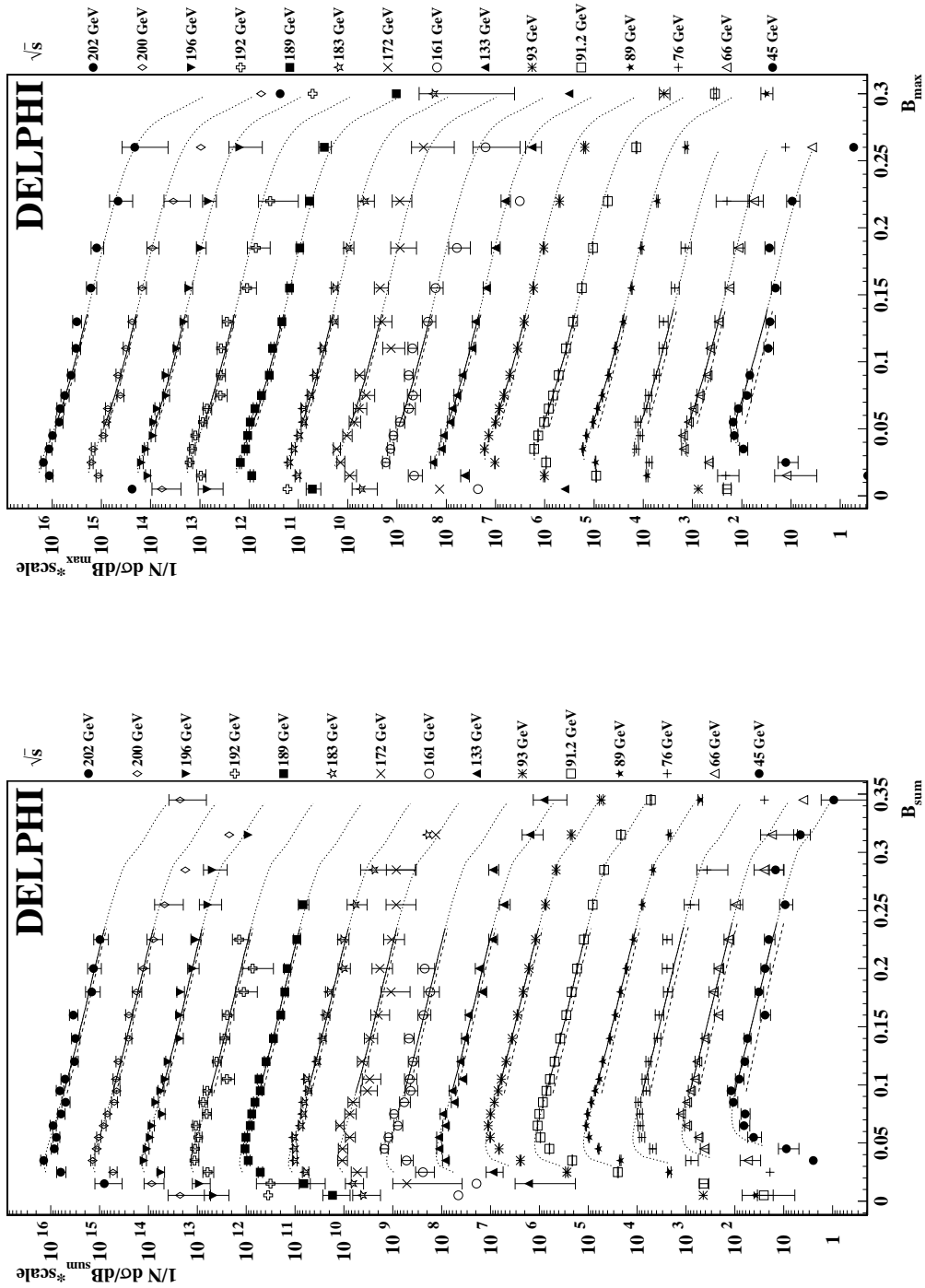


Abbildung 5.3: Bestimmung der nicht perturbativen Koeffizienten der Jetbreiten für Energi- en zwischen 45 und 202 GeV . Die durchgezogene Linie entspricht dem Anpassungsintervall, während die gepunktete Linie eine Extrapolation darstellt. Die gestrichelte Linie ist der Anpassungsbereich ohne Korrektur.

$$H(x) = \int_x^{z_0} \frac{dz}{z} e^{\mathcal{R}(x) - \mathcal{R}(z)} \frac{\Gamma(1 + 2\mathcal{R}')}{\Gamma(1 + 2\mathcal{R}' + \mathcal{R}'(z))} \quad \mathcal{B} = \frac{2B}{e^{\gamma_E} \lambda(\mathcal{R}')}$$

$z_0$  ist die Position des Landau Poles des zwei Schleifen Radiators  $\mathcal{R}$  :

$$\mathcal{R}(x) = -\frac{4C_F}{\beta_0} \left[ \left( \mathcal{L} - \frac{3}{4} \right) \ln \left( 1 - \frac{\ln x}{\mathcal{L}} \right) + \ln x \right] \quad \mathcal{L} = \frac{2\pi}{\beta_0 \alpha_s \left( 1 + K \frac{\alpha_s}{2\pi} \right)}$$

### 5.1.3 Die EEC

Perturbativ wird die EEC für den Bereich großer Winkel durch das primäre  $q\bar{q}$  Paar dominiert, während der  $qg$  Anteil nächstführende Anteile liefert. Anders als in den vorhergehenden Fällen läßt sich für die EEC keine einfache Faktorisierung in einen perturbativen und einen nichtperturbativen Anteil angeben, da die höheren NP Koeffizienten untrennbarer Bestandteil der Radiatorfunktion sind. Der dominierende NP Anteil basiert auf der  $qg$  Abstrahlung und hat im Limes sehr großer Winkel ein Verhalten vom Typ  $Q^{-\gamma}$ .  $\gamma$  ist nicht ganzzahlig und hat für  $n_f = 5$  einen Wert von  $\gamma \simeq 0.32$ .

Für die EEC folgt [54]:

$$\frac{d\Sigma}{d \cos \chi} = C(\alpha_s) \frac{(1 + \tan^2 \frac{\chi}{2})^3 Q^2}{4} \int_0^\infty b db J_0(bQ \tan \frac{\chi}{2}) e^{-\mathcal{R}^{(PT)}(b) - \frac{1}{2} b^2 \sigma} (1 - 2b\lambda) \quad (5.3)$$

Dabei ist der perturbative Radiator definiert als:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}^{(PT)}(b) &= -\frac{16\pi C_F}{\beta_0^2} \\ &\left[ \frac{1}{\alpha_s} (\ln(1 - \ell) + \ell) - \frac{3\beta_0}{8\pi} \ln(1 - \ell) + \frac{\beta_1}{2\pi\beta_0} \left( \frac{1}{2} \ln^2(1 - \ell) + \frac{\ln(1 - \ell)}{1 - \ell} + \frac{\ell}{1 - \ell} \right) \right] \\ \ell &= \beta_0 \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln \frac{bQ e^{\gamma_E}}{2} \end{aligned}$$

Die lineare NP Korrektur  $-2b\lambda$  rührt von der Korrelation zwischen Quark und weichen Gluonen, wobei  $\lambda$  die NP Wechselwirkung bei kleinen Impulsskalen charakterisiert.

$$\lambda = \frac{4C_F}{\pi^2} \mathcal{M}_{\mu_I} [\bar{\alpha}_0(\mu_I) - \bar{\alpha}_{0,0}^{PT}(\mu_I)] \quad C(\alpha_s) = 1 - C_F \left( \frac{11}{2} + \frac{\pi^2}{3} \right) \frac{\alpha_s}{2\pi}$$

Der Radiator besitzt seine eigene NP Komponente  $\sigma$ , die quadratisch in  $b$  ist:

$$\sigma = \frac{C_F}{2\pi} \mu_I^2 \left\{ \left( \ln \frac{Q^2}{\mu_I^2} - \frac{1}{2} \right) [\bar{\alpha}_1(\mu_I) - \bar{\alpha}_1^{PT}(\mu_I)] + \bar{\alpha}_{1,1}(\mu_I) - \bar{\alpha}_{1,1}^{PT}(\mu_I) \right\} \quad (5.4)$$



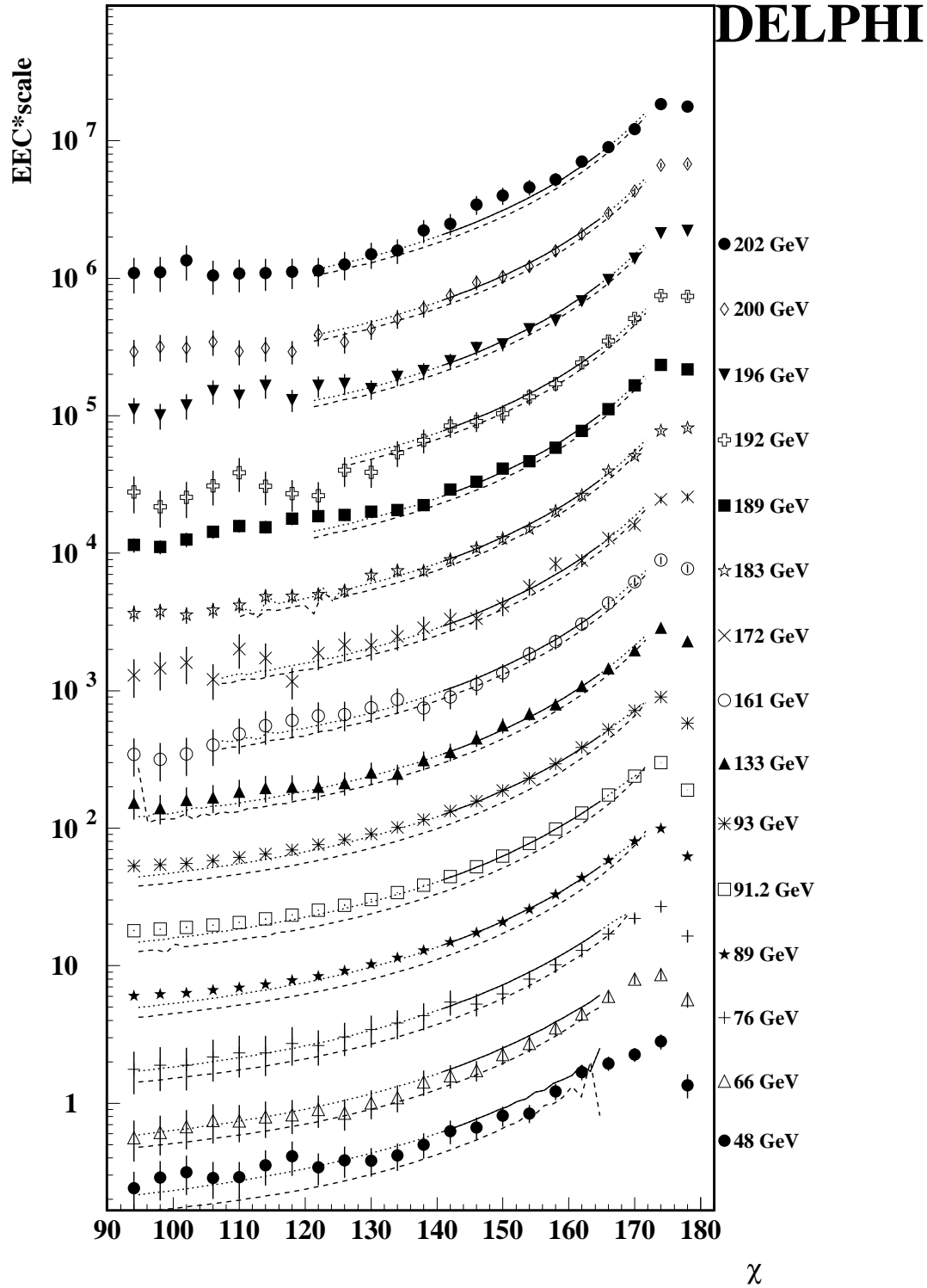


Abbildung 5.4: Bestimmung der NP Koeffizienten der EEC für Energien zwischen 48 und 202 GeV . Die durchgezogene Linie stellt den Anpassungsbereich dar, die gestrichelte die Extrapolation auf die umliegenden Bereiche.

Diese ist zum einen erheblich schwächer als der lineare Anteil, zum anderen ist er unvollständig, da der quadratische Anteil aus der  $qq$  Korrelation fehlt. Die  $\bar{\alpha}_{p,q}^{PT}(\mu_I)$  stellen dabei Normalisierungsfaktoren dar:

$$\bar{\alpha}_{p,q}^{PT}(\mu_I) = \alpha_s + \frac{\beta_0}{2\pi} \left( \ln \frac{Q}{\mu_I} + \frac{K}{\beta_0} + \frac{q+1}{p+1} \right) \alpha_s^2 \quad (5.5)$$

Daraus resultieren drei NP Parameter:  $\bar{\alpha}_0$ ,  $\bar{\alpha}_1$  und  $\bar{\alpha}_{1,1}$ , wobei  $\bar{\alpha}_0$  äquivalent zu dem NP Parameter der vorherigen Observablen ist. Für  $\bar{\alpha}_1$  existiert eine Vorhersage aus der tiefeinelastischen Streuung [76] bzw. theoretische Vorhersagen [77]:  $\bar{\alpha}_1 = 0.45$ ,  $\bar{\alpha}_{1,1} = 0.55$

Da es sich dabei um eine Approximation für den Bereich großer Winkel handelt, ist es wichtig, den Bereich der angepaßt werden soll richtig zu wählen. Unterhalb von  $120^\circ$  wird die Formel numerisch instabil, während oberhalb von  $170^\circ$  der Einfluß höherer logarithmischer Terme nicht mehr vernachlässigbar ist.

### 5.1.4 Implementation

Die Bestimmung der Verschiebung erfolgt mit Hilfe der im vorigen Abschnitt angegebenen Formeln, wobei die Größen  $\Lambda$  und  $\alpha_0$  als freie Parameter optimiert werden. Die Optimierung ist dabei technischen Komplikationen unterworfen:

- Beide Größen sind hochgradig korreliert. Die Folge ist ein langgezogenes Tal um das Minimum, mit einer schwachen Krümmung, was den Optimierungsprozeß stört.
- Die Observablen sind teilweise auf kleiner Skala nicht numerisch stabil, weisen dafür aber auf großer Skala ein gutartiges quadratisches Verhalten auf (dies gilt vor allem für die NP Anteile der Jetbreiten und der EEC). Dies macht die Verwendung eines Gradienten basierten Algorithmus, wie er von Minuit [1] verwendet wird, problematisch, da die Bestimmung der NP Anteile dieser Observablen selber von Integrations bzw. Optimierungsverfahren abhängig sind. Diese führen allerdings aufgrund ihrer Abbruchkriterien unweigerlich zu kleinen Unstetigkeiten in der Funktion. Das kann in der Nähe des Minimums zu großen Ableitungen und damit zu einer Störung des Minimierungsprozesses führen. Um dies besser zu kontrollieren, wird Powells Methode der quadratischen Konvergenz (nicht zu verwechseln mit dem Verfahren von Davidson, Fletcher und Powell, das auf Gradienten basiert) als univariater Minimierer verwendet, da dieser keine Ableitung braucht und sich auf das globale quadratische Verhalten der Funktion stützt. Durch iterative Anwendung auf die einzelnen Variablen wird eine multivariate Minimierung erzielt. Um die für die Korrelation notwendige Kovarianzmatrix zu bestimmen wurden die zweiten Ableitungen durch Differenzen mit fester Schrittweite ermittelt.

### 5.1.5 Vergleich mit den Daten

Die Bestimmung der Potenzkorrekturen hängt generell von der Resummation logarithmisch divergenter Terme ab. Die Koeffizienten sind damit für einen kinematischen Bereich

Observable	$\alpha_s(M_Z)$	$\alpha_0(\mu_I = 2 \text{ GeV})$	$\chi^2/ndf$
$1 - T$	$0.1154 \pm 0.0002 \pm 0.0017 - 0.0004$	$0.543 \pm 0.002 \pm 0.014 - 0.013$	291/180
$B_{\max}$	$0.1009 \pm 0.0003 \pm 0.0017 - 0.0018$	$0.571 \pm 0.005 \pm 0.034 - 0.021$	106/90
$B_{\text{sum}}$	$0.1154 \pm 0.0004 \pm 0.0038 - 0.0041$	$0.454 \pm 0.004 \pm 0.039 - 0.012$	134/120
$M_h^2/E_{\text{vis}}^2$	$0.1076 \pm 0.0003 \pm 0.0011 - 0.0003$	$0.872 \pm 0.005 \pm 0.019 - 0.005$	158/90
$M_{hE}^2/E_{\text{vis}}^2$	$0.1056 \pm 0.0003 \pm 0.0005 - 0.0001$	$0.692 \pm 0.007 \pm 0.009 - 0.010$	120/90
$M_{hP}^2/E_{\text{vis}}^2$	$0.1055 \pm 0.0004 \pm 0.0010 - 0.0001$	$0.615 \pm 0.008 \pm 0.021 - 0.010$	130/90
$M_s^2/E_{\text{vis}}^2$	$0.1195 \pm 0.0003 \pm 0.0024 - 0.0003$	$0.732 \pm 0.003 \pm 0.028 - 0.011$	175/120
$M_{sE}^2/E_{\text{vis}}^2$	$0.1168 \pm 0.0003 \pm 0.0003 - 0.0001$	$0.582 \pm 0.004 \pm 0.005 - 0.009$	149/120
$M_{sP}^2/E_{\text{vis}}^2$	$0.1159 \pm 0.0003 \pm 0.0008 - 0.0002$	$0.534 \pm 0.004 \pm 0.011 - 0.011$	137/120
C-Parameter	$0.1097 \pm 0.0004 \pm 0.0032 - 0.0008$	$0.502 \pm 0.005 \pm 0.047 - 0.021$	191/180
weighted mean	$0.1086 \pm 0.0003 \pm 0.0134 - 0.0013$	$0.542 \pm 0.004 \pm 0.045 - 0.015$	2806/6
unweighted mean	$0.1114 \pm 0.0055 \pm 0.0012 - 0.0010$	$0.557 \pm 0.074 \pm 0.020 - 0.014$	2806/6
EEC	$0.1171 \pm 0.0018 \pm 0.0004$	$0.483 \pm 0.040 \pm 0.011$	53/90

Tabelle 5.1: Bestimmung von  $\alpha_0$  aus einer kombinierten Anpassung von  $\alpha_0$  und  $\alpha_s$  aus Ereignisformobservablen. Nur DELPHI Messungen wurden verwendet. Der erste Fehler ist der statistische, der zweite der systematische, der dritte die Differenz zum R Rekombinationsschema. Nur die  $E$ -Definition der Jetmassen wurde für die Mittelwerte verwendet

nahe des zwei Jet Bereiches berechnet worden. Durch Variation des Anpassungsbereiches zeigt sich allerdings, daß das verwendete NLLALNR Schema im nahen drei Jet Bereich am besten mit den Daten übereinstimmt. Die Anpassungsintervalle wurden dementsprechend so nahe am zwei Jet Bereich gewählt, wie es die perturbative Vorhersage erlaubt.

Die systematischen Fehler wurden wie in Abschnitt 4.8 erläutert bestimmt. Zusätzlich wurden Variationen des Anpassungsbereiches durchgeführt, die auch in Tabelle 5.2 zu finden sind. Außerdem wurde anstelle des logR das R Kombinationsschema verwendet. Die daraus resultierenden Abweichungen werden getrennt aufgeführt.

Die Ergebnisse für alle Observablen sind in Tabelle 5.1 sowie den Grafiken 5.1, 5.2 und 5.3 aufgeführt. Die Werte wurden allein mit DELPHI Daten bestimmt. Das  $\chi^2/ndf$  der Anpassung ist im Rahmen des Gesamtfehlers akzeptabel, d.h. die Vorhersage stimmt gut mit den Daten überein. Die  $\alpha_s$  Werte tendieren für Größen, die auf der Messung von Einzelhemisphären beruhen, zu vergleichsweise niedrigen Werten im Verhältnis zum Weltmittelwert, während totale Größen wie  $1 - T$ ,  $B_{\max}$  und  $M_h^2/E_{\text{vis}}^2$  zu kompatiblen Messungen führen.

Der nicht perturbative Parameter  $\alpha_0$  ist für  $M_h^2/E_{\text{vis}}^2$  und  $M_s^2/E_{\text{vis}}^2$  größer als für die entsprechenden  $E$ - und  $p$ -Definitionen, was aufgrund des Einflusses der Hadron-Masseneffekte erwartet wird. Für die anderen Observablen findet man innerhalb des totalen Fehlers ein konsistentes Ergebnis.

Observable	lower	upper
$1 - T$	0.03(0.02)	0.2 (0.24)
$B_{\max}$	0.05(0.04)	0.14(0.16)
$B_{\text{sum}}$	0.09(0.08)	0.24(0.27)
$M_{\text{h}}^2/E_{\text{vis}}^2$	0.03(0.02)	0.12(0.14)
$M_{\text{hE}}^2/E_{\text{vis}}^2$	0.03(0.02)	0.12(0.14)
$M_{\text{hp}}^2/E_{\text{vis}}^2$	0.03(0.02)	0.12(0.14)
$M_{\text{s}}^2/E_{\text{vis}}^2$	0.04(0.03)	0.20(0.24)
$M_{\text{sE}}^2/E_{\text{vis}}^2$	0.04(0.03)	0.20(0.24)
$M_{\text{sp}}^2/E_{\text{vis}}^2$	0.04(0.03)	0.20(0.24)
C-parameter	0.2 (0.16)	0.68(0.72)

Tabelle 5.2: Die verwendeten Anpassungsintervalle für die Bestimmung von Potenzkorrekturen aus Ereignisformobservablen. In Klammern ist die jeweilige Änderung der Intervallbreite bei der systematischen Variation angegeben.

Das Ergebnis für die EEC wird in Grafik 5.4 gezeigt. Der Einfluß der nicht perturbativen Parameter  $\bar{\alpha}_1$  und  $\bar{\alpha}_{1,1}$  ist erheblich kleiner als der Einfluß von  $\bar{\alpha}_0$ . Während die vier Parameter Anpassung nicht stabil ist, konnte eine drei Parameter Anpassung mit festem  $\bar{\alpha}_{1,1} = 0$  durchgeführt werden. Das Ergebnis ist:  $\alpha_s = 0.1173 \pm 0.0021 \pm 0.0008$ ,  $\bar{\alpha}_0 = 0.478 \pm 0.046 \pm 0.017$  und  $\bar{\alpha}_1 = 0.005 \pm 0.026 \pm 0.025$  mit einem  $\chi^2/ndf = 52.69/90$ . Da die Ergebnisse anzeigen, daß der NP Anteil des Radiators vernachlässigt werden kann, wurde zusätzlich eine zwei Parameter Anpassung mit festem  $\bar{\alpha}_1 = 0$  durchgeführt:  $\alpha_s = 0.1171 \pm 0.0018 \pm 0.0004$ ,  $\bar{\alpha}_0 = 0.483 \pm 0.040 \pm 0.011$  mit  $\chi^2/ndf = 53/90$ . Da das Rekombinationsschema fester Bestandteil der Vorhersagen von Dokshitzer und Webber ist, konnte hier keine alternative Anpassung mit dem R-Schema durchgeführt werden. Das  $\bar{\alpha}_0$  Ergebnis der EEC stimmt somit mit denen der anderen Observablen überein (siehe Tabelle 5.1).

### 5.1.6 $\alpha_0$ Bestimmung mit Generatormodellen

Es ist eine seit langem übliche Methode, die Hadronisierungskorrekturen durch Monte Carlo Generatoren zu bestimmen. Da diese weitaus komplexere Effekte simulieren können, als es durch einfache phänomenologische Modelle möglich ist, sollte man so eine höhere Genauigkeit erzielen. An dieser Stelle soll allerdings nicht die Messung von  $\alpha_s$  aus differentiellen Verteilungen wiederholt werden, die schon in der Arbeit von S. Hahn erschöpfend [57, 58] behandelt wurde. Vielmehr soll der Zusammenhang zwischen Hadronisierungsmodellen und Potenzkorrektur näher beleuchtet werden.

Wenn beide Modelle übereinstimmen, dann müssen Form und Größe der Potenzkorrektur von der Hadronisierungskorrektur vorhergesagt werden. Da sowohl Hadron- als auch Partonniveau für jedes Ereignis zur Verfügung stehen, kann man die Verschiebung einzeln

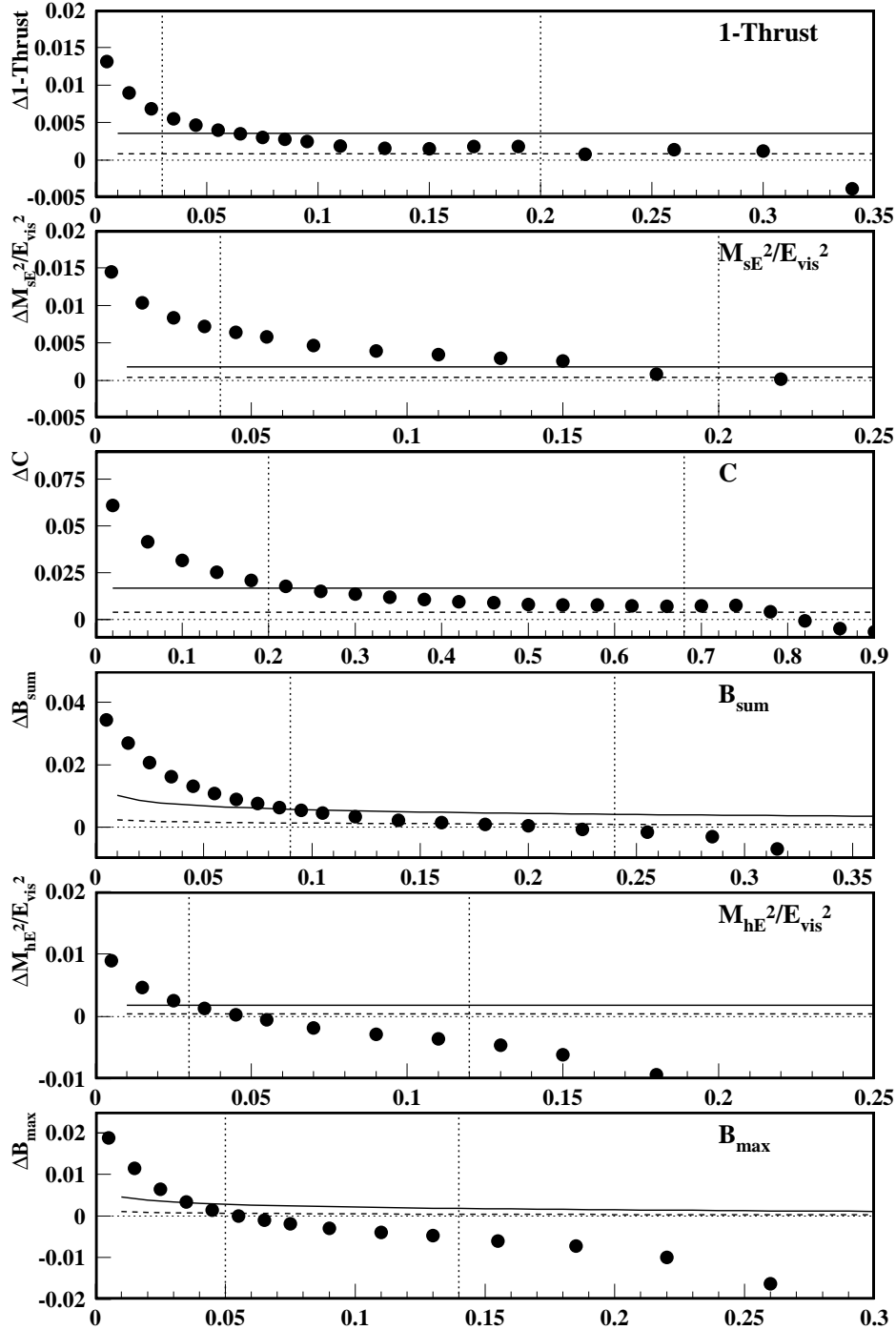


Abbildung 5.5: Bestimmung der NP Verschiebung aus der Hadronisierungskorrektur. Die schwarze Kurve stellt die Vorhersage nach Dokshitzer und Webber für  $\bar{\alpha}_0 = 0.5$ , die gestrichelte von  $\bar{\alpha}_0 = 0.3$  bei  $\alpha_s = 0.118$  und  $\mu_I = 0.78 \text{ GeV}$ . Die vertikalen Linien zeigen den experimentell benutzten Anpassungsbereich.

berechnen, und so für jedes Einzelintervall eine mittlere Verschiebung berechnen. Das Ergebnis ist in Grafik 5.5 zu sehen. Zum Vergleich sind die DW Vorhersagen für  $\alpha_0 = 0.5$  bzw.  $\alpha_0 = 0.3$  eingetragen. Die Größe der nicht perturbativen Verschiebung hängt explizit von der Position des Infrarot Abschneideparameters ab. Der Infrarot Abschneide Parameter  $Q_0$  des Monte Carlo Modells ist zwar ein freier Parameter, er wird aber gemeinsam mit anderen Parametern an die Daten angepaßt, so daß eine größere Änderung die Güte des MC verschlechtern kann. Aus diesem Grund muß man den Skalenparameter des Dokshitzer Webber Modells an  $Q_0$  anpassen. Der optimierte Wert beträgt  $Q_0 = 1.56$ , allerdings ist für den Dokshitzer Webber Ansatz der Schnitt auf den Transversalimpuls relevant, der von Jetset erst bei  $Q_0/2$  durchgeführt wird. Aus diesem Grund wurde  $\mu_I = 0.78 \text{ GeV}$  gewählt, so daß die Verschiebung nicht mehr identisch mit den vorhergegangenen Analysen ist. Man sieht, daß das Konzept einer konstanten Verschiebung nur im drei Jet Bereich näherungsweise gilt. Dies stimmt gut mit dem Bereich überein, der sich als optimal für die Bestimmung der Verschiebungen erwiesen hat. Auch wird in diesem Bereich der Wert von  $\alpha_0 = 0.5$  vom MC für eine Reihe von Observablen gestützt. Ausnahmen bilden  $B_{\max}$  und  $M_{\text{hE}}^2/E_{\text{vis}}^2$  bei denen die Verschiebung nicht so konstant ist und erheblich kleinere, stellenweise sogar negative Verschiebungen vorhergesagt werden.

Die Ergebnisse des MC stimmen somit mit der Beobachtung überein, daß Observablen, die auf der Messung einer Hemisphäre beruhen, problematisch sind. Außerdem werden die verwendeten Anpassungsintervalle nochmals verifiziert, da sie den Bereich konstanter Verschiebung gut überdecken. Schon in Abschnitt 4.6 wurde eine Verschiebung als mögliche Alternative zur Nutzung von einfachen Faktorkorrekturen erwähnt. Die Analyse zeigt, daß die Ergebnisse sich auf der einen Seite gut in daß Potenzkorrektur Bild einfügen, auf der anderen Seite aber auch die Gültigkeit der Faktorkorrekturen bestätigen, da die Verschiebung im Verhältnis zur Breite der Einzelintervalle klein ist.

Leider ist es mit den zur Verfügung stehenden MC Generatoren nicht möglich, einen direkten Vergleich zwischen Verteilungen in fester Ordnung mit solchen nach dem Partonschauer durchzuführen, da der Anfangszustand nur in führender Ordnung berechnet und die nächstführende Ordnung schon als (korrigierter) Partonschauer ausgeführt wird. Erst Programme wie APACIC [91] verknüpfen NLO Störungstheorie mit Partonschauern.

### 5.1.7 Die Sudakov Schulter

Auch wenn eine Observable infrarot- und kollinearitätssicher ist, so kann sie doch aufgrund ihrer Definition an bestimmten Punkten innerhalb des erlaubten Phasenraumes divergent werden. So kann es sein, daß für einige Zustände die Phasenraumgrenze innerhalb des physikalisch erlaubten Bereiches liegt, oder daß die Observable an bestimmten Stellen per Definition nicht stetig ableitbar ist. Dies hat zur Folge, daß an dieser Stelle die Koeffizienten der Störungsreihe ab einer bestimmten Ordnung unstetig oder divergent werden, während die Observable nur stetig in eine neue Steigung übergeht. Man nennt diesen Übergang Sudakov Schulter [69]. Die Divergenz der Störungsreihe kann durch Resummation behoben werden. An dieser Stelle interessiert allerdings nur die Position der Schulter, die sich durch die Resummation nicht ändert. Viele der hier untersuchten Ob-

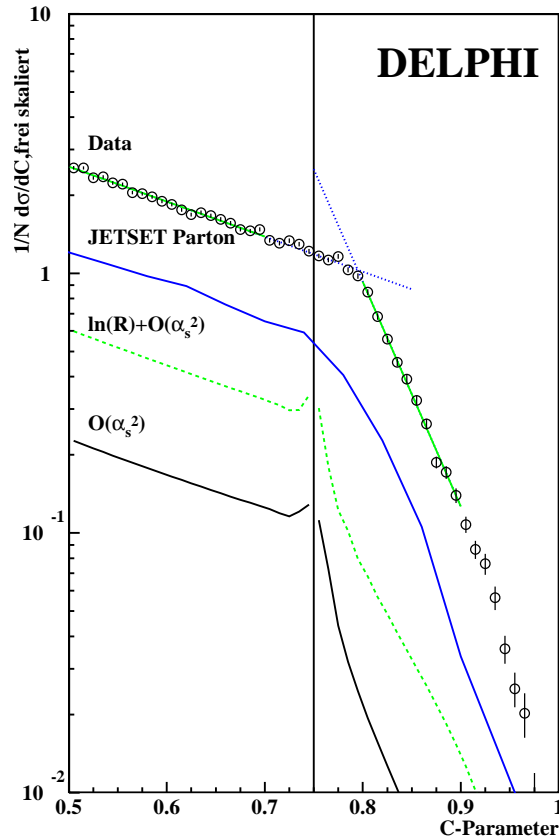


Abbildung 5.6: Bestimmung der Verschiebung der Sudakov Schulter, im Vergleich zu theoretischen Vorhersagen.

servablen weisen entsprechende Übergänge durch den drei nach vier Jet Übergang auf. Ein interessanter Aspekt an der Beobachtung der Sudakov Schulter ist die Tatsache, daß der Übergangspunkt der Schulter prägnant aus der Verteilung hervorsticht und so einen Test darstellt, ob und in welcher Größe die Observable skaliert oder verschoben ist.

So liegt für Thrust die Schulter laut Rechnung bei  $2/3$  und für den C-Parameter bei  $3/4$ . Es ist deutlich erkennbar, daß die Schulter zu höheren Werten hin verschoben ist und die Potenzreihenkorrektur diese Verschiebung hervorragend beschreibt. Für die meisten Observablen ist der Schulterbereich allerdings zu ausgedehnt, um als fester Punkt behandelt zu werden. Eine Ausnahme bildet der C-Parameter, der zusätzlich noch die Eigenschaft besitzt, daß sowohl die Steigung vor, als auch nach der Schulter in guter Näherung durch einen einfachen exponentiellen Abfall beschrieben werden kann.

Um die Verschiebung quantitativ zu untersuchen, wurde für den C-Parameter an beide Steigungen in der Nähe der Schulter jeweils eine lineare Anpassung an den Logarithmus der Verteilung vorgenommen. Deren Schnittpunkt stellt eine gute Näherung für den Übergangspunkt dar. Das Ergebnis ist in Diagramm 5.6 zu sehen. Es ergibt sich eine Verschiebung von  $0.044 \pm 0.016_{stat} \pm 0.0003_{sys}$ . Dies führt bei einem Wert von  $C_f = 3\pi$  für  $a$  zu einem  $\alpha_0$  von  $0.476 \pm 0.097_{stat} \pm 0.0015_{sys}$ , was gut mit den Ergebnissen aus der Anpassung übereinstimmt. Unveröffentlichte Rechnungen von G. Salam ([82]) sagen allerdings für den Schulterbereich einen halb so großen Wert von  $C_f^* \approx C_f * 0.45$  voraus, was einem  $\alpha_0$  von  $0.8031 \pm 0.21_{stat} \pm 0.0034_{sys}$  entspricht.

Dies bedeutet, daß die Messung über einen weiten Bereich eine nahezu konstante Verschiebung bevorzugt, während die Theorie eine deutliche Stauchung vorhersagt. Dies deckt sich mit den Ergebnissen der MC Simulation, die ebenfalls eine weitestgehend konstante Verschiebung über den gesamten drei Jet Bereich bevorzugt.

## 5.2 Bestimmung von $\alpha_s$ aus Mittelwerten

Verteilungen bieten zwar eine größere Informationsmenge als Momente einer Observablen, besitzen aber den Nachteil, daß jedes Einzelintervall für sich genommen nicht inklusiv ist, d.h. es hängt neben der Energie von mindestens einer weiteren Skala ab. Ein Moment wie der Mittelwert hat dem gegenüber den Vorteil, vollinklusiv zu sein, was das mögliche Transformationsverhalten stark vereinfacht. Der Begriff vollinklusiv wird dabei in dem Sinne benutzt, daß die Observable nur noch von einer externen Variable, nämlich der Energie, abhängt. Außerdem bedarf es für eine Mittelwertanalyse nur einer geringen Statistik. Da die theoretische Analyse des Energieverhaltens von Mittelwerten prinzipiell einfacher ist als für differentielle Größen, existieren mehr, teilweise stark differierende Ansätze zur Erklärung der Verteilung, von denen einige im folgenden miteinander verglichen werden sollen

### 5.2.1 Einfache Potenzkorrekturen

Wie schon auf Seite 14 beschrieben, erwartet man für die Hadronisierungskorrektur, daß sie sich wie eine inverse Potenz der Energie verhält. So erhält man im Ansatz von Korchemski, Sterman und Tafat [81] aus Betrachtungen der OPE heraus eine Korrektur des Typs:

$$\langle y \rangle = \langle y_{pert} \rangle + \frac{C_1}{Q} \quad (5.6)$$

Aber auch der Ansatz von Dokshitzer und Webber und das Röhrenmodell sagen eine entsprechende Korrektur voraus. Da der Effekt für kleine Energien stärker ist, ist es wichtig, Werte mit möglichst niedriger Schwerpunktsenergie in die Analyse mit einzubeziehen. Deshalb wurden, falls vorhanden, neben den DELPHI Daten auch Daten aus anderen Experimenten mit verwendet. Für eine Reihe von Observablen neueren Datums existieren



allerdings keine entsprechenden Werte. Die Ergebnisse findet sich in der Grafik 5.7 sowie der Tabelle B.2.

Um einen Vergleich zu erhalten kann man zwei weitere naive Ansätze machen, nämlich zum einen die Anpassung ohne weitere Korrekturen, zum anderen eine Änderung der Potenz von  $1/Q$ , zum Beispiel auf  $1/Q^2$ :

$$\langle y \rangle = \langle y_{pert} \rangle \quad (5.7)$$

$$\langle y \rangle = \langle y_{pert} \rangle + \frac{C_2}{Q^2} \quad (5.8)$$

$$\langle y \rangle = \langle y_{pert} \rangle + \frac{C_1}{Q} + \frac{C_2}{Q^2} \quad (5.9)$$

An diese Stelle soll nur auf die Ergebnisse für freies  $\alpha_s$  eingegangen werden, die in den Tabellen B.1 und B.3 aufgelistet sind. Die vollständigen Ergebnisse finden sich im Anhang.

Aus den Ergebnissen der rein perturbativen Anpassung läßt sich ersehen, daß man auch ohne weitere Korrekturen in der Lage ist, das Energieverhalten über ein großes Intervall zu beschreiben (siehe Grafik 5.8), allerdings um den Preis, daß  $\alpha_s$  eine stark observablenabhängige Größe ist. Da aber die Universalität der Kopplung fundamental ist, kann man dies als sicheres Indiz nehmen, daß dieser Ansatz schlechte Ergebnisse liefert.

Dasselbe gilt für eine  $1/Q^2$  artige Korrektur (siehe Grafik 5.8). Der  $1/Q$  Term führt dagegen zu vergleichsweise selbstkonsistenten  $\alpha_s$  Ergebnissen. Bei einer kombinierte Anpassung von  $1/Q$  und  $1/Q^2$  Korrekturen lassen sich bei der derzeitigen Datenlage keine stabilen Ergebnisse erzielen.

Es läßt sich also zusammenfassend sagen, daß im  $\overline{MS}$  Schema eine Korrektur der Form  $C_1/Q$  eindeutig präferiert wird.

## 5.2.2 Störungstheorie in höherer Ordnung

Da die Störungsrechnung für die untersuchten Observablen nach der zweiten Ordnung abbricht, ist es möglich, daß Terme höherer Ordnung gleichartige Effekte hervorrufen. Gerade für  $1/Q$  artige Korrekturen gilt „Stermans Lemma“, nachdem der gleiche Effekt durch eine große Korrektur der Form  $C * \alpha_s^3$  erzeugt werden kann [83]. Nimmt man an, daß die Koeffizienten der Störungsreihe schnell abfallen, so sollte der Störungsterm dritter Ordnung  $C$  einen dominanten Anteil an dem Effekt besitzen. Dies läßt sich durch Anpassung der Funktion

$$\langle y \rangle = \langle y_{pert} \rangle + C * \alpha_s^3 \quad (5.10)$$

untersuchen. Die entsprechenden Ergebnisse sind in Tabelle B.5, sowie Grafik 5.9 zu sehen. Auch dieser Ansatz liefert konsistentere Ergebnisse für  $\alpha_s$  als eine rein perturbative Anpassung. Es läßt sich allerdings keine Aussage darüber treffen, ob dieser Ansatz qualitativ besser oder schlechter ist, als eine  $1/Q$  Anpassung. Vor allem zeigt sich, daß eine hohe Korrelation zwischen  $C$  und  $\alpha_s$  zu großen Fehlern führt und eine genaue Bestimmung des NNLO Terms mit dieser Methode schwierig macht.

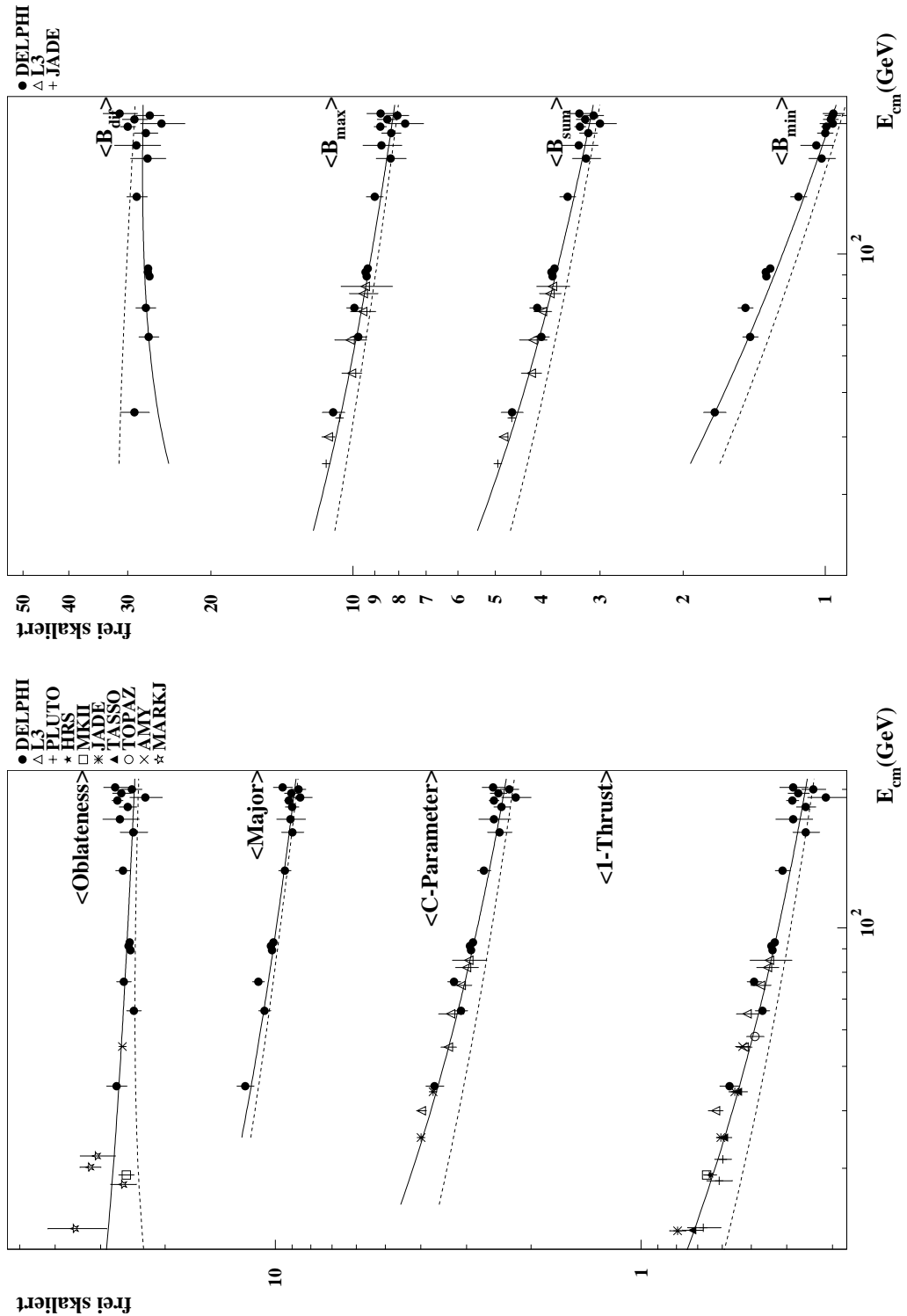


Abbildung 5.7: Ergebnisse der Parameteranpassung mit einer  $1/Q$  artigen Korrektur, nach Gl. (5.6). Die durchgezogenen Linien zeigen das Resultat der Anpassung, die gepunkteten Linien den Anteil der zweiten Ordnung.

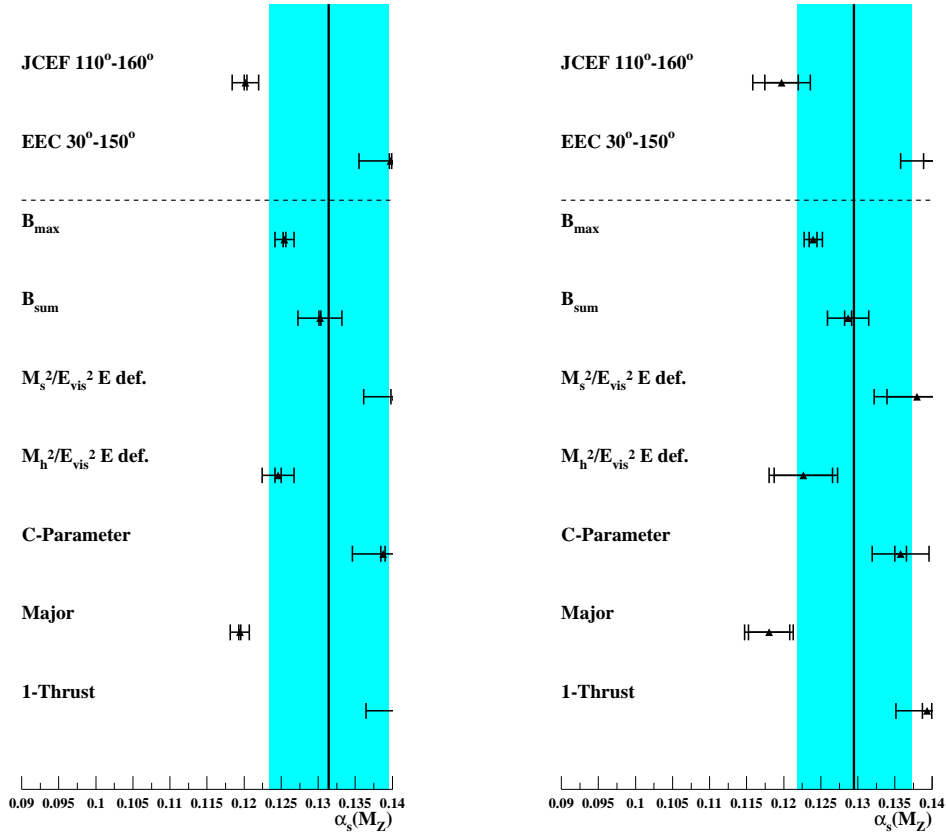


Abbildung 5.8: Ergebnisse der Parameteranpassung ohne weitere Korrekturen (links) und mit einem  $1/Q^2$  Ansatz (rechts). Linie und Band zeigen den ungewichteten Mittelwert und die dazugehörige Standardabweichung der vollinkludierten Observablen.

### 5.2.3 Der Renormalon Ansatz von Dokshitzer und Webber

Im folgenden soll die Renormalon inspirierte Theorie von Dokshitzer, Webber, Akhoury und Zakharov, wie sie auf den Seiten 15 ff. beschrieben wurde, für Mittelwerte überprüft werden. Diese liefert auch eine  $1/Q$  artige Korrektur, erweitert sie aber noch um eine bessere Trennung von perturbativem und nichtperturbativem Teil, um Doppelzählung zu vermeiden. Da der Ansatz davon ausgeht, daß der NP Anteil aus dem infrarot Verhalten der Kopplung stammt, spaltet sich die Größe des NP Anteils in einen observablenabhängigen, berechenbaren, Anteil  $c_f$  und einen universellen Term  $\alpha_0$ . Für die Bestimmung des observablenabhängigen Terms wird allerdings eine exponentierbare Größe benötigt, was die Analyse auf die in Abschnitt 2.2.6 erwähnten Observablen, sowie auf die Jetbreiten beschränkt. Zur Bestimmung des nichtperturbativen Anteils wurde die Formel 2.45 mit den Koeffizienten aus Abschnitt 2.2.6 verwendet, mit Ausnahme der Jetbreiten, für die die Formel 5.12 angewandt wurde.

Wie schon für die differentiellen Verteilungen erläutert wurde, ist der einfache additive Ansatz für die Jetbreiten nicht ausreichend, da die Impulsrichtung des Quark nicht direkt mit der Thrustachse identifiziert werden darf. Deshalb bieten diese Observablen eine

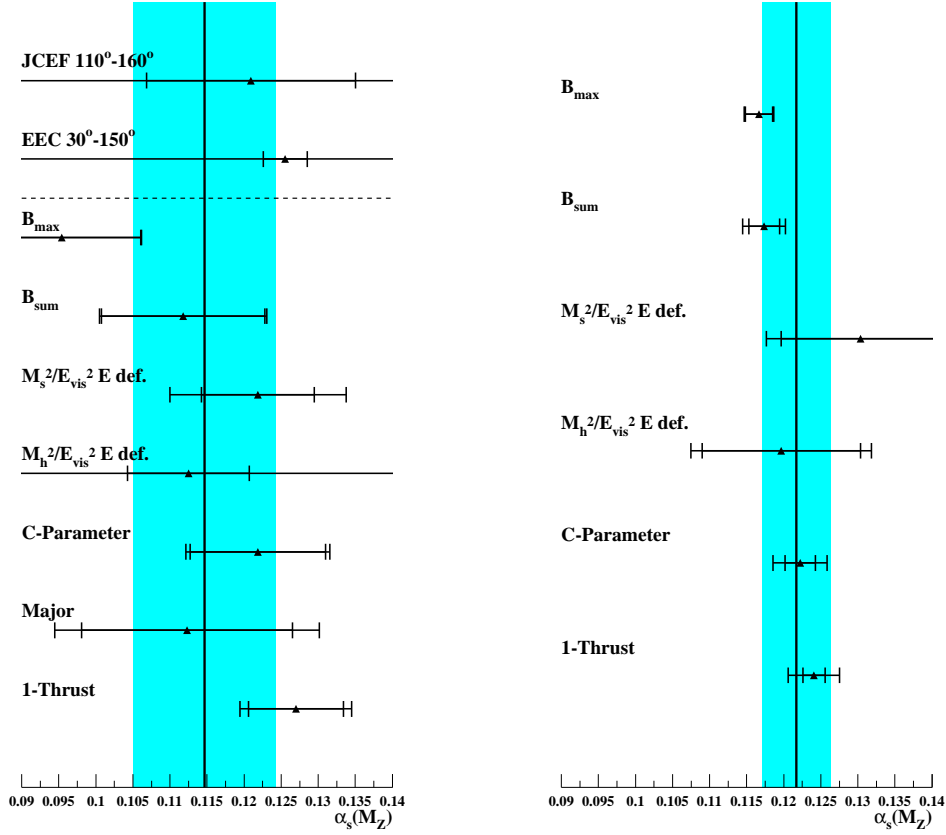


Abbildung 5.9: Ergebnisse der Parameteranpassung eines  $C * \alpha_s^3$  Terms (links) und einer Potenzkorrektur nach Dokshitzer und Webber (rechts). Linie und Band zeigen den ungewichteten Mittelwert und die dazugehörige Standardabweichung

interessante Einsicht in die Genauigkeit, mit der die NP Vorhersage ausgebaut werden kann. Für den perturbativen Parameter  $\mathcal{P}$  folgt in diesem Schema ( $\alpha_s \equiv \alpha_{\overline{MS}}(Q)$ ):

$$\mathcal{P} \equiv \frac{4C_F}{\pi^2} \mathcal{M} \frac{\mu_I}{Q} \left\{ \alpha_0(\mu_I) - \alpha_s - \beta_0 \frac{\alpha_s^2}{2\pi} \left( \ln \frac{Q}{\mu_I} + \frac{K}{\beta_0} + 1 \right) \right\}; \quad (5.11)$$

Für die Mittelwerte folgt:

$$c_f = c_B \left( \frac{\pi \sqrt{c_B}}{2\sqrt{C_F \alpha_{\overline{MS}}} (1 + K \frac{\alpha_{\overline{MS}}}{2\pi})} + \frac{3}{4} - \frac{\beta_0 c_B}{6C_F} + \eta_0 \right) \quad (5.12)$$

Dabei ist  $c_B$  1/2 für  $\langle B_{\max} \rangle$  und 1 für  $\langle B_{\text{sum}} \rangle$ .

Wie in Grafik 5.10 und der zugehörigen Tabelle 5.3 zu sehen ist, liefert dieser Ansatz konsistente Ergebnisse für  $\alpha_s$ , die mit dem bisherigen Weltmittelwert kompatibel sind.

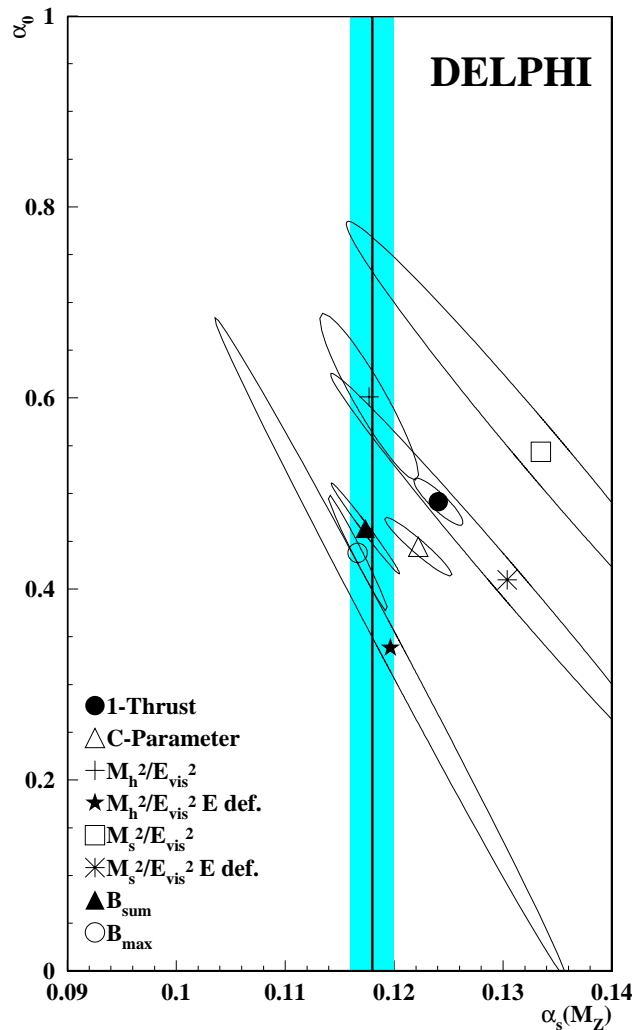


Abbildung 5.10: Ergebnisse der Parameteranpassung nach Dokshitzer und Webber. Auf der x Achse ist  $\alpha_s$ , auf der y Achse  $\alpha_0$  aufgetragen.

Auch die Größe des nichtperturbativen Parameters ist für eine Reihe von Observablen im Mittel bei einem Wert um 0.5, allerdings mit größeren Schwankungen, so daß die Universalität nur auf einem 25% Niveau erfüllt ist. Auch hier zeigt sich, daß die klassische Definition der Jetmassen zu größeren NP Korrekturen führt.

#### 5.2.4 Der Ansatz von Beneke und Maxwell

Bis zu diesem Punkt wurde das  $\overline{MS}$  Schema und die Skala  $\mu = 1$  als gegeben angenommen. Allerdings hat dies Konsequenzen für das Laufen der Kopplung. Weder mit noch ohne Potenzkorrektur erfüllen die Störungsreihen der Observablen in nächstführender Ordnung die Renormierungsgruppengleichung (RGG). Sie wird vielmehr nur näherungsweise durch

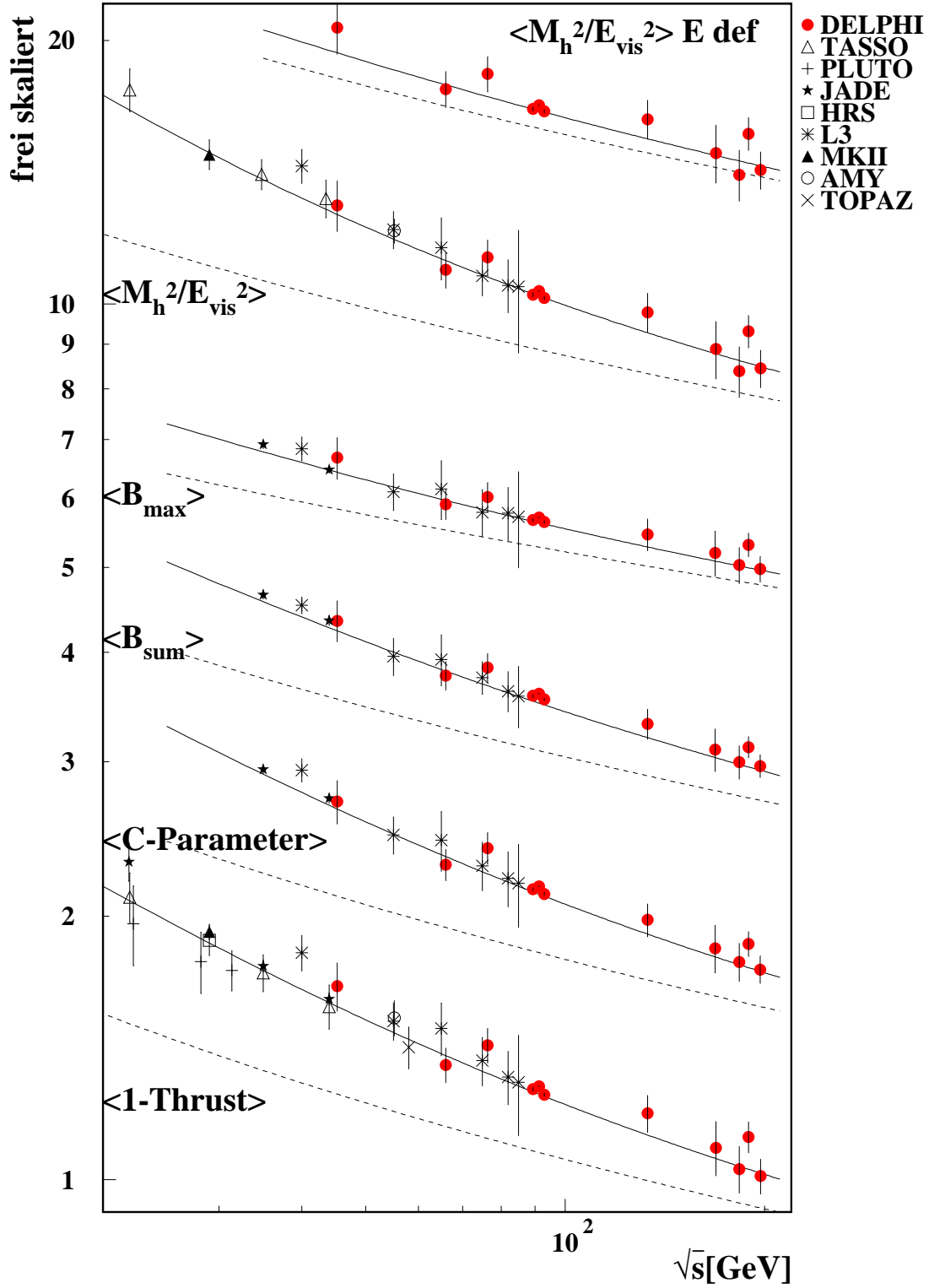


Abbildung 5.11: Ergebnisse der Parameteranpassung mit einem Renormalon Ansatz, nach Gl. (2.45, 5.12). Die durchgezogenen Linien zeigen das Resultat der Anpassung, die gepunkteten Linien den Anteil der zweiten Ordnung.

Observable	$\alpha_0(\mu_I = 2 \text{ GeV})$	$\alpha_s(M_Z)$	$\chi^2/ndf$
$1 - T$	$0.491 \pm 0.016 \pm 0.009$	$0.1241 \pm 0.0015 \pm 0.0031$	26.5/41
C-Parameter	$0.444 \pm 0.020 \pm 0.008$	$0.1222 \pm 0.0020 \pm 0.0030$	11.6/23
$M_h^2/E_{\text{vis}}^2$	$0.601 \pm 0.058 \pm 0.012$	$0.1177 \pm 0.0030 \pm 0.0018$	14.1/27
$M_{\text{hP}}^2/E_{\text{vis}}^2$	$0.300 \pm 0.222 \pm 0.127$	$0.1185 \pm 0.0104 \pm 0.0057$	10.1/15
$M_{\text{hE}}^2/E_{\text{vis}}^2$	$0.339 \pm 0.229 \pm 0.129$	$0.1197 \pm 0.0107 \pm 0.0058$	9.5/15
$M_s^2/E_{\text{vis}}^2$	$0.544 \pm 0.160 \pm 0.093$	$0.1335 \pm 0.0118 \pm 0.0074$	7.2/15
$M_{\text{sP}}^2/E_{\text{vis}}^2$	$0.378 \pm 0.138 \pm 0.084$	$0.1288 \pm 0.0104 \pm 0.0067$	8.7/15
$M_{\text{sE}}^2/E_{\text{vis}}^2$	$0.409 \pm 0.143 \pm 0.086$	$0.1304 \pm 0.0107 \pm 0.0069$	8.2/15
$B_{\text{max}}$	$0.438 \pm 0.041 \pm 0.027$	$0.1167 \pm 0.0018 \pm 0.0007$	10.1/23
$B_{\text{sum}}$	$0.463 \pm 0.032 \pm 0.009$	$0.1174 \pm 0.0021 \pm 0.0020$	8.8/23
gewichtetes Mittel	$0.468 \pm 0.080 \pm 0.008$	$0.1207 \pm 0.0048 \pm 0.0026$	
ungewichtetes Mittel	$0.431 \pm 0.048 \pm 0.039$	$0.1217 \pm 0.0046 \pm 0.0030$	

Tabelle 5.3: Bestimmung von  $\alpha_0$  aus einer kombinierten Anpassung von  $\alpha_0$  und  $\alpha_s$  an Daten verschiedener Experimente [84]. Für  $E_{cm} \geq M_Z$  wurden nur DELPHI Messungen verwendet. Der erste Fehler ist statistisch, der zweite systematisch. Für die Mittelwerte wurde nur die E-Definition der Jetmassen verwendet.

das Laufen der Kopplung berücksichtigt. Zusätzlich führt die prinzipielle Schemenfreiheit dazu, daß man einen weiteren Unsicherheitsfaktor hat, der sich im systematischen Fehler niederschlägt. Die Skala wird als unumgängliches Artefakt der Renormierung akzeptiert und durch Variationen eingegrenzt, deren Größe nur schwach begründet ist.

Geht man davon aus, daß die Form der beobachteten Ereignisse von der QCD als Feldtheorie vollständig, d.h. bis zum Ende der Hadronisierung, beschrieben wird, dann ist die Einhaltung der RGG für die Daten **zwingend**. Wenn eine Entwicklung eine gute Näherung an die Daten darstellen soll, dann muß sie selber auch näherungsweise renormierungsgruppeninvariant sein. Es ist also sinnvoll, eine Vorhersage zu benutzen, die diese Eigenschaft explizit fordert. Arbeiten zu diesem Thema wurden von Grunberg [56], Dhar und Gupta [72] sowie Beneke [60] durchgeführt und später von Maxwell [30] weiterentwickelt. Es zeigt sich, daß die direkte Nutzung der RGG den zusätzlichen Vorteil hat, daß kein Schema mehr gewählt werden muß; d.h. solcherart bestimmte Werte sind *schemeninvariant*. Die Herleitung des rein perturbativen Falls wird im Anhang A im Detail vorgeführt.

An dieser Stelle soll im weiteren die von Beneke durchgeführte Ergänzung um Potenzkorrekturen experimentell untersucht werden. Dabei wird die  $\beta$  Funktion, die selber eine Reihenentwicklung besitzt, um eine NP Größe erweitert, die für die Lösung der Gleichung den Effekt einer zusätzlichen  $1/Q$  Korrektur hat. Diese modelliert das asymptotische Verhalten der höheren  $\beta_i$  Koeffizienten. Die Lösung der Differentialgleichung läßt sich als

Observable	$K_0$	$\alpha_s(M_Z)$	$\chi^2/ndf$
$1 - T$	$-0.005 \pm 0.008 \pm 0.003$	$0.1194 \pm 0.0009 \pm 0.0003$	31.0/41
Major	$-0.126 \pm 0.302 \pm 0.197$	$0.1143 \pm 0.0052 \pm 0.0033$	9.8/15
C-Parameter	$-0.040 \pm 0.016 \pm 0.009$	$0.1175 \pm 0.0012 \pm 0.0010$	11.0/23
$M_h^2/E_{vis}^2$	$-0.112 \pm 0.028 \pm 0.006$	$0.1219 \pm 0.0014 \pm 0.0005$	19.6/27
$M_s^2/E_{vis}^2$	$-0.034 \pm 0.072 \pm 0.038$	$0.1249 \pm 0.0065 \pm 0.0035$	7.1/15
$M_{hE}^2/E_{vis}^2$	$-0.074 \pm 0.288 \pm 0.172$	$0.1168 \pm 0.0083 \pm 0.0050$	9.3/15
$M_{sE}^2/E_{vis}^2$	$0.020 \pm 0.324 \pm 0.061$	$0.1167 \pm 0.0114 \pm 0.0029$	14.9/15
$B_{max}$	$-0.362 \pm 0.105 \pm 0.021$	$0.1198 \pm 0.0010 \pm 0.0005$	8.8/23
$B_{sum}$	$-0.055 \pm 0.004 \pm 0.004$	$0.1169 \pm 0.0002 \pm 0.0005$	7.7/23
EEC <sub>70°–110°</sub>	$0.008 \pm 0.095 \pm 0.075$	$0.1174 \pm 0.0065 \pm 0.0051$	18.8/15
EEC <sub>30°–150°</sub>	$0.045 \pm 0.036 \pm 0.054$	$0.1236 \pm 0.0033 \pm 0.0047$	40.8/15
JCEF <sub>110°–160°</sub>	$0.024 \pm 0.171 \pm 0.254$	$0.1160 \pm 0.0043 \pm 0.0064$	31.4/15
gewichtetes Mittel	$-0.045 \pm 0.150 \pm 0.068$	$0.1172 \pm 0.0040 \pm 0.0035$	
ungewichtetes Mittel	$-0.092 \pm 0.119 \pm 0.057$	$0.1173 \pm 0.0017 \pm 0.0013$	

Tabelle 5.4: Ergebnisse für RGI und NP Korrekturen. Für die Anpassung wurden die Ergebnisse verschiedener Experimente benutzt. Oberhalb von  $E_{cm} \geq M_Z$  wurden nur DELPHI Daten verwendet. Der erste Fehler ist statistisch, der zweite systematisch. Für die Mittelwerte wurde nur die E Definition der Jetmasse verwendet und sowohl EEC als auch JCEF ausgelassen.

implizite Gleichung darstellen, die von einem zusätzlichen NP Koeffizienten  $K_0$  abhängt:

$$b \ln \frac{Q}{\Lambda_R} = \frac{1}{R} - \rho_1 \ln \left( 1 + \frac{1}{\rho_1 R} \right) + \int_0^R dx \left( \frac{1}{\rho(x)} + \frac{1}{x^2(1 + \rho_1 x)} \right) \quad (5.13)$$

wobei  $\rho(x)$  um den NP Term erweitert wird:

$$\rho(x) \rightarrow \rho(x) - \frac{K_0}{b} x^{-c_1/b} e^{-1/bx} \quad (5.14)$$

Dies entspräche näherungsweise einer nichtperturbativen Korrektur der Störungsreihe von:

$$C_1 = -K_0 \cdot e^{r_1/b} \cdot \left( \frac{b}{2} \right)^{c_1/b} \cdot \Lambda_{\overline{MS}} \quad (5.15)$$

Die Ergebnisse einer kombinierten Anpassung finden sich in der Grafik 5.12, die zugehörigen Daten in Tabelle 5.4.

Zur Verdeutlichung wurde das ungewichtete Mittel und die Standardabweichung der vollinklusive Größen eingezeichnet. Die Ergebnisse für  $\alpha_s$  sind deutlich konsistenter als im Fall reiner Potenzreihenkorrekturen. Läßt man JCEF und EEC außer acht, und benutzt nur vollinklusive Observablen, so folgt als ungewichtetes Mittel  $\alpha_s = 0.1172 \pm 0.0017$ , während sich als gewichtetes Mittel  $\alpha_s = 0.1173 \pm 0.0040$  ergibt, bei einem  $\chi^2/ndf$  von



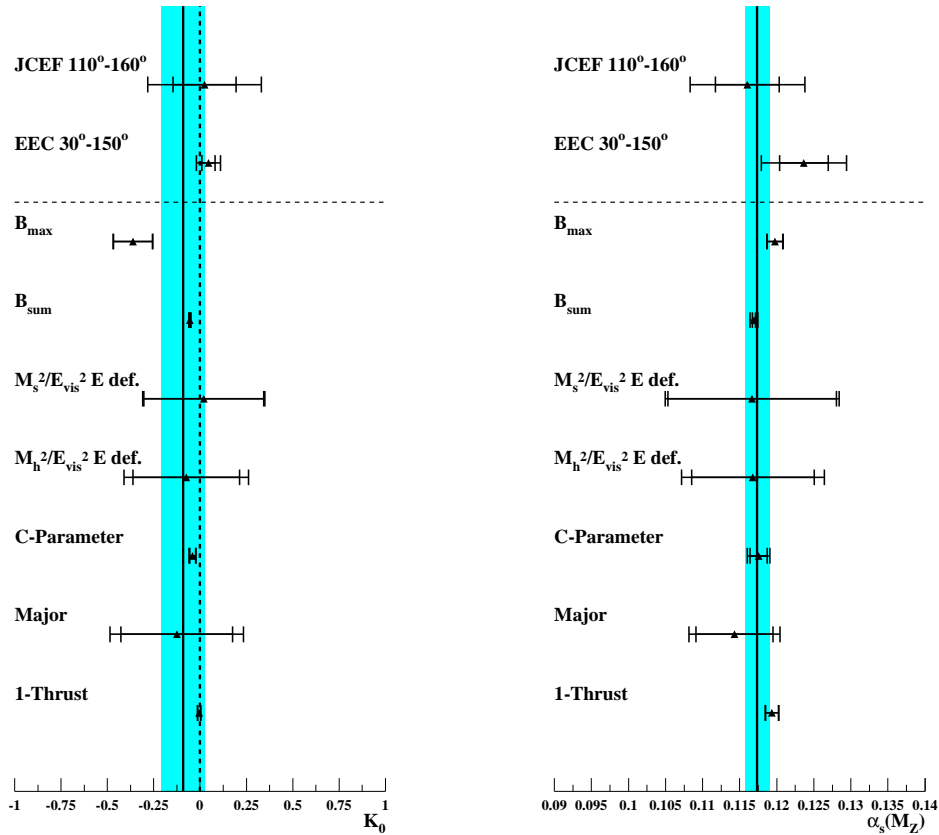


Abbildung 5.12: Ergebnisse der Parameteranpassung für RGG verbesserte Potenzkorrekturen, nach Gl. (5.13). Links die Ergebnisse für  $K_0$ , rechts das dazugehörige  $\alpha_s$ . Linie und Band zeigen den ungewichteten Mittelwert und die dazugehörige Standardabweichung

7.0/5 . Damit hat dieser Ansatz nur die Hälfte der Streuung der einfachen Potenzkorrekturen. Es ist deutlich zu erkennen, daß  $K_0$  für fast alle Größen im Rahmen des statistischen Einzelfehlers mit Null verträglich ist. Anders ausgedrückt: Im Rahmen der aktuellen Genauigkeit der Daten gibt es keinen Bedarf für zusätzliche Potenzkorrekturen. Die perturbative Rechnung in nächstführender Ordnung, zusammen mit dem nächstführenden perturbativen Anteil der  $\beta$  Funktion reicht aus, um die Daten aller betrachteten Observablen konsistent zu beschreiben.

Dieses Ergebnis zeigt eindeutig, daß Potenzkorrekturen eine sehr starke Schemenabhängigkeit besitzen. Dies soll am Beispiel von Thrust verdeutlicht werden. Hier findet man für ein festes  $\alpha_s = 0.118$  für einfache Potenzkorrekturen einen Wert von  $C_1/Q = (1.108 \pm 0.017)$ . Übersetzt man dies in einen Wert von  $K_0$ , so folgt  $K_0 = -0.32 \pm 0.006$ . Beobachtet wird allerdings ein Wert von  $K_0 = -0.005 \pm 0.008$ , d.h. der Einsatz von RGI ist nicht nur eine einfache Umformulierung der Potenzreihe sondern reduziert effektiv die Größe der Potenzkorrekturen unterhalb der Meßbarkeitsgrenze.

### 5.2.5 Reines RGI

Da ein vernachlässigbarer NP Anteil ( $\propto K_0$ ) beobachtet wird, ist es naheliegend die Daten der Mittelwerte alleine mit der rein perturbativen RGI Gleichung zu beschreiben. Wenn man die reine RGI benutzt, dann hängt die Vorhersage nicht mehr von Renormierungs- oder Faktorisierungsskalen (wie  $\mu_1$ ) ab. Auch wird keine Hadronisierungskorrektur verwendet, so daß  $\Lambda_R$  der einzige freie Parameter der Theorie ist. Dies impliziert, daß  $\Lambda_R$  für jede einzelne Mittelwertmessung bestimmbar ist, womit durch die Analyse der Energieabhängigkeit oder einen Vergleich der  $\Lambda_{\overline{MS}}$  oder  $\alpha_s(M_Z)$  Werte verschiedener Observablen ein Test der Stringenz der Theorie durchgeführt werden kann.

Abweichungen zwischen verschiedenen Energiepunkten einer Observablen sollten vor allem aus zusätzliche Hadronisierungs- und Massenkorrekturen stammen. Es konnte schon gezeigt werden, daß diese vergleichsweise klein ( $\simeq \%$ ) sind. Unterschiede in  $\alpha_s$  zwischen verschiedenen Observablen dagegen werden vor allem durch fehlende höhere Ordnungen der Störungsreihe und NP Korrekturen verursacht.

In einer Ein-Parameter Anpassung wird das Ergebnis dabei durch die sehr präzisen Messungen auf dem Z Pol dominiert, was zu sehr kleinen Fehlern führt.

Die Grafik 5.13 vergleicht die Energieabhängigkeit verschiedener vollinklusive Mittelwertgrößen mit der RGI Vorhersage. Die Daten sind die gleichen, wie sie für die einfachen Potenzkorrekturen gezeigt wurden. Die Energieabhängigkeit aller Observablen wird durch RGI gut beschrieben und auch das  $\chi^2/ndf$  der Anpassung ist für alle Größen akzeptabel (siehe Tabelle 5.5) und vergleichbar mit den Werten für RGI und Potenzkorrektur. Die Ergebnisse der  $\alpha_s$  Messung stimmen gut miteinander überein, mit der Ausnahme der Standarddefinitionen der Jetmasse  $M_h^2/E_{vis}^2$  und  $M_s^2/E_{vis}^2$  bei denen der Einfluß fehlender Massenkorrekturen sichtbar wird.

Das RGI  $\alpha_s$  Ergebnis für verschiedene Observablen wird nochmals in Grafik 5.15 im Vergleich mit RGI und NP Korrekturen, einfachen Potenzkorrekturen und Monte Carlo Hadronisierungskorrekturen gezeigt. Es ist offensichtlich, daß RGI zu einer erheblich besseren Konsistenz zwischen verschiedenen Observablen führt als einfache Potenzkorrekturen oder Hadronisierungskorrekturen. Im Vergleich zu RGI mit Potenzkorrekturen wird die Streuung der  $\alpha_s$  Werte, wie erwartet, nicht signifikant erhöht. Das ungewichtete Mittel und die Streuung der  $\alpha_s$  der vollinklusive Werten aus Grafik 5.15 ist  $\alpha_s = 0.1201 \pm 0.0020$ , das gewichtete Mittel ergibt  $\alpha_s = 0.1195 \pm 0.0002$ . Die RGI Ergebnisse mit und ohne Potenzkorrekturen sind immer noch miteinander vereinbar, allerdings kennzeichnet die allgemeine Verschiebung von rund 2% bei Z Energien einen möglichen Einfluß von Potenzkorrekturen. Die Streuung des ungewichteten Mittels von  $\alpha_s$  ist nur von der Größenordnung 0.002 und ein Indikator für mögliche Unterschiede in höherer Ordnung. Diese Streuung ist viel kleiner als in  $\overline{MS}$  Analysen und zeigt eine erheblich bessere Übereinstimmung zwischen Observablen und RGI Störungstheorie.

Um das Verhältnis zwischen RGI und Potenzkorrekturen weiter zu beleuchten, kann man versuchen, aus den RGI Vorhersagen die Größen der einfachen Potenzkorrekturen im  $\overline{MS}$  Schema vorherzusagen. Der Potenzterm kann dabei näherungsweise aus der Differenz

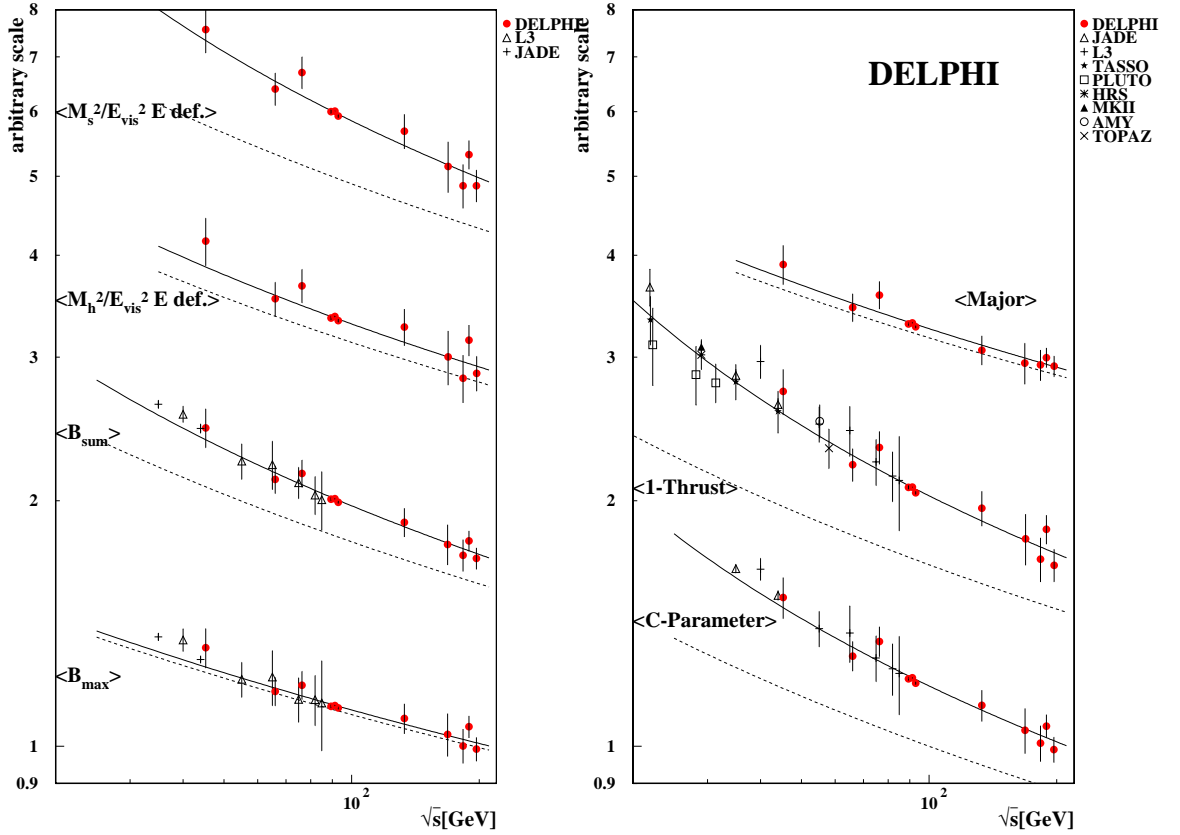


Abbildung 5.13: Vergleich der Mittelwertdaten mit den Vorhersagen der reinen RGI Störungstheorie (durchgezogene Linie). Die gestrichelte Linie zeigt den Erwartungswert für  $\overline{MS}$  bei gleichem  $\alpha_s$ .

zwischen RGI und reinem  $\overline{MS}$  Term bestimmt werden:

$$\frac{C_1}{E_{cm}} = R_{RGI}(E_{cm}) - R_{\overline{MS}}(E_{cm}) \quad (5.16)$$

für ein festes  $\Lambda_{\overline{MS}} = 250 \text{ MeV}$ . Dieser Wert entspricht dem Mittel der  $\alpha_s$  Werte, die aus der RGI Analyse ermittelt wurden. Da dieser Ansatz leicht energieabhängig ist, wurde  $M_Z$  als Referenzenergie gewählt. Die Grafik 5.14 zeigt den Vergleich zwischen den gemessenen einfachen Potenzkorrekturen und den RGI Vorhersagen. Die starke Korrelation zwischen  $C_1/A$  und  $B/A$  für voll inklusive Mittelwerte wird durch den Ansatz sehr gut beschrieben. Aber sie gilt auch für verschiedene Werte von JCEF und EEC. Hier kann der Quotient  $B/A$  durch die Wahl des Integrationsintervalls im Rahmen frei gewählt werden.

Die Übereinstimmung der gemessenen  $C_1/A$  Werte und der RGI Kurve hängt von der Wahl des  $\Lambda_{\overline{MS}}$  Wertes ab. Ein höherer Wert von  $280 \text{ MeV}$  wie von der Oberkante des Bandes in Grafik 5.14 dargestellt, verschiebt die Datenpunkte um ungefähr die gleiche Größe nach unten und führt zu einer Abweichung von der Größe des Bandes.

In ähnlicher Weise wie für die einfachen Potenzkorrekturen kann man den Vergleich für

Observable	$\alpha_s(M_Z)$	$\chi^2/ndf$
1 - T	0.1199±0.0002±0.0002	31.9/41
Major	0.1166±0.0001±0.0003	10.1/15
C-Parameter	0.1205±0.0002±0.0002	24.6/23
$M_h^2/E_{vis}^2$	0.1274±0.0005±0.0017	46.9/27
$M_s^2/E_{vis}^2$	0.1282±0.0006±0.0005	7.6/15
$M_{hE}^2/E_{vis}^2$	0.1189±0.0004±0.0005	9.4/15
$M_{sE}^2/E_{vis}^2$	0.1216±0.0004±0.0004	8.1/15
$B_{max}$	0.1236±0.0002±0.0004	32.6/23
$B_{sum}$	0.1194±0.0001±0.0004	21.5/23
EEC <sub>70°-110°</sub>	0.1169±0.0002±0.0001	18.8/15
EEC <sub>30°-150°</sub>	0.1199±0.0001±0.0001	44.0/15
JCEF <sub>110°-160°</sub>	0.1155±0.0002±0.0001	31.5/15
gewichtetes Mittel	0.1195±0.0002±0.0010	
ungewichtetes Mittel	0.1201±0.0020±0.0003	

Tabelle 5.5: Ergebnisse für reines RGI für verschiedene Experimente. Für  $E_{cm} \geq M_Z$  wurden nur DELPHI Daten verwendet. Der erste Fehler ist statistisch, der zweite systematisch. Für die Mittelwerte wurde nur die E-Definition der Jetmassen verwendet und sowohl EEC als auch JCEF ausgelassen.

Dokshitzer und Webber artige Potenzkorrekturen machen. Das Ergebnis ist in Grafik 5.16 zu sehen. Auch hier ist eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Daten und Vorhersage zu sehen. Während die Ergebnisse der Dokshitzer und Webber Anpassung näherungsweise durch ein universelles  $\alpha_0$  dargestellt werden können, ist RGI in der Lage auch noch die Streuung abzubilden.

### 5.2.6 Die Wahl des Renormierungsschemas

Es ist eine schon länger bekannt, daß Rechnungen in fester Ordnung Störungstheorie für Ereignisformvariablen und Mittelwerte durch eine geeignete Wahl der Skala an die Daten angepaßt werden können. Dies ist in nächstführender Ordnung identisch mit der freien Wahl eines Schemas.

Die Methode der Skalenoptimierung wurde schon in früheren Arbeiten der DELPHI Kollaboration verwendet [57]. Man beschränkte sich allerdings auf die Analyse der Z Daten und nutzte Hadronisierungskorrekturen aus Generatormodellen, um den Einfluß der Skalenwahl auf rein partonischem Niveau zu untersuchen. Im folgenden werden dagegen nur detektorkorrigierte Daten verwendet. Das Ergebnis ist überraschend: Obwohl die Skala aufgrund der logarithmischen Abhängigkeit mit einem vergleichsweise großem Fehler behaftet ist, korrelieren die Ergebnisse mit denen des ECH Schemas vollständig.

Der Grund: Für ein festes  $\alpha_s$  besitzt der Wert einer Observablen in Abhängigkeit der Skala ein Maximum, das allerdings für alle betrachteten Observablen kleiner ist als die Mehr-

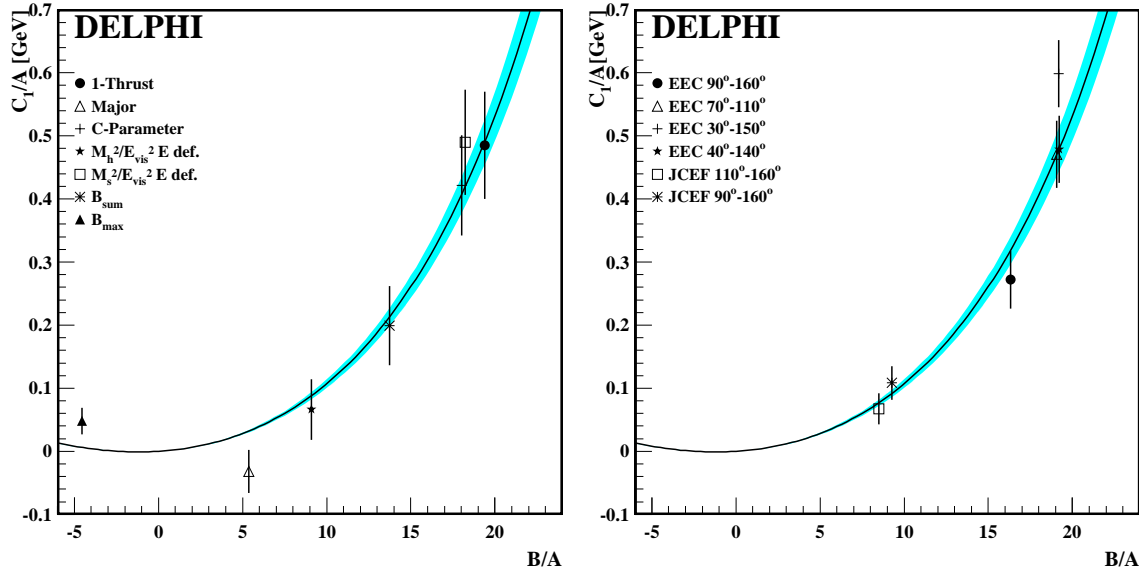


Abbildung 5.14: Vergleich der Ergebnisse eines  $C_1/Q$  Fits an den residualen Anteil mit den vorhergesagten Werten aus der RGI Methode für ein  $\Lambda_{\overline{MS}}$  von 250 MeV. Das Band stellt eine Variation von  $\Lambda_{\overline{MS}}$  von  $\pm 30$  MeV dar. Die linke Grafik zeigt verschiedene, größtenteils vollinklusive Observablen. Die rechte Grafik zeigt das Verhalten von EEC und JCEF bei unterschiedlichen Mittelungs Intervallen.

heit der Datenpunkte. Deshalb führt die Optimierung grundsätzlich auf den Maximalwert. Dieser stellt aber auch den Punkt mit der geringsten Sensitivität auf Skalenänderungen dar und ist damit identisch der PMS Skala. Wie im Theorieabschnitt besprochen wurde, ist der Unterschied zwischen ECH und PMS nur gering, was sich auch bei einem direkten Vergleich in Grafik 5.17 zeigt. Während RGI/ECH eine Lösung darstellt, die nicht mehr vom Schema abhängt, ist PMS eine Lösung, die am insensitivsten gegenüber der Schemenvariation ist. Die Wahl des PMS Schemas bei freier Wahl von  $\alpha_s$  ist ein weiteres Indiz dafür, daß die invariante Schemenwahl bevorzugt wird.

### 5.2.7 Messung der QCD $\beta$ Funktion mit RGI

Obwohl RGI auf der RGG beruht, wird die  $\beta$  Funktion selber nicht durch den RGI Ansatz festgelegt. Da die  $\beta$  Funktion für jede Observable  $R$  und die QCD Kopplung selbst bis zur zweiten Ordnung identisch ist, kann man die  $\beta$  Funktion, bzw. ihre Koeffizienten  $\beta_0$  und  $\rho_1$  direkt aus der Energieentwicklung der Mittelwerte bestimmen (siehe Gleichung 2.56). Da  $\rho_1$  nur eine kleine Korrektur ( $\mathcal{O}(4\%)$ ) erzeugt, und mit den derzeit verfügbaren Daten nicht gleichzeitig mit  $\beta_0$  angepaßt werden kann, wurde es auf den QCD Wert festgesetzt. Nimmt man die  $C_A$  und  $C_F$  Koeffizienten der QCD als gegeben an, dann kann man alternativ zu  $\beta_0$  auch die Zahl der Flavor Freiheitsgrade  $n_f$  anpassen. In diesem Fall werden  $\beta_0$  und  $\rho_1$  mit freiem  $n_f$  und  $C_A = 3$  berechnet.

Die implizite Gleichung 2.56 enthält dann zwei freie Parameter  $\Lambda_R$  und  $\beta_0$  (beziehungsweise  $n_f$ ), die sich aus der Anpassung an die Energieentwicklung bestimmen lassen. Man

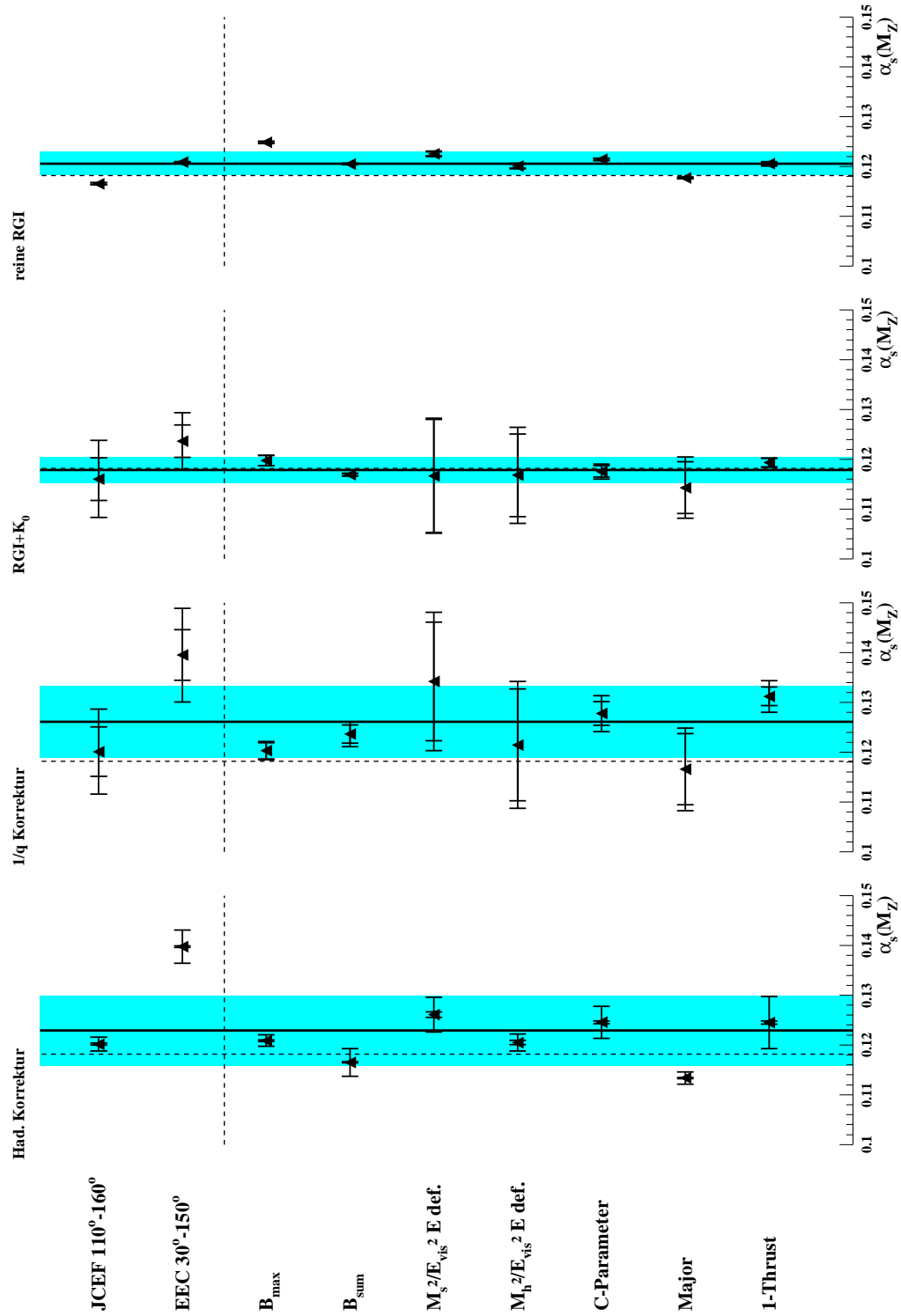


Abbildung 5.15:  $\alpha_s$  Ergebnisse für verschiedene Observablen und Methoden. Die durchgezogene Linie zeigt das ungewichtete Mittel, das Band die Varianz für die vollinklusive Observablen. Als Referenz ist der PDG Mittelwert von  $\alpha_s=0.1182$  als gestrichelte Linie dargestellt.

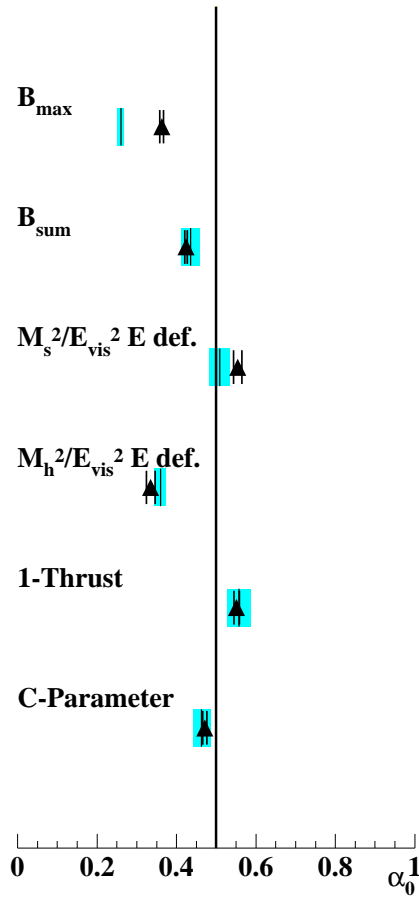


Abbildung 5.16: Vergleich der Ergebnisse der Potenzkorrektur nach Dokshitzer und Webber mit der Vorhersage aus RGI für einen festen Wert von für  $\Lambda_{\overline{MS}} = 250$  MeV . Das Band stellt die Variation von  $\pm 30$  GeV dar. Die durchgezogene Linie innerhalb des Bandes den rekonstruierten  $\alpha_0$  Wert.

beachte, daß die Anpassung unabhängig von der  $n_f$  Abhängigkeit des zweite Ordnung Störungskoeffizienten  $B$  ist, da dieser nur in der Definition von  $\Lambda_R$  vorkommt und so bei einer freien Anpassung von  $\beta_0 \log \Lambda_R$  automatisch mit berücksichtigt wird.

Die Ergebnisse der Anpassung an DELPHI Daten wird in Tabelle 5.6 gezeigt. Der systematische Fehler der Daten wurden vollständig propagiert. Die Unsicherheit aufgrund der b-Massenkorrektur ist klein, und wird separat angegeben. Systematische Unsicherheiten aufgrund des möglichen Einflusses von zusätzlichen kleinen Potenzkorrekturen wurden nicht berücksichtigt. Im Gegensatz zu den  $\alpha_s$  Messungen erscheint dies in diesem Fall gerechtfertigt, da gegenwärtig der relative experimentell Fehler der  $\beta$  Funktionsmessung ein Vielfaches der Unsicherheit der  $\alpha_s$  Messung besitzt [85, 20]. Da außerdem das Laufen von Potenzkorrektur und Kopplung ähnlich sind, kann man erwarten, daß der zusätzliche systematische Fehler klein ist, und dementsprechend vernachlässigt werden kann. Für alle Observablen stimmt das Ergebnis für  $\beta_0$  oder  $n_f$  voll mit den Erwartungswerten der QCD

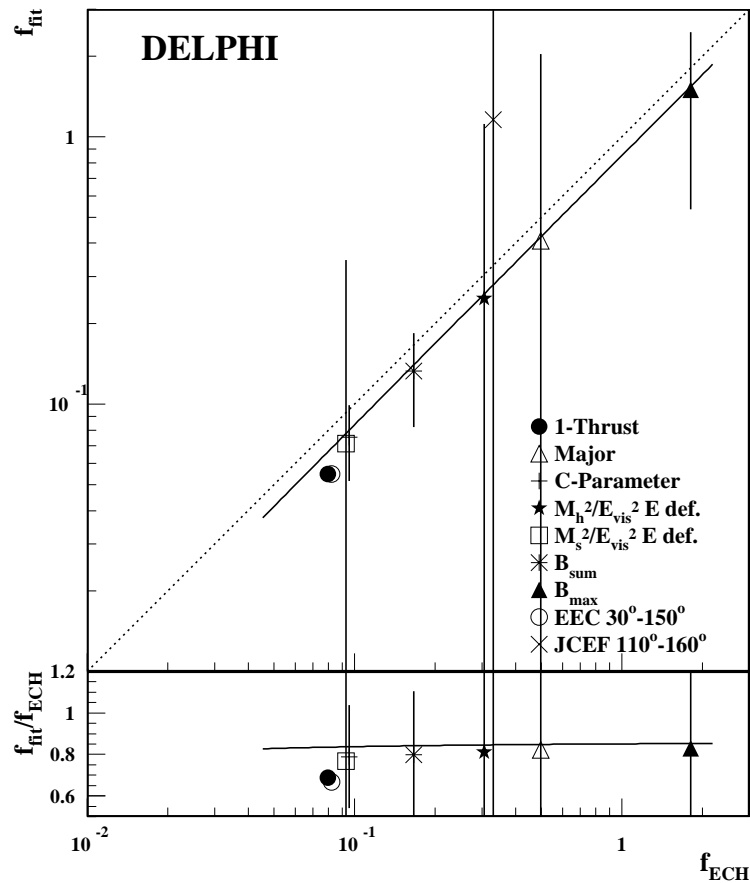


Abbildung 5.17: Vergleich von RGI und optimierter Skala für verschiedene Observablen. Die durchgezogene Linie stellt die PMS Skala dar.

überein, eine Beobachtung, die das Vertrauen in die RGI Methode weiter stärkt.

Um den Fehler der Messung von  $\beta_0$  oder  $n_f$  weiter zu reduzieren, kann man zusätzliche Datenpunkte von Niederenergie Experimenten mit in die Analyse aufnehmen, um so den Hebelarm der Messung zu verstärken. Da allerdings  $\langle M_h^2/E_{\text{vis}}^2 \rangle$  große Potenzkorrekturen aufgrund der starken Massenabhängigkeit beinhaltet, bleibt praktisch nur  $\langle 1 - T \rangle$  als einzige Observable übrig. Die Daten, wie sie in [84] angegeben sind, wurden für eine gemeinsame Anpassung verwendet. Da der systematische Fehler verschiedener Experimente nicht kontrolliert zusammengeführt werden kann, wurden für diese Anpassung statistische und systematische Fehler zu einem totalen Fehler addiert, was zu verhältnismäßig kleinen  $\chi^2/ndf$  Werten führt. Der Fehler der Anpassung beinhaltet damit schon einen systematischen Anteil. Die Anpassung beschreibt die Daten sehr gut innerhalb des Energiebereichs von  $\sqrt{s} = 15 \dots 200$  GeV. Dabei wird erwartet, daß sich die Steigung in der Nähe der  $b$  Produktionsschwelle von  $\sqrt{s} \simeq 15$  GeV ändert. Sowohl das zentrale Ergebnis der Anpassung, als auch die Einzelergebnisse für die verschiedenen Experimente, die  $\langle 1 - T \rangle$  Werte über ein Energieintervall publiziert haben, sind in Tabelle ?? angegeben. Alle Ergebnisse sind konsistent mit der QCD Erwartung innerhalb des Fehlers der Anpassung. Um die



Experiment	$\beta_0$	$\chi^2/ndf$	$n_f$
Thrust	$7.7 \pm 1.1 \pm 0.2 \pm 0.1$	9.2/13	$4.6 \pm 1.3 \pm 0.3 \pm 0.1$
C-Parameter	$7.8 \pm 1.0 \pm 0.3 \pm 0.1$	7.2/13	$4.7 \pm 1.2 \pm 0.4 \pm 0.1$
$M_h^2/E_{vis}^2$ E def.	$7.5 \pm 1.5 \pm 0.2 \pm 0.0$	8.8/13	$4.8 \pm 1.9 \pm 0.3 \pm 0.0$
$M_s^2/E_{vis}^2$ E def.	$7.5 \pm 1.1 \pm 0.2 \pm 0.0$	7.1/13	$5.0 \pm 1.3 \pm 0.3 \pm 0.1$
$B_{max}$	$7.7 \pm 1.4 \pm 0.1 \pm 0.1$	6.3/13	$4.7 \pm 1.9 \pm 0.1 \pm 0.2$
$B_{sum}$	$7.7 \pm 1.9 \pm 0.8 \pm 0.1$	5.9/13	$4.8 \pm 1.2 \pm 0.1 \pm 0.2$
Major	$8.0 \pm 1.1 \pm 0.1 \pm 0.1$	9.2/13	$4.3 \pm 1.5 \pm 0.2 \pm 0.2$
Mittel	$7.7 \pm 1.0 \pm 0.2 \pm 0.1$		$4.7 \pm 0.5 \pm 0.4 \pm 0.2$
Theorie	7.66		5

Tabelle 5.6: Ergebnisse für die Anpassung von  $\beta_0$  und  $n_f$  für verschiedene Observablen mit DELPHI Daten. Der erste Fehler ist statistisch, der zweite systematisch, der dritte aufgrund der Unsicherheit der b Massenkorrektur.

systematische Unsicherheit von  $\beta_0$  oder  $n_f$  abschätzen zu können, wurden einzelne Experimente aus der Anpassung entfernt. Aus der resultierenden Streuung läßt sich der Einfluß der systematischen Abweichung der Einzelexperimente, und damit ein Anhaltspunkt für den systematische Fehler bestimmen. Man sieht eine maximale Abweichung vom Zentralwert von  $\Delta\beta_0 = +0.11$ ,  $\Delta n_f = -0.27$  (PLUTO) und  $\Delta\beta_0 = -0.08$ ,  $\Delta n_f = +0.17$  (JADE). Addiert man den Fehler der Anpassung und die systematische Unsicherheit der DELPHI Messung quadratisch zu den obigen Abweichungen vom Zentralwert, so erhält man als Endergebnis:

# Kapitel 6

## Zusammenfassung

Ereignisformobservable und ihre Mittelwerte (beziehungsweise Integrale) wurden für die Observablen  $1-T$ , C-Parameter,  $B_{\max}$ ,  $B_{\text{sum}}$ , EEC, JCEF, die klassischen und die  $E$ - oder  $p$ -Definitionen von  $M_h^2/E_{\text{vis}}^2$ ,  $M_s^2/E_{\text{vis}}^2$ , für einen weiten Bereich von Schwerpunktsenergien zwischen  $45 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 202 \text{ GeV}$  untersucht. Energiemessungen unterhalb von  $\sqrt{s} = M_Z$  wurden dabei durch die Selektion von Ereignissen mit harter Photonabstrahlung durchgeführt.

Es zeigt sich, daß die Daten gut durch Monte Carlo Fragmentationsmodelle und Analytische Potenzkorrekturen beschrieben werden. Zum ersten Mal wurde eine Messung der NP Korrekturen für die EEC vorgenommen. Die Messung der Verschiebung der Sudakov Schulter für den C-Parameter zeigt eine ansatzweise konstante NP Verschiebung über den gesamten drei Jet Bereich.

Das ungewichtete Mittel von  $\alpha_s$  aus den Anpassungen an sechs Verteilungen ergibt:

$$\alpha_s(M_Z) = 0.1114 \pm 0.0055 \quad ,$$

wobei der Fehler der Streuung der  $\alpha_s$  Werte entspricht. Die Werte des NP Parameters  $\bar{\alpha}_0$  sind innerhalb der erwarteten Unsicherheit von  $\sim 20\%$  miteinander konsistent. Ungewichtetes Mittel und Streuung sind:

$$\bar{\alpha}_0 = 0.557 \pm 0.074 \quad .$$

Die zugehörigen Ergebnisse für die Mittelwerte ergeben ein höheres Resultat für die starke Kopplung und ein kleineres für den NP Parameter:

$$\alpha_s(M_Z) = 0.1217 \pm 0.0046 \qquad \bar{\alpha}_0 = 0.431 \pm 0.048 \quad .$$

Neben dem Vergleich mit Potenzkorrekturmodellen wurden die Daten für vollinklusive Mittelwerte und die Integrale von EEC und JCEF auch mit der Methode der sogenannten RGI Störungstheorie mit und ohne NP Korrekturen analysiert. Es zeigt sich, daß RGI in der Lage ist, mit einem einzigen Wert der starken Kopplung das Energieverhalten aller Daten konsistent zu beschreiben:

$$\alpha_s(M_Z) = 0.1201 \pm 0.0020 \quad ,$$

ohne dafür zusätzliche NP Korrekturen zu benötigen. Die kleine Streuung der  $\alpha_s$  Werte ist ein Indiz für die bessere Konvergenz von RGI in Vergleich zum  $\overline{MS}$  Schema. Dabei existiert kein zusätzlicher Freiheitsgrad in Form einer Schemen- oder Skalenabhängigkeit.

Aufgrund der erfolgreichen Anwendung der RGI Theorie auf Mittelwerte ist es naheliegend, diese Methode für eine direkte Messung der  $\beta$  Funktion der starken Wechselwirkung zu benutzen. Für den führenden Koeffizienten der  $\beta$  Funktion folgt als Mittel aus sieben mit DELPHI gemessenen Observablen:

$$\beta_0 = 7.7 \pm 1.0 \pm 0.2$$

Unter der Annahme, daß die QCD Koeffizienten korrekt sind, folgt für die Flavorzahl  $n_f$ :

$$n_f = 4.7 \pm 0.5 \pm 0.5 \quad .$$

Der systematische Fehler enthält dabei sowohl die experimentellen Unsicherheiten als auch die Unsicherheiten aufgrund der B Massenkorrektur. Durch das Hinzufügen von Ergebnissen anderer Niederenergieexperimente erhält man für  $\langle 1 - T \rangle$ :

$$\beta_0 = 7.86 \pm 0.32 \qquad n_f = 4.75 \pm 0.44 \quad .$$

Hier enthält die systematische Unsicherheit zusätzlich zu den oben genannten Fehlern den systematischen Fehler auf Grund des Einbezugs der Niederenergie Daten. Der größere Hebelarm vergrößert die Genauigkeit im Vergleich zu den reinen DELPHI Daten erheblich.

Eine weitere Verkleinerung des Fehlers ließe sich durch eine saubere Kombination der Daten aller LEP Experimente erreichen. Außerdem sollte die Analyse neben  $\langle 1 - T \rangle$  für weitere Observablen wiederholt werden. Zu diesem Zweck wäre auch eine Neuprozessierung der Daten älterer Experimente hilfreich.

Unter der Annahme, daß die Größe der Potenzterme in Mittelwerten durch zukünftige Studien geklärt wird, zeigt die gute Stabilität der  $\alpha_s$  Ergebnisse für eine größere Zahl von Observablen, daß die RGI Methode ein guter Ansatz für die verbesserte Messung der starken Kopplung ist.

# Anhang A

## Ereignisformvariablen

Ereignisformvariablen versuchen, die geometrische Struktur eines Ereignisses zu beschreiben.

**Thrust** Diese Größe beschreibt die stiftartigkeit eines Ereignisses:

$$T = \max_{\vec{n}} \frac{\sum_{i=1}^N |\vec{p}_i \vec{n}_T|}{\sum_{i=1}^N |\vec{p}_i|}$$

Sie definiert den Vektor  $\vec{n}$  entlang dessen der Longitudinalimpuls maximal wird. Typischerweise verwendet man nicht Thrust sondern 1-Thrust, da verschiedene Störungsentwicklungen den 2-Jet Fall für den Wert 0 erwarten. Die gleiche Definition läßt sich auf die Komponenten transversal zur Thrustachse anwenden. So erhält man die Größen Major und Minor mit ihren zugehörigen Vektoren:

**Major**

$$M = \max \frac{\sum_{i=1}^N |\vec{p}_i \vec{n}_{Major}|}{\sum_{i=1}^N |\vec{p}_i|} \quad \vec{n}_{Major} \perp \vec{n}_{Thrust}$$

**Minor**

$$m = \frac{\sum_{i=1}^N |\vec{p}_i \vec{n}_{Minor}|}{\sum_{i=1}^N |\vec{p}_i|} \quad \vec{n}_{Minor} = \vec{n}_{Major} \times \vec{n}_{Thrust}$$

Aus Major und Minor läßt sich die Flachheit eines Ereignisses, die **Oblateness** bestimmen.

$$O = M - m$$

Einen vergleichbaren Satz von Variablen stellen die Spherizitätsvariablen dar. Im Gegensatz zu den Thrustvariablen, die linear im Impuls sind, definieren sie sich aus den Eigenwerten  $\lambda_i$  und Eigenvektoren des quadratischen Impulstensors  $M^{\alpha\beta}$ :

$$M^{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^N p_i^\alpha p_j^\beta$$

Aufgrund der quadratischen Definition sind diese Observablen weder Infrarot- noch Kollinearitätssicher.

### Spherizität

$$S = \frac{3}{2}(\lambda_2 + \lambda_3)$$

### Aplanarität

$$A = \frac{3}{2}\lambda_3$$

### Planarität

$$P = \frac{2}{3}(S - 2A)$$

Alternativ lassen sich Variablen auf der Basis der Eigenwerte  $\lambda_i$  des linearen Impulstensors  $\Theta^{ij}$  bestimmen:

$$\Theta^{ij} = \frac{1}{\sum_{k=1}^N |\vec{p}_k|} \sum_{i=1}^N \frac{p_k^i p_k^j}{|\vec{p}_k|}$$

### C-Parameter

$$C = 3(\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_3 \lambda_1)$$

### D-Parameter

$$D = 27(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)$$

### Jetmassen

Die Jetmassen bestimmen sich aus den invarianten Massen der Impulse jeweils einer durch die Thrust Achse bestimmten Hemisphäre:

$$M_{1/2}^2 = \left( \sum_{\vec{p}_k \cdot \vec{n}_T \geq 0} p_k \right)^2$$

Daraus bestimmen sich die leichte und die schwere Jetmasse zu:  $M_h^2 = \max(M_1^2, M_2^2)$ ,  $M_l^2 = \min(M_1^2, M_2^2)$  und  $M_d^2 = M_h^2 - M_l^2$

Die **Jetbreiten** stellen die Summe der Transversalimpulsanteile in Bezug auf die Thrustachse dar:

$$B_{\pm} = \frac{\sum_{\pm \vec{p}_i \cdot \vec{n}_{Thrust} > 0} |\vec{p}_i \times \vec{n}_{Thrust}|}{2 * \sum_i |\vec{p}_i|}$$

Auch hier ergeben sich zwei Werte für jede Hemisphäre. Aus diesen Größen  $B_-$  und  $B_+$  werden die Jetbreiten bestimmt.  $B_{max} = \max(B_-, B_+)$ ,  $B_{min} = \min(B_-, B_+)$ ,  $B_{sum} = B_+ + B_-$  und  $B_{diff} = B_+ - B_-$

## A.1 Spurvariablen

Neben dem gesamten Ereignis lassen sich auch die einzelnen Spuren untersuchen.

### skalierter Impuls

$$x_p = \frac{2 * |\vec{p}|}{\sqrt{S}}$$

$$\xi_p = \ln \left( \frac{1}{x_p} \right)$$

### Rapidität

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}} \quad p_{\parallel} = \vec{p} \vec{n}_{Thrust}$$

### Transversalimpulse

$$\vec{p}_t^{in} = \vec{p} * \vec{n}_{Maj}$$

$$\vec{p}_t^{out} = \vec{p} * \vec{n}_{Min}$$

### Energie-Energie-Korrelation

Die EEC mißt die Korrelation des Energieflusses in einem hadronischen Ereignis. Für ein 2-Jet Ereignis besitzt sie scharfe Maxima bei  $\chi = 0^\circ$  bzw.  $\chi = 180^\circ$ , während sie für mehr isotrope Ereignisse flacher und breiter verteilt ist. Sie ist infrarot sicher und exponentiert.

$$EEC(\chi) = \frac{1}{N} \frac{1}{\Delta\chi} \sum_{Ereign.}^N \sum_{ij}^{Teilchen} \frac{E_i E_j}{E_{vis}^2} \int_{\chi - \frac{\Delta\chi}{2}}^{\chi + \frac{\Delta\chi}{2}} \delta(\chi - \chi_{ij}) d\chi$$

$$AEEC(\chi) = EEC(180^\circ - \chi) - EEC(\chi)$$

### JCEF

JCEF [65] ist die Abkürzung für „Jet Cone Energy Fraction“. Sie integriert die Energie innerhalb einer Konusschale mit Öffnungswinkel  $\chi$  in Bezug zur Thrust Achse. Sie ist definiert als:

$$JCEF(\chi) = \frac{1}{N} \frac{1}{\Delta\chi} \sum_N \sum_i \frac{E_i}{E_{vis}} \int_{\chi - \frac{\Delta\chi}{2}}^{\chi + \frac{\Delta\chi}{2}} \delta(\chi' - \chi_i) d\chi'$$

Dabei ist

$$\chi_i = \arccos \left( \frac{\vec{p}_i \vec{n}_T}{|\vec{p}_i|} \right)$$

der Öffnungswinkel zwischen einem Teilchen und dem Thrust Vektor  $\vec{n}_T$ , der von der Hemisphäre mit der leichten Jetmasse zur Hemisphäre mit der schweren Jetmasse weist.

## A.2 Jetraten

Das Prinzip der Jetraten Algorithmen beruht auf der Zusammenfassung der großen Zahl von Endzustandsteilchen zu einer kleinen Zahl von Teilchengruppen, sogenannter Jets, wobei diese Jets so gut wie möglich die Partonkonfiguration, aus der der Zerfall resultierte, rekonstruieren soll. Zu diesem Zweck wurden eine Reihe von Algorithmen mit unterschiedlichen Stärken und Schwächen vorgeschlagen [50]. Der Algorithmus besteht typischerweise aus zwei Kernkomponenten:

- Die Auflösungsvariable stellt das Maß der Zugehörigkeit zweier Partonen zueinander dar.
- Das Rekombinationsschema bestimmt anhand dieser Variable, welche Partonen zusammengefügt, oder aufgespalten werden sollen, wobei eine Schwellenvariable bestimmt, bis zu welcher Auflösungsvariablen zwei Partonen als eins gelten sollen.

Als Jetrate  $R_n$  bezeichnet man dabei die Anzahl von Jets bei einer gegebenen Auflösungsvariable  $y$ . Die differentielle Jetrate  $D_n$  dagegen kennzeichnet den Auflösungsparameter  $y$ , bei dem ein Übergang von der  $n + 1$  Jetrate zur  $n$  Jetrate stattfindet.

### Jade

Das Jade Schema basiert auf dem Konzept der binären Kombination. Dabei wird eine Liste aller Partonkombinationen und ihrer Auflösungsvariablen erstellt. Die Kombination mit der kleinsten Variablen wird zu einem Parton kombiniert. Dieser Prozess wird fortgesetzt, bis die kleinste Kombination über dem Auflösungsparameter liegt. Als Maß dient die Größe:

$$y_{ij} = \frac{2E_i E_j (1 - \cos \vartheta_{ij})}{E^2}$$

Welche eng mit der invarianten Masse verknüpft ist. Die invariante Masse selber ist weniger geeignet, da sie instabil ist und dazu tendiert, schnelle Teilchen um langsame herum zusammenzufassen. Aber auch dieses Auflösungsvariable ist problematisch, da sie weiche Gluonen auch dann bevorzugt zusammenfasst, wenn sie offensichtlich in verschiedenen Hemisphären liegen. Die Folge ist, daß der Jade Algorithmus größere Hadronisierungskorrekturen benötigt, und daß die Gluon Emission nicht exponenzierbar ist.

### Durham

Dieses Problem löst der Durham ( oder  $k_{\perp}$  ) Algorithmus, indem er nicht auf der invarianten Masse, sondern auf der Transversalenergie basiert.

$$y_{ij} = \frac{2 \min(E_i^2, E_j^2) (1 - \cos \vartheta)}{E_{vis}^2}$$

Die Auflösungsvariable ist asymmetrisch, d.h. das  $p_{\perp}$  des niedenergetischen Teilchens wird in Beziehung zum höherenergetischen gemessen. Auf diese Weise wird ein weiches Gluon zuerst mit einem benachbarten hochenergetischem Quark kombiniert, was die Stabilität der Rekombination erhöht. Dadurch reduzieren sich die Hadronisierungskorrekturen auf

die Jetraten. Außerdem wird der Ausdruck dadurch exponentzierbar. Aus diesen Gründen, gekoppelt mit der Möglichkeit, den Algorithmus sehr effizient zu implementieren, ist Durham in vielen Fällen der Standard für die Jetfindung.

### Durham mit Winkelordnung

Auch der Durham Algorithmus ist nicht perfekt. Vielmehr tendiert er, analog dem Jade Algorithmus, dazu, für kleine Werte von  $y$  falsche Jets zu produzieren, indem er weiche Gluonen der gleichen Hemisphäre bevorzugt miteinander und nicht mit dem Quark verbindet, so  $p_{\perp}$  ansammelt und eventuell als getrennter Jet auftritt. Um dieses Problem zu beheben, wird der Algorithmus der binären Kombination erweitert[51]. Dabei werden die Parton Kombinationen nicht mehr nach der Auflösungsvariablen, sondern nach der Winkelordnung, gegeben durch dem Parameter  $V_{ij} = 2(1 - \cos \theta_{ij})$  sortiert. Zusammengefügt werden dann die die beiden Partonen mit der kleinsten Winkelordnung, deren Auflösungsvariable unterhalb der Auflöseparameters liegt. Auf diese Weise startet die Rekombination immer bei Teilchen, die kollinear zum Quark liegen.

### Camjet

Der Camjet Algorithmus basiert auf dem Durham Algorithmus mit Winkelordnung, und erweitert ihn um das „Einfrieren“ [51]. Weiche Gluonen können auch unter hohem Winkel von ihrem Ursprungsquark abgestrahlt werden und so von kleinen Auflöseparameter als getrennter Jet aufgelöst werden. Auch diese tendieren, wie im Jade Fall, dazu eher miteinander als mit ihren Ursprungsquarks zu kombinieren.

Beim Prozess des Einfrierens wird für ein schon aufgelöstes Parton Paar das mit der niedrigeren Energie aus dem Rekombinationsprozess entfernt und so am Sammeln weiterer weicher Teilchen gehindert. Dies erreicht man, indem man nicht mehr einfach das kleinste Partonpaar sucht, dessen Auflösungsvariable unterhalb der Schwelle liegt, sondern indem man das Paar mit dem kleinsten Winkelabstand nimmt, dieses kombiniert, falls es unterhalb der Schwelle ist, andernfalls die Spur mit der niedrigeren Energie aus dem Paar nimmt, als Jet deklariert und aus dem Prozess entfernt.

Sowohl Durham mit Winkelordnung, als auch Camjet besitzen die Eigenschaft, daß die Jetmultiplizität nicht mehr monoton mit dem Schwellenwert sinkt. Außerdem stellt sich die Berechnung als besonders Rechenintensiv heraus. Ansätze zur Lösung dieses Problems finden sich z.B. in [52]

## A.3 Herleitung des Ansatzes von Dhar und Gupta

Da diese Methode eine zentrale Stellung in dieser Analyse einnimmt, soll an dieser Stelle eine kommentierte Herleitung der Gleichungen und einige Erläuterungen zu ihrer Nutzung erfolgen. Man betrachte eine masselose, renormierbare Feldtheorie mit nur einer Kopplung  $g_0$  (z.B die QCD), und eine physikalische Observable  $R(Q)$  die allein von einer Energieskala  $Q$  abhängt. Dann läßt die Größe  $R$  in einer regularisierten, nicht renormalisierten Störungsreihe um  $g_0$ , bzw.  $a_0 \equiv g_0^2/4\pi^2$  entwickeln:

$$R = a_0 + r_{10}a_0^2 + r_{20}a_0^3 + r_{30}a_0^4 + \dots$$



Der Index 0 steht für eine unrenormierte Größe. In diesem Fall ist  $a_0$  noch eine Konstante. Erst die Renormierung kann diese Gleichung in eine in jeder Ordnung endlichen Form führen, allerdings mit der Folge, daß  $a_0$  von einer Skala abhängig wird. Die  $r_{i0}$  sind aufgrund der Regularisierung energieabhängig (In den üblichen Rechnungen fester Ordnung wird diese Energieabhängigkeit näherungsweise in den  $a_0$  Term absorbiert und die Skalenabhängigkeit externalisiert, was zu unserem Bild einer laufenden Kopplung mit festen, schema- und skalenabhängigen Koeffizienten führt). Ohne Renormierung läßt sich die Größe problemlos logarithmisch ableiten:

$$Q \frac{dR}{dQ} = R' = r'_{10} a_0^2 + r'_{20} a_0^3 + r'_{30} a_0^4 + \dots \quad (\text{A.1})$$

mit  $r'_{n0} = Q \frac{dr_{n0}}{dQ}$  Jetzt kommt der entscheidende Kniff. Anstelle weiter mit den skalenbehafteten  $a_0^i$  zu arbeiten, drückt man die logarithmische Ableitung als eine Funktion einer weiteren Potenzreihe mit den gleichen skalenbehafteten  $a_0^i$ , nämlich  $R$ , aus. Dabei bietet sich als Zusammenhang die Renormierungsgruppengleichung an:

$$R' = F(R) = -fR^2(1 + f_1R + f_2R^2 + \dots)$$

Dies drückt die Vermutung aus, daß die Observable ein vergleichbares Energieverhalten besitzt, wie die renormierte Kopplung  $\alpha_s$ . Aus diesem Grund können  $\alpha_s$  unterdrückende Größen wie *Oblateness*, *B<sub>diff</sub>* oder  $M_d^2$  von dieser Approximation nur schlecht angenähert werden. Auch Größen wie Jetraten, die mit dem Auflösungsparameter eine zweite Skala beinhalten, sollten nicht passen. Die Terme F lassen sich jetzt vollständig und eindeutig durch einen Koeffizientenvergleich in  $a_0$  bestimmen:

$$\begin{aligned} -f &= r'_{10} \\ -ff_1 &= r'_{20} - 2r'_{10}r_{10} \\ -ff_2 &= r'_{30} - 3r'_{20}r_{10} - 2r'_{10}r_{20} + 5r'_{10}r_{10}^2 \end{aligned}$$

Diese Koeffizienten sind energieabhängig, aber skalenunabhängig und endlich. Betrachtet man den Fall einer renormierten Gleichung, dann ist  $a_0$  für ein gewähltes Schema eine Entwicklung in den  $a = g^2/4\pi^2$ :

$$a_0 = a + z_1 a^2 + z_2 a^3 + z_3 a^4 + \dots$$

wobei die Skalenabhängigkeit von  $a$  der Beta Funktion genügt:

$$\mu \frac{\partial a}{\partial \mu} = \beta(a) = -ba^2(1 + c_1 a + c_2 a^2 + \dots)$$

Diese Gleichung gilt für jede Wahl der  $z_i$ , so daß zwischen zwei Schemata folgende Bedingung gilt:

$$\beta(a) = \frac{a}{\bar{a}} \bar{\beta}(\bar{a})$$

und allgemein:  $a = \bar{a} + \nu_1 \bar{a}^2 + \nu_2 \bar{a}^3 + \dots$ . Da man  $R$  sowohl in den  $a, r_i$  als auch den  $\bar{a}, \bar{r}_i$  darstellen kann, erhält man eine Gleichung zwischen beiden Systemen über  $R$ , eine andere über die Transformation der Beta Funktion. Durch Koeffizientenvergleich erhält man zwei Sätze von jeweils  $n$  Gleichungen, aus denen man die  $\nu_i$  eliminieren kann. Das Ergebnis ist ein Satz von Gleichungen die zeigen, daß man aus jedem Satz von Koeffizienten in jedem System einen vollständigen Satz von renormierungsgruppeninvarianten Koeffizienten gewinnen kann:

$$\rho_1 = c_1$$

$$\rho_2 = c_2 + r_2 - r_1 \rho_1 - r_1^2$$

$$\rho_3 = c_3 + 2r_3 - 4r_2 r_1 - 2r_1 \rho_2 - r_1^2 \rho_1 + 2r_1^3 \text{ usw.}$$

Da diese Koeffizienten schemainvariant und einheitenlos sind, können sie weder von der Skala  $\mu$ , noch von der Energieskala  $Q$  abhängen. Damit kann es sich nur um Konstanten handeln. Zusätzlich liefert das Transformationsverhalten des Skalenparameters  $\Lambda$  eine weitere Invariante:

$$\rho_0 = b \ln \frac{\mu}{\Lambda} - r_1$$

Für die QCD sind  $b$  und  $\rho_1$  prozessunabhängig:  $b = (33 - 2Nf)/6$  und  $\rho_1 = (153 - 18Nf)/2(33 - 2Nf)$ .

Wie hängen nun die  $\rho_i$  mit den  $f_i$  zusammen? Leitet man die Definitionsgleichungen der  $\rho_i$  logarithmisch nach  $Q$  ab, so folgt:

$$r'_1 \rho_1 = r'_2 - 2r'_1 r_1$$

$$r'_1 \rho_2 = r'_3 - 2r_2 r'_1 - 3r_1 r'_2 + 5r_1^2 r'_1$$

usw. Aus  $\rho_0$  folgt:  $r'_1 = -b$ . Man sieht sofort, daß man die  $f$  Terme mit den  $\rho$  Termen identifizieren kann:  $f = b, f_1 = \rho_1, f_2 = \rho_2, \dots$ . Damit sind die  $f_i$  nicht nur skalenunabhängig, sondern auch konstant. Allgemein folgt damit die Differentialgleichung:

$$Q \frac{dR}{dQ} = b\rho(R) = -bR^2(1 + \rho_1 R + \rho_2 R^2 + \dots)$$

Da  $b$  und  $\rho_1$  festgelegt sind, konvergiert  $R$  bei hohen Energien zwingend gegen Null. Die Lösung der Differentialgleichung ist bekannt:

$$b \ln \frac{Q}{\Lambda_R} = \frac{1}{R} - \rho_1 \ln \left( 1 + \frac{1}{\rho_1 R} \right) + \int_0^R dx \left( \frac{1}{\rho(x)} + \frac{1}{x^2(1 + \rho_1 x)} \right)$$

Dabei ist die Integrationskonstante  $\Lambda_R$ , für jedes  $R$  spezifisch. Allerdings läßt sich  $\Lambda_{\overline{MS}}$  eindeutig aus  $\Lambda_R$  bestimmen. Da die  $\Lambda_R$  energieunabhängig sind, lassen sie sich auch im Limes großer Energien untersuchen. In diesem Fall vereinfacht sich aber die Differenz zwischen zwei Lösungen, da Terme höherer Ordnung wegfallen:

$$b \ln \frac{\bar{\Lambda}_R}{\Lambda_R} = \frac{1}{\bar{R}(Q)} - \frac{1}{R(Q)} = \bar{r}_{10} - r_{10}$$

Für den Spezialfall, daß  $R = \alpha_s(Q)$  folgt so:

$$\frac{\Lambda_R}{\Lambda_{MS}} = e^{r/b} \left( \frac{2c}{b} \right)^{-c/b}$$

Bei der Implementation ist folgendes zu beachten: Gegenwärtig sind die meisten Größen nur bis  $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$  bekannt. In diesem Fall ist das Integral identisch 0 und die Bestimmung von  $R$  beschränkt sich auf Nullstellenfindung bei einem festen  $\Lambda_R$ . Bei höheren Ordnungen wird es zum Problem, daß beide Summanden im Integral Pole entwickeln. Dies führt bei numerischer Integration zu Instabilitäten in der Nähe von 0. Um dies zu umgehen, muß man zwei Maßnahmen treffen: Zum einen sollte man den Integranden gleichnamig machen, d.h. in einem Bruch darstellen um so die Stabilität zu verbessern. Zum anderen ist die Funktion bei 0 hebbbar unstetig und läßt sich durch  $\rho_2 R$  approximieren. Außerdem weist die Funktion bei unphysikalisch hohen  $\Lambda$  weitere Pole auf. Damit der Nullstellenfinder problemlos funktioniert, muß man den kleinsten Pol finden und das Suchintervall entsprechend verkleinern.

## Anhang B

### Ergebnisse der Anpassung

Observable	$\alpha_s(M_Z)$	$\chi^2/ndf$
1 - T	0.1412±0.0003±0.0039	97.2/41
Major	0.1194±0.0001±0.0010	10.2/15
C-Parameter	0.1387±0.0003±0.0033	61.6/23
$M_h^2/E_{vis}^2$	0.1343±0.0006±0.0029	54.9/27
$M_s^2/E_{vis}^2$	0.1504±0.0009±0.0040	9.6/15
$M_{hE}^2/E_{vis}^2$	0.1246±0.0004±0.0017	9.5/15
$M_{sE}^2/E_{vis}^2$	0.1404±0.0006±0.0033	8.8/15
$B_{max}$	0.1254±0.0002±0.0012	33.4/23
$B_{sum}$	0.1302±0.0001±0.0023	40.0/23
EEC <sub>70°-110°</sub>	0.1350±0.0003±0.0030	19.3/15
EEC <sub>30°-150°</sub>	0.1397±0.0002±0.0033	41.2/15
JCEF <sub>110°-160°</sub>	0.1202±0.0002±0.0014	31.4/15
$y_{23}^{JADE}$	0.1158±0.0003±0.0014	14.2/17
$y_{23}^{Durham}$	0.1196±0.0002±0.0017	16.6/17
$y_{23}^{Camb}$	0.1152±0.0002±0.0014	14.5/15

Abbildung B.1: Ergebnisse der Parameteranpassung ohne nichtperturbative Korrektur

Observable	$C_1$	$\alpha_s(M_Z)$	$\chi^2/ndf$
1 - T	0.483±0.085±0.038	0.1312±0.0019±0.0026	26.3/41
Major	0.405±0.979±0.591	0.1166±0.0071±0.0042	9.8/15
C-Parameter	2.242±0.469±0.241	0.1278±0.0024±0.0027	11.0/23
$M_h^2/E_{vis}^2$	0.502±0.119±0.025	0.1210±0.0033±0.0014	15.1/27
$M_s^2/E_{vis}^2$	0.736±0.689±0.408	0.1375±0.0132±0.0078	7.1/15
$M_{hE}^2/E_{vis}^2$	0.130±0.434±0.246	0.1215±0.0113±0.0060	9.3/15
$M_{sE}^2/E_{vis}^2$	0.341±0.617±0.373	0.1342±0.0119±0.0072	8.1/15
$B_{max}$	0.241±0.075±0.017	0.1203±0.0016±0.0008	9.2/23
$B_{sum}$	0.593±0.159±0.045	0.1236±0.0018±0.0017	7.8/23
EEC <sub>70°-110°</sub>	0.285±0.637±0.541	0.1307±0.0102±0.0086	18.8/15
EEC <sub>30°-150°</sub>	0.022±0.470±0.689	0.1395±0.0051±0.0079	41.2/15
JCEF <sub>110°-160°</sub>	0.011±0.676±0.953	0.1201±0.0049±0.0070	31.4/15
$y_{23}^{JADE}$	-0.050±0.211±0.065	0.1170±0.0052±0.0020	14.1/17
$y_{23}^{Durham}$	-0.043±0.113±0.026	0.1219±0.0061±0.0020	16.2/17
$y_{23}^{Camb}$	-0.062±0.275±0.153	0.1187±0.0198±0.0087	14.3/15

Abbildung B.2: Ergebnisse der Parameteranpassung mit einer  $1/Q$  artigen Korrektur, nach Gl. (5.6)

Observable	$C_2$	$\alpha_s(M_Z)$	$\chi^2/ndf$
1 - T	4.453± 0.921± 0.385	0.1393±0.0006±0.0033	41.2/41
Major	18.308±35.975±16.169	0.1180±0.0028±0.0015	9.6/15
C-Parameter	43.146± 9.426± 5.029	0.1358±0.0008±0.0030	11.5/23
$M_h^2/E_{vis}^2$	5.264± 1.521± 0.357	0.1320±0.0011±0.0019	26.1/27
$M_s^2/E_{vis}^2$	22.058±22.421± 8.992	0.1462±0.0046±0.0039	7.3/15
$M_{hE}^2/E_{vis}^2$	7.383±14.540± 5.844	0.1226±0.0039±0.0022	8.9/15
$M_{sE}^2/E_{vis}^2$	12.006±19.700± 8.235	0.1380±0.0041±0.0034	7.9/15
$B_{max}$	5.586± 1.716± 0.378	0.1240±0.0005±0.0010	7.9/23
$B_{sum}$	12.002± 3.264± 0.809	0.1287±0.0005±0.0022	7.5/23
EEC <sub>70°-110°</sub>	5.330±24.783±17.026	0.1341±0.0041±0.0040	19.2/15
EEC <sub>30°-150°</sub>	-9.790±17.301±20.772	0.1409±0.0020±0.0040	40.5/15
JCEF <sub>110°-160°</sub>	6.089±28.719±34.398	0.1197±0.0023±0.0030	31.3/15
$y_{23}^{JADE}$	-0.455± 4.729± 0.777	0.1159±0.0014±0.0014	14.2/17
$y_{23}^{Durham}$	-0.557± 2.337± 0.268	0.1200±0.0014±0.0017	16.4/17
$y_{23}^{Camb}$	2.126± 9.126± 3.794	0.1138±0.0059±0.0027	14.3/15

Abbildung B.3: Ergebnisse der Parameteranpassung mit einer  $1/Q^2$  artigen Korrektur, nach Gl. (5.8)

Observable	$C_1$	$C_2$	$\alpha_s(M_Z)$	$\chi^2/ndf$
1 - T	0.607±0.286±0.079	-1.429± 3.099± 0.591	0.1292±0.0050±0.0029	25.5/41
Major	-0.651±3.740±1.730	40.602±134.772±46.234	0.1209±0.0223±0.0086	9.5/15
C-Parameter	1.716±4.241±2.435	10.436± 82.971±46.214	0.1296±0.0173±0.0091	10.9/23
$M_h^2/E_{vis}^2$	0.791±0.402±0.130	-3.953± 5.227± 1.464	0.1149±0.0095±0.0032	13.0/27
$M_s^2/E_{vis}^2$	0.597±2.556±1.225	4.656± 80.717±28.743	0.1390±0.0258±0.0166	7.1/15
$M_{hE}^2/E_{vis}^2$	-0.749±1.720±0.813	30.380± 54.657±20.008	0.1345±0.0258±0.0139	8.1/15
$M_{sE}^2/E_{vis}^2$	-0.165±2.305±1.149	16.810± 70.971±26.721	0.1400±0.0300±0.0156	7.9/15
$B_{max}$	-0.376±0.860±0.377	13.960± 19.127± 8.293	0.1299±0.0149±0.0060	7.2/23
$B_{sum}$	0.163±1.484±0.805	8.770± 29.748±15.795	0.1273±0.0138±0.0071	7.5/23
EEC <sub>70°-110°</sub>	1.477±2.389±1.275	-49.202± 95.688±33.415	0.1205±0.0199±0.0146	17.8/15
EEC <sub>30°-150°</sub>	2.457±1.655±1.555	-97.212± 64.561±40.448	0.1244±0.0123±0.0129	33.0/15
JCEF <sub>110°-160°</sub>	-1.572±2.985±2.335	69.597±124.636±59.603	0.1260±0.0134±0.0121	30.2/15
$y_{23}^{JADE}$	-0.570±1.152±0.561	11.793± 24.928±11.284	0.1262±0.0326±0.0103	13.3/17
$y_{23}^{Durham}$	-0.494±0.808±0.368	9.178± 15.366± 6.562	0.1399±0.0255±0.0148	14.9/17
$y_{23}^{Camb}$	-1.336±1.294±0.551	40.947± 35.057±11.496	0.1629±0.0323±0.0217	9.5/15

Abbildung B.4: Ergebnisse der Parameteranpassung an eine Korrektur mit zwei inversen Potenzen, nach Gl. (5.9)

Observable	$b_3$	$\alpha_s(M_Z)$	$\chi^2/ndf$
$1 - T$	$4.200 \pm 2.443 \pm 0.299$	$0.1270 \pm 0.0064 \pm 0.0033$	82.1/41
Major	$7.811 \pm 15.472 \pm 14.533$	$0.1123 \pm 0.0142 \pm 0.0099$	10.0/15
C-Parameter	$22.301 \pm 16.032 \pm 1.161$	$0.1218 \pm 0.0091 \pm 0.0026$	50.6/23
$M_h^2/E_{vis}^2$	$6.039 \pm 5.082 \pm 0.454$	$0.1143 \pm 0.0125 \pm 0.0025$	45.1/27
$M_s^2/E_{vis}^2$	$5.720 \pm 17.551 \pm 1.083$	$0.1298 \pm 0.0146 \pm 0.0037$	9.0/15
$M_{hE}^2/E_{vis}^2$	$3.823 \pm 3.216 \pm 8.746$	$0.1125 \pm 0.0082 \pm 0.0274$	9.4/15
$M_{sE}^2/E_{vis}^2$	$6.029 \pm 38.512 \pm 3.627$	$0.1219 \pm 0.0076 \pm 0.0089$	8.5/15
$B_{max}$	$18.768 \pm 19.451 \pm 2.573$	$0.0954 \pm 0.0107 \pm 0.0014$	11.9/23
$B_{sum}$	$13.053 \pm 10.383 \pm 0.730$	$0.1118 \pm 0.0110 \pm 0.0019$	28.6/23
EEC <sub>70°–110°</sub>	$9.026 \pm 17.133 \pm 8.365$	$0.1153 \pm 0.0138 \pm 0.0143$	18.9/15
EEC <sub>30°–150°</sub>	$7.134 \pm 1.947 \pm 21.758$	$0.1255 \pm 0.0030 \pm 0.0419$	41.1/15
JCEF <sub>110°–160°</sub>	$-0.641 \pm 27.133 \pm 28.924$	$0.1209 \pm 0.0141 \pm 0.0285$	31.4/15
$y_{23}^{JADE}$	$-1.930 \pm 5.009 \pm 1.399$	$0.1238 \pm 0.0195 \pm 0.0076$	14.1/17
$y_{23}^{Durham}$	$-1.144 \pm 1.574 \pm 0.326$	$0.1321 \pm 0.0317 \pm 0.0054$	16.1/17
$y_{23}^{Camb}$	$-1.494 \pm 2.785 \pm 0.795$	$0.1330 \pm 0.0139 \pm 0.0196$	14.2/15

Abbildung B.5: Ergebnisse der Parameteranpassung mit einer hypothetischen Störungsterm 3. Ordnung, nach Gl. (5.10)

Observable	$\alpha_0(\mu_I = 2GeV)$	$\alpha_s(M_Z)$	$\chi^2/ndf$
$1 - T$	$0.491 \pm 0.016 \pm 0.004$	$0.1241 \pm 0.0015 \pm 0.0026$	26.5/41
C-Parameter	$0.444 \pm 0.020 \pm 0.008$	$0.1222 \pm 0.0020 \pm 0.0025$	11.6/23
$M_h^2/E_{vis}^2$	$0.601 \pm 0.058 \pm 0.011$	$0.1177 \pm 0.0030 \pm 0.0015$	14.1/27
$M_{hP}^2/E_{vis}^2$	$0.300 \pm 0.222 \pm 0.126$	$0.1185 \pm 0.0104 \pm 0.0056$	10.1/15
$M_{hE}^2/E_{vis}^2$	$0.339 \pm 0.229 \pm 0.129$	$0.1196 \pm 0.0107 \pm 0.0058$	9.5/15
$B_{max}$	$0.438 \pm 0.041 \pm 0.024$	$0.1167 \pm 0.0018 \pm 0.0006$	10.1/23
$B_{sum}$	$0.463 \pm 0.032 \pm 0.008$	$0.1174 \pm 0.0021 \pm 0.0016$	8.8/23
$y_{23}^{JADE}$	$0.225 \pm 0.110 \pm 0.033$	$0.1148 \pm 0.0049 \pm 0.0019$	14.4/17
$y_{23}^{Durham}$	$0.067 \pm 0.718 \pm 0.081$	$0.1199 \pm 0.0014 \pm 0.0017$	16.4/17

Abbildung B.6: Bestimmung der Potenzkorrektur  $\alpha_0$  nach Dokshitzer und Webber aus den kombinierten Ergebnissen verschiedener Experimente. Als intermediäre Skala wurde  $\mu_I = 2 \text{ GeV}$  gewählt, als Skala  $x_\mu = 1$ .

Observable	$\alpha_0(\mu_I = 2\text{GeV})$	$\chi^2/ndf$
$1 - T$	$0.562 \pm 0.005 \pm 0.058$	84.7/41
C-Parameter	$0.497 \pm 0.004 \pm 0.029$	29.3/23
$M_h^2/E_{vis}^2$	$0.620 \pm 0.014 \pm 0.022$	14.4/27
$M_{hP}^2/E_{vis}^2$	$0.342 \pm 0.009 \pm 0.028$	10.2/15
$M_{hE}^2/E_{vis}^2$	$0.406 \pm 0.011 \pm 0.029$	9.7/15
$B_{max}$	$0.437 \pm 0.005 \pm 0.031$	10.1/23
$B_{sum}$	$0.474 \pm 0.003 \pm 0.026$	9.1/23
$y_{23}^{JADE}$	$0.182 \pm 0.008 \pm 0.029$	14.7/17
$y_{23}^{Durham}$	$1.642 \pm 0.118 \pm 0.796$	28.8/17

Abbildung B.7: Bestimmung Potenzkorrektur  $\alpha_0$  nach Dokshitzer und Webber aus den kombinierten Ergebnissen verschiedener Experimente. Als intermediäre Skala wurde  $\mu_I = 2\text{ GeV}$  gewählt, als Skala  $x_\mu = 1$ . Für  $\alpha_s$  wurde ein fester Wert von  $\alpha_s = 0.118$  benutzt.

Observable	$x_\mu = \mu^2/E_{cm}^2$	$\alpha_s(M_Z)$	$\chi^2/ndf$
$1 - T$	$0.003 \pm 0.000 \pm 0.010$	$0.1206 \pm 0.0003 \pm 0.0012$	34.6/41
Major	$0.167 \pm 1.331 \pm 0.674$	$0.1176 \pm 0.0008 \pm 0.0013$	10.1/15
C-Parameter	$0.006 \pm 0.004 \pm 0.000$	$0.1213 \pm 0.0004 \pm 0.0001$	19.2/23
$M_h^2/E_{vis}^2$	$0.060 \pm 0.047 \pm 0.000$	$0.1285 \pm 0.0008 \pm 0.0017$	43.9/27
$M_s^2/E_{vis}^2$	$0.005 \pm 0.014 \pm 0.000$	$0.1290 \pm 0.0012 \pm 0.0004$	7.4/15
$M_{hE}^2/E_{vis}^2$	$0.062 \pm 0.432 \pm 3.716$	$0.1200 \pm 0.0012 \pm 0.0123$	9.4/15
$M_{sE}^2/E_{vis}^2$	$0.005 \pm 0.039 \pm 0.004$	$0.1224 \pm 0.0037 \pm 0.0014$	8.0/15
$B_{max}$	$2.245 \pm 2.884 \pm 0.003$	$0.1248 \pm 0.0003 \pm 0.0002$	32.1/23
$B_{sum}$	$0.018 \pm 0.014 \pm 0.000$	$0.1204 \pm 0.0002 \pm 0.0001$	18.4/23
EEC <sub>70°–110°</sub>	$0.026 \pm 0.256 \pm 1.014$	$0.1200 \pm 0.0176 \pm 0.0199$	18.8/15
EEC <sub>30°–150°</sub>	$0.003 \pm 0.000 \pm 0.647$	$0.1210 \pm 0.0002 \pm 0.0162$	45.1/15
JCEF <sub>110°–160°</sub>	$1.345 \pm 7.101 \pm 3.539$	$0.1210 \pm 0.0175 \pm 0.0063$	31.4/15
$y_{23}^{JADE}$	$2.999 \pm 0.442 \pm 0.210$	$0.1190 \pm 0.0006 \pm 0.0003$	14.1/17
$y_{23}^{Durham}$	$3.000 \pm 0.218 \pm 0.001$	$0.1236 \pm 0.0004 \pm 0.0002$	16.4/17
$y_{23}^{Camb}$	$2.911 \pm 3.021 \pm 0.863$	$0.1182 \pm 0.0038 \pm 0.0012$	14.4/15

Abbildung B.8: Ergebnisse der Parameteranpassung mit optimierter Skala



Observable	$\alpha_s(M_Z)$	$\chi^2/ndf$
1 - T	0.1199±0.0002±0.0001	31.9/41
Major	0.1166±0.0001±0.0001	10.1/15
C-Parameter	0.1205±0.0002±0.0001	24.6/23
$M_h^2/E_{vis}^2$	0.1274±0.0005±0.0017	46.9/27
$M_s^2/E_{vis}^2$	0.1282±0.0006±0.0004	7.6/15
$M_{hE}^2/E_{vis}^2$	0.1189±0.0004±0.0004	9.4/15
$M_{sE}^2/E_{vis}^2$	0.1216±0.0004±0.0004	8.1/15
$B_{max}$	0.1236±0.0002±0.0002	32.6/23
$B_{sum}$	0.1194±0.0001±0.0001	21.5/23
EEC <sub>70°-110°</sub>	0.1169±0.0002±0.0001	18.8/15
EEC <sub>30°-150°</sub>	0.1199±0.0001±0.0001	44.0/15
JCEF <sub>110°-160°</sub>	0.1155±0.0002±0.0001	31.5/15
$y_{23}^{JADE}$	0.1107±0.0003±0.0002	14.5/17
$y_{23}^{Durham}$	0.1122±0.0002±0.0001	17.1/17
$y_{23}^{Camb}$	0.1101±0.0002±0.0002	14.6/15

Abbildung B.9: Ergebnisse der Parameteranpassung mit reiner RGI

Observable	$K_0$	$\alpha_s(M_Z)$	$\chi^2/ndf$
1 - T	-0.005±0.008±0.002	0.1194±0.0009±0.0003	31.0/41
Major	-0.126±0.302±0.197	0.1143±0.0052±0.0033	9.8/15
C-Parameter	-0.040±0.016±0.009	0.1175±0.0012±0.0009	11.0/23
$M_h^2/E_{vis}^2$	-0.112±0.028±0.006	0.1219±0.0014±0.0005	19.6/27
$M_s^2/E_{vis}^2$	-0.034±0.072±0.038	0.1249±0.0065±0.0035	7.1/15
$M_{hE}^2/E_{vis}^2$	-0.074±0.288±0.172	0.1168±0.0083±0.0050	9.3/15
$M_{sE}^2/E_{vis}^2$	0.020±0.324±0.059	0.1167±0.0114±0.0021	241.7/15
$B_{max}$	-0.362±0.105±0.017	0.1198±0.0010±0.0003	8.8/23
$B_{sum}$	-0.055±0.004±0.003	0.1169±0.0002±0.0002	7.7/23
EEC <sub>70°-110°</sub>	0.008±0.095±0.075	0.1174±0.0065±0.0051	18.8/15
EEC <sub>30°-150°</sub>	0.045±0.036±0.054	0.1236±0.0033±0.0047	40.8/15
JCEF <sub>110°-160°</sub>	0.024±0.171±0.254	0.1160±0.0043±0.0064	31.4/15
$y_{23}^{JADE}$	0.080±0.222±0.075	0.1124±0.0052±0.0018	14.2/17
$y_{23}^{Durham}$	0.101±0.177±0.051	0.1153±0.0061±0.0018	16.3/17
$y_{23}^{Camb}$	0.091±2.235±0.230	0.1120±0.0075±0.0055	14.4/15

Abbildung B.10: Ergebnisse der Parameteranpassung mit RGI und einer Anpassung des nicht-perturbativen Parameters  $K_0$

# Anhang C

## Tabellen zu Mittelwerten und Ereignisformvariablen

Im folgenden werden die zugrundeliegenden Daten der DELPHI Ergebnisse für einige ausgesuchte Größen tabelliert. Für 91.2 GeV wurden nur Rohdaten von 1994 verwendet, für 89 und 93 GeV nur Rohdaten von 1995. Eine Kombination mit den Daten anderer Jahrgänge hätte aufgrund der systematischen Fehler keine signifikante Verbesserung der Ergebnisse geliefert. Die Spurselektion verwendet geladene und neutrale Teilchen, wobei die Detektorkorrektur auch Neutrinos mit einschließt. Details dazu finden sich im Selektionskapitel 4.1. Bei den Tabellen ist der erste angegebene Fehler statistischer, der zweite systematischer Natur. Die Kennzeichnung  $[10^{-3}]$  bedeutet, daß das gezeigte Ergebnis mit dem Faktor 1000 multipliziert wurde. Die Grafiken zeigen im oberen Diagramm die Detektorkorrektur. Im mittleren Diagramm sind die detektorkorrigierten Daten zusammen mit MC Simulationen von JETSET und PYTHIA gezeigt. Auch hier sind Neutrinos mitberücksichtigt worden. Zusätzlich wird der subtrahierte Untergrund miteingezeichnet. Das untere Diagramm zeigt das Residuum zwischen MC und Daten für JETSET und PYTHIA. Die Fehlerbalken stellen den statistischen, das graue Band den systematischen Fehler des Residuums dar.

$E_{cm}$	$R_3^{Durham}$ [ $10^{-3}$ ]	$R_3^{RaoDurham}$ [ $10^{-3}$ ]	$R_3^{Camb}$ [ $10^{-3}$ ]	$R_3^{JADE}$ [ $10^{-3}$ ]
45.2	206.2±28.8±0.6	191.2±28.2±0.6	194.2±28.7±0.6	233.4±28.6±0.5
66.0	136.5±17.3±0.4	121.3±16.0±0.4	121.6±16.1±0.4	154.7±17.7±0.6
76.3	128.6±16.8±0.4	116.4±15.4±0.3	116.3±15.4±0.3	164.7±18.1±4.6
89.4	149.3± 1.9±0.8	137.6± 1.9±0.8	138.1± 1.9±0.8	171.7± 2.0±0.8
91.3	153.4± 0.5±0.7	141.3± 0.5±0.6	141.7± 0.5±0.6	172.5± 0.5±0.6
93.0	149.3± 1.6±0.9	137.9± 1.6±0.7	138.3± 1.6±0.7	170.4± 1.7±0.7
133.2	187.6±17.4±0.1	167.0±16.3±0.1	167.6±16.3±0.1	183.1±16.1±0.1
161.4	119.6±23.9±0.1	127.1±24.5±0.1	127.1±24.5±0.1	133.4±24.4±0.2
172.3	176.4±36.5±0.3	165.0±35.2±0.2	165.0±35.2±0.2	153.1±32.7±0.3
183.1	145.3±17.2±2.9	137.7±16.9±2.9	136.5±16.8±2.9	150.7±16.4±2.8
189.2	160.6±11.6±3.9	153.4±11.4±3.8	154.1±11.4±3.9	161.1±11.0±3.8
192.2	133.8±30.6±5.5	127.9±29.6±5.3	128.5±29.7±5.3	122.6±27.5±5.2
196.2	157.2±18.6±5.4	145.2±18.1±5.5	145.8±18.1±5.5	163.2±18.2±6.0
200.1	133.0±19.0±6.8	121.7±18.5±9.5	122.9±18.7±9.5	132.0±18.2±7.1
202.1	179.3±27.4±0.1	166.7±26.6±5.9	163.1±26.2±0.1	189.2±26.4±9.0

Abbildung C.1: Integrierte Jetraten für  $y_{cut} = 0.04$  (Durham, Cambridge, Camjet) bzw.  $y_{cut} = 0.08$  (JADE).

$E_{cm}$	JCEF $_{90^\circ-180^\circ}$ [ $10^{-3}$ ]	JCEF $_{90^\circ-170^\circ}$ [ $10^{-8}$ ]	JCEF $_{90^\circ-160^\circ}$ [ $10^{-3}$ ]	JCEF $_{410^\circ-870^\circ}$ [ $10^{-3}$ ]
45.2	324.3±11.5±0.0	240.8±9.6±0.0	156.7±8.6±0.0	297.4±12.2±0.0
66.9	318.0± 9.3±0.0	218.4±8.1±0.0	131.8±7.1±0.0	271.8±10.3±0.0
76.3	325.6± 9.6±0.0	222.7±8.7±0.0	137.7±7.9±0.0	277.5±11.0±0.0
89.4	322.7± 1.4±0.0	210.6±1.1±0.0	126.2±1.0±0.0	263.1± 1.4±0.0
91.3	323.3± 0.3±0.0	211.7±0.3±0.0	127.4±0.2±0.0	264.4± 0.3±0.0
93.0	323.4± 1.2±0.0	209.1±1.0±0.0	125.8±0.8±0.0	261.3± 1.3±0.0
133.2	323.7± 6.7±0.0	197.5±5.4±0.0	123.1±4.6±0.0	246.4± 6.8±0.0
161.4	321.2± 7.9±0.0	185.7±6.3±0.0	105.9±5.1±0.0	233.4± 8.0±0.0
172.3	320.2± 7.9±0.0	189.2±6.4±0.0	117.8±5.6±0.0	237.4± 8.2±0.0
183.1	321.9± 3.4±0.0	185.7±2.7±0.0	107.4±2.2±0.0	233.5± 3.5±0.0
189.2	325.8± 3.0±0.0	192.3±2.4±0.0	117.6±2.1±0.0	240.8± 3.0±0.0
192.2	318.8± 7.6±0.0	175.4±5.8±0.0	102.6±4.8±0.0	221.0± 7.4±0.0
196.2	324.9± 5.5±0.0	186.0±4.3±0.0	112.3±3.7±0.0	233.7± 5.5±0.0
200.1	323.6± 5.7±0.0	181.9±4.4±0.0	106.3±3.6±0.0	229.0± 5.6±0.0
202.1	326.0± 7.4±0.0	195.7±6.1±0.0	124.2±5.5±0.0	245.6± 7.8±0.0

Abbildung C.2: Integrierte Werte von JCEF über verschiedene Intervalle

$E_{cm}$	$EEC_{90^\circ-180^\circ}$ [ $10^{-3}$ ]	$EEC_{70^\circ-110^\circ}$ [ $10^{-3}$ ]	$EEC_{90^\circ-170^\circ}$ [ $10^{-3}$ ]	$EEC_{90^\circ-160^\circ}$ [ $10^{-3}$ ]
45.2	270.8±11.0±0.0	87.8±8.4±0.0	230.6±9.8±0.0	160.0±8.4±0.0
66.0	267.5± 9.0±0.0	69.3±6.8±0.0	217.3±8.2±0.0	139.7±7.1±0.0
76.3	264.9± 8.8±0.0	75.6±7.9±0.0	213.9±8.4±0.0	142.4±7.8±0.0
89.4	301.0± 1.4±0.0	76.2±1.0±0.0	234.4±1.3±0.0	148.7±1.1±0.0
91.3	300.8± 0.3±0.0	75.8±0.2±0.0	233.6±0.3±0.0	148.5±0.3±0.0
93.0	301.0± 1.3±0.0	74.4±0.9±0.0	233.1±1.2±0.0	147.8±1.0±0.0
133.2	299.9± 7.1±0.0	70.2±5.1±0.0	216.0±6.2±0.0	137.7±5.4±0.0
161.4	297.0± 8.2±0.0	60.5±5.6±0.0	204.7±7.2±0.0	123.7±6.0±0.0
172.3	301.1± 8.4±0.0	68.1±6.3±0.0	208.2±7.4±0.0	136.2±6.7±0.0
183.1	300.5± 3.7±0.0	61.5±2.5±0.0	200.8±3.1±0.0	124.3±2.7±0.0
189.2	301.4± 3.1±0.0	67.5±2.4±0.0	208.7±2.8±0.0	132.0±2.5±0.0
192.2	297.7± 8.1±0.0	54.3±4.9±0.0	192.6±6.7±0.0	109.7±5.3±0.0
196.2	302.2± 5.8±0.0	64.6±4.2±0.0	201.4±4.9±0.0	129.1±4.4±0.0
200.1	299.7± 6.0±0.0	58.6±3.9±0.0	194.8±4.9±0.0	118.4±4.2±0.0
202.1	305.8± 7.9±0.0	75.0±6.5±0.0	214.6±7.1±0.0	141.1±6.5±0.0

Abbildung C.3: Integrierte Werte der EEC über verschiedene Intervalle

$E_{cm}$	$\langle y_{23}^{Durham} \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle y_{23}^{aoDurham} \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle y_{23}^{Camb} \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle y_{23}^{JADE} \rangle$ [ $10^{-3}$ ]
45.2	28.8±2.7±0.0	26.2±2.6±0.0	26.1±2.6±0.0	56.9±4.1±0.2
66.0	21.4±1.6±0.1	19.7±1.6±0.0	19.6±1.6±0.0	47.0±2.5±0.3
76.3	22.0±1.6±0.4	20.2±1.6±0.2	20.2±1.6±0.2	49.2±2.6±1.1
89.4	21.0±0.2±0.1	19.3±0.2±0.1	19.3±0.2±0.1	45.5±0.3±0.2
91.3	21.2±0.0±0.0	19.4±0.0±0.0	19.5±0.0±0.0	46.1±0.1±0.2
93.0	20.8±0.1±0.1	19.2±0.1±0.1	19.2±0.1±0.1	45.4±0.2±0.1
133.2	21.7±1.6±0.0	20.2±1.5±0.0	20.3±1.6±0.0	45.6±2.5±0.0
161.4	16.4±2.2±1.0	15.7±2.3±1.0	15.6±2.3±1.0	39.4±3.8±1.5
172.3	24.0±4.4±0.0	22.8±4.3±0.0	22.7±4.3±0.0	44.7±6.1±0.1
183.1	17.8±1.9±0.4	16.5±1.9±0.4	16.4±1.9±0.4	39.8±2.8±0.6
189.2	21.3±1.4±0.6	20.3±1.4±0.6	20.3±1.4±0.6	44.6±2.0±0.8
192.2	14.3±3.4±0.8	13.3±3.3±0.8	13.5±3.4±0.8	34.5±4.9±1.1
196.2	21.3±2.3±0.9	19.7±2.3±0.9	19.7±2.3±0.9	41.4±3.2±1.2
200.1	17.2±2.3±1.1	16.4±2.3±1.1	16.4±2.3±1.1	37.2±3.3±1.4
202.1	20.9±3.0±1.1	19.5±3.0±1.1	19.5±3.0±1.1	45.3±4.5±1.9

Abbildung C.4: Mittelwerte

$E_{cm}$	$\langle 1 - T \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle \text{Major} \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle \text{Minor} \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle \text{Oblateness} \rangle$ [ $10^{-3}$ ]
45.2	88.9±5.6±1.4	203.8±11.1±1.0	123.6±6.6±0.3	88.2± 5.7±0.9
66.0	72.3±3.3±1.0	180.4± 6.9±0.7	106.0±4.0±0.7	79.1± 3.7±0.4
76.3	76.1±3.4±1.5	187.6± 7.2±2.4	106.2±3.9±1.4	84.3± 4.0±1.4
89.4	67.8±0.3±0.4	172.2± 0.7±0.4	97.1±0.4±0.4	80.9± 0.4±0.5
91.3	68.3±0.1±0.4	173.3± 0.2±0.1	97.3±0.1±0.3	81.8± 0.1±0.4
93.0	66.9±0.3±0.3	170.8± 0.6±0.3	95.5±0.3±0.2	81.2± 0.3±0.4
133.2	63.7±3.1±0.1	158.9± 6.5±1.0	83.9±3.3±0.4	84.7± 4.2±1.0
161.4	55.0±4.6±2.4	151.5±10.7±3.7	75.2±5.0±1.6	79.3± 6.9±2.3
172.3	59.5±7.0±0.5	153.3±14.0±0.2	75.9±6.3±0.5	86.4±10.0±0.3
183.1	55.0±3.4±0.8	151.8± 6.6±0.9	72.4±3.0±1.1	82.2± 4.6±1.7
189.2	59.8±2.4±1.4	154.9± 4.3±2.8	74.0±2.0±1.6	87.7± 3.2±1.0
192.2	48.5±6.0±1.3	144.1±10.7±1.2	71.2±5.2±2.1	73.6± 7.6±1.3
196.2	57.6±3.9±1.5	152.4± 6.8±1.8	72.0±3.1±0.9	85.6± 5.0±1.6
200.1	52.4±4.1±1.8	145.8± 6.9±1.6	70.5±3.3±0.8	80.2± 5.1±1.6
202.1	59.5±5.4±2.2	161.1± 9.9±4.1	73.6±4.5±1.8	88.9± 6.9±2.6

Abbildung C.5: Mittelwerte

$E_{cm}$	$\langle B_{sum} \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle B_{max} \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle B_{min} \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle B_{diff} \rangle$ [ $10^{-3}$ ]
45.2	134.3±7.2±0.4	87.5±4.8±0.2	46.5±2.6±0.8	41.1±2.9±0.0
66.0	116.3±4.4±0.5	77.4±3.0±0.4	39.1±1.5±0.2	38.4±1.9±0.3
76.3	118.7±4.5±1.4	78.9±3.1±0.9	40.0±1.5±0.5	38.9±1.9±0.6
89.4	110.3±0.5±0.3	74.3±0.3±0.2	36.1±0.2±0.1	38.2±0.2±0.1
91.3	110.8±0.1±0.1	74.7±0.1±0.1	36.2±0.0±0.0	38.5±0.1±0.1
93.0	109.2±0.4±0.2	73.9±0.3±0.1	35.4±0.1±0.1	38.5±0.2±0.1
133.2	102.4±4.1±0.5	71.5±3.0±0.4	30.9±1.3±0.2	40.7±2.1±0.2
161.4	93.6±6.5±2.3	66.1±4.9±1.9	27.6±1.8±0.0	38.6±3.3±1.5
172.3	96.9±8.7±0.2	69.2±6.7±0.1	28.3±2.3±0.3	40.7±4.6±0.2
183.1	92.6±4.1±1.6	66.0±3.2±1.2	27.1±1.1±0.4	38.9±2.3±0.5
189.2	96.4±2.8±1.8	69.6±2.2±1.3	26.9±0.7±0.5	42.5±1.6±0.9
192.2	87.5±6.9±1.0	61.6±5.4±0.9	26.1±1.7±0.8	36.0±4.0±0.8
196.2	93.9±4.4±1.4	67.3±3.4±1.1	26.4±1.0±0.4	41.1±2.6±0.8
200.1	90.2±4.5±1.3	64.0±3.6±1.2	26.1±1.0±0.5	38.2±2.7±1.0
202.1	96.7±6.1±2.5	69.5±4.9±2.1	26.0±1.4±0.1	44.2±3.7±1.6

Abbildung C.6: Mittelwerte

112 ANHANG C. TABELLEN ZU MITTELWERTEN UND EREIGNISFORMVARIABLEN

$E_{cm}$	$\langle M_s^2/E_{vis}^2 \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle M_h^2/E_{vis}^2 \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle M_l^2/E_{vis}^2 \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle M_d^2/E_{vis}^2 \rangle$ [ $10^{-3}$ ]
45.2	94.5±5.9±1.9	67.4±4.5±0.9	26.6±1.8±1.0	39.9±3.1±0.1
66.0	79.1±3.5±1.8	56.9±2.7±1.2	22.1±1.0±0.8	34.5±1.9±0.4
76.3	82.5±3.6±2.1	58.8±2.7±1.3	23.9±1.1±1.0	35.2±1.9±0.6
89.4	73.3±0.4±1.0	53.3±0.3±0.6	20.0±0.1±0.5	33.3±0.2±0.2
91.3	73.8±0.1±1.0	53.8±0.1±0.5	20.0±0.0±0.5	33.7±0.1±0.1
93.0	72.3±0.3±0.9	52.8±0.2±0.5	19.4±0.1±0.5	33.4±0.2±0.1
133.2	67.6±3.3±0.4	50.9±2.6±0.1	16.9±0.9±0.3	34.2±2.0±0.2
161.4	57.7±4.8±2.4	44.0±3.9±2.1	13.8±1.1±0.4	30.4±3.0±1.7
172.3	61.8±7.1±0.9	47.2±5.8±0.4	14.9±1.5±0.4	32.5±4.5±0.0
183.1	57.2±3.5±0.9	43.6±2.9±0.7	14.2±0.7±0.6	30.0±2.3±0.5
189.2	62.3±2.5±1.5	48.4±2.1±0.9	13.8±0.4±0.4	34.5±1.7±0.7
192.2	51.7±6.2±1.4	39.1±5.2±1.1	13.2±1.1±0.8	27.0±4.1±0.9
196.2	59.6±4.0±1.5	46.1±3.4±1.2	13.2±0.6±0.4	32.7±2.7±1.0
200.1	54.8±4.1±1.8	42.1±3.5±1.5	12.9±0.6±0.4	29.6±2.8±1.2
202.1	62.8±5.6±2.5	49.4±4.8±2.2	13.1±0.9±0.3	35.6±3.9±1.8

Abbildung C.7: Mittelwerte

$E_{cm}$	$\langle M_{sE}^2/E_{vis}^2 \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle M_{hE}^2/E_{vis}^2 \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle M_{lE}^2/E_{vis}^2 \rangle$ [ $10^{-3}$ ]	$\langle M_{dE}^2/E_{vis}^2 \rangle$ [ $10^{-3}$ ]
45.2	84.3±5.4±1.1	61.2±4.1±0.4	22.9±1.6±0.7	37.7±2.9±0.2
66.0	71.3±3.2±1.3	52.1±2.5±0.8	19.0±0.9±0.6	32.9±1.8±0.3
76.3	74.9±3.3±1.7	54.2±2.5±1.0	20.8±1.0±0.7	33.8±1.8±0.6
89.4	66.9±0.3±0.6	49.5±0.3±0.3	17.4±0.1±0.3	32.1±0.2±0.1
91.3	67.4±0.1±0.6	50.0±0.1±0.3	17.4±0.0±0.3	32.5±0.0±0.1
93.0	66.2±0.3±0.5	49.1±0.2±0.2	16.9±0.1±0.3	32.2±0.2±0.1
133.2	63.1±3.1±0.1	48.1±2.5±0.1	15.0±0.8±0.2	33.3±2.0±0.2
161.4	54.0±4.6±2.3	41.8±3.7±2.0	12.3±1.0±0.3	29.9±2.9±1.7
172.3	58.2±6.8±0.6	45.1±5.6±0.2	13.5±1.3±0.3	31.8±4.4±0.1
183.1	53.9±3.3±0.8	41.6±2.8±0.6	12.7±0.6±0.5	29.4±2.3±0.5
189.2	58.9±2.4±1.4	46.3±2.0±0.8	12.4±0.4±0.4	33.8±1.7±0.7
192.2	48.8±5.9±1.3	37.5±5.0±1.1	11.8±1.0±0.7	26.5±4.1±0.9
196.2	56.5±3.8±1.4	44.3±3.3±1.2	11.9±0.6±0.3	32.1±2.7±1.0
200.1	51.9±3.9±1.6	40.4±3.4±1.4	11.7±0.6±0.3	29.0±2.8±1.2
202.1	59.6±5.4±2.4	47.4±4.6±2.1	11.9±0.8±0.2	35.0±3.8±1.8

Abbildung C.8: Mittelwerte

$E_{cm}$	$\langle M_{sP}^2/E_{vis}^2 \rangle$ [10 <sup>-3</sup> ]	$\langle M_{hP}^2/E_{vis}^2 \rangle$ [10 <sup>-3</sup> ]	$\langle M_{lP}^2/E_{vis}^2 \rangle$ [10 <sup>-3</sup> ]	$\langle M_{dP}^2/E_{vis}^2 \rangle$ [10 <sup>-3</sup> ]
45.2	81.6±5.2±0.9	59.4±4.0±0.3	21.8±1.5±0.7	36.9±2.9±0.3
66.0	69.1±3.1±1.2	50.7±2.4±0.7	18.2±0.9±0.5	32.3±1.8±0.3
76.3	72.7±3.2±1.6	52.9±2.5±0.9	20.0±0.9±0.7	33.2±1.8±0.6
89.4	65.1±0.3±0.5	48.3±0.3±0.3	16.7±0.1±0.3	31.6±0.2±0.2
91.3	65.6±0.1±0.5	48.8±0.1±0.2	16.7±0.0±0.3	32.1±0.0±0.1
93.0	64.3±0.3±0.4	48.0±0.2±0.2	16.3±0.1±0.2	31.7±0.2±0.1
133.2	61.6±3.0±0.1	47.3±2.5±0.2	14.4±0.8±0.1	33.0±2.0±0.2
161.4	52.8±4.5±2.2	41.1±3.7±2.0	11.9±0.9±0.3	29.6±2.9±1.7
172.3	56.9±6.6±0.5	44.3±5.5±0.2	13.0±1.3±0.3	31.6±4.4±0.1
183.1	52.9±3.3±0.7	41.0±2.8±0.6	12.3±0.6±0.4	29.3±2.2±0.5
189.2	57.8±2.3±1.3	45.7±2.0±0.8	12.0±0.4±0.3	33.6±1.7±0.7
192.2	47.9±5.8±1.2	37.0±5.0±1.1	11.4±1.0±0.6	26.3±4.1±0.9
196.2	55.5±3.8±1.3	43.7±3.2±1.2	11.5±0.5±0.3	31.9±2.7±1.0
200.1	51.1±3.9±1.6	39.8±3.4±1.4	11.3±0.6±0.3	28.8±2.8±1.2
202.1	58.6±5.3±2.3	46.7±4.6±2.1	11.5±0.8±0.2	34.8±3.8±1.7

Abbildung C.9: Mittelwerte

$E_{cm}$	$\langle \text{C-Parameter} \rangle$ [10 <sup>-3</sup> ]	$\langle \text{D-Parameter} \rangle$ [10 <sup>-3</sup> ]	$\langle T - 2C/3\pi \rangle$ [10 <sup>-3</sup> ]
45.2	337.4±19.3±4.6	109.8±8.8±3.6	20.0±1.5±0.5
66.0	285.8±11.8±4.2	71.3±4.4±2.2	14.8±0.8±0.2
76.3	298.7±12.4±6.5	77.4±4.8±3.4	14.6±0.8±0.2
89.4	268.0± 1.2±1.4	63.7±0.4±0.6	12.3±0.1±0.1
91.3	270.0± 0.3±1.2	64.3±0.1±0.5	12.4±0.0±0.1
93.0	264.8± 1.0±1.0	61.9±0.3±0.4	11.9±0.1±0.1
133.2	247.3±10.8±1.6	54.1±3.6±0.9	9.5±0.6±0.1
161.4	224.4±17.2±8.1	38.2±4.3±3.1	7.1±0.8±0.5
172.3	232.1±23.6±2.7	48.7±8.1±1.5	7.9±1.2±0.1
183.1	221.4±11.3±4.9	41.6±4.2±1.7	6.6±0.6±0.1
189.2	232.2± 7.7±5.3	47.2±3.3±2.0	7.7±0.5±0.2
192.2	202.6±19.0±3.6	35.7±8.6±1.9	6.1±1.2±0.2
196.2	225.9±12.2±4.5	41.8±5.3±2.4	6.8±0.8±0.2
200.1	210.9±12.5±4.5	36.4±5.9±2.7	6.7±0.9±0.3
202.1	233.4±17.2±7.4	50.2±8.2±3.1	9.1±1.4±0.1

Abbildung C.10: Mittelwerte

1 - T bei 48 GeV			
	Wert	± Stat	± Syst
0.00 - 0.01	0.3764	±0.3262	±0.4412
0.01 - 0.02	4.7305	±1.1372	±1.7204
0.02 - 0.03	7.5428	±1.2526	±0.6862
0.03 - 0.04	8.4845	±1.5059	±0.1661
0.04 - 0.05	10.5855	±1.8167	±0.7122
0.05 - 0.06	11.2938	±1.8246	±0.1705
0.06 - 0.07	8.9164	±1.8294	±0.5718
0.07 - 0.08	8.6823	±1.5624	±0.3935
0.08 - 0.09	3.6054	±0.9897	±0.2956
0.09 - 0.10	2.8314	±0.8528	±0.1284
0.10 - 0.12	3.0285	±0.6043	±0.1707
0.12 - 0.14	2.6851	±0.6321	±0.0930
0.14 - 0.16	1.8092	±0.4832	±0.1164
0.16 - 0.18	2.0259	±0.5783	±0.2826
0.18 - 0.20	1.2830	±0.4320	±0.0718
0.20 - 0.24	0.9558	±0.3114	±0.2489
0.24 - 0.28	0.8282	±0.3118	±0.1160
0.28 - 0.32	0.5088	±0.1654	±0.0312

1 - T bei 66 GeV			
	Wert	± Stat	± Syst
0.00 - 0.01	0.5910	±0.2055	±0.2244
0.01 - 0.02	5.9404	±0.7266	±0.6429
0.02 - 0.03	13.7927	±1.2677	±0.6325
0.03 - 0.04	12.5532	±1.2753	±0.4641
0.04 - 0.05	10.6059	±1.3344	±0.1886
0.05 - 0.06	10.1512	±1.3220	±0.3185
0.06 - 0.07	8.4402	±1.2825	±0.1885
0.07 - 0.08	5.3281	±0.9322	±0.1704
0.08 - 0.09	2.2316	±0.6628	±0.1216
0.09 - 0.10	3.9107	±0.9383	±0.3705
0.10 - 0.12	2.5365	±0.4702	±0.1102
0.12 - 0.14	2.4420	±0.5297	±0.0921
0.14 - 0.16	1.3465	±0.4081	±0.0798
0.16 - 0.18	1.1712	±0.3824	±0.0631
0.18 - 0.20	1.0072	±0.3149	±0.0897
0.20 - 0.24	0.8977	±0.2512	±0.0960
0.24 - 0.28	0.3329	±0.1479	±0.0426

1 - T bei 76 GeV			
	Wert	± Stat	± Syst
0.00 - 0.01	0.5308	±0.1337	±0.3179
0.01 - 0.02	6.9648	±0.6863	±1.0215
0.02 - 0.03	13.4656	±1.2761	±0.7160
0.03 - 0.04	12.8756	±1.4039	±0.5749
0.04 - 0.05	11.4337	±1.4178	±0.4236
0.05 - 0.06	8.2304	±1.1266	±0.2523
0.06 - 0.07	6.5189	±1.0575	±0.2675
0.07 - 0.08	7.8063	±1.4108	±0.8901
0.08 - 0.09	3.5809	±0.7942	±0.2169
0.09 - 0.10	4.5670	±1.0788	±0.1780
0.10 - 0.12	3.7184	±0.7318	±0.4455
0.12 - 0.14	2.4581	±0.6260	±0.1759
0.14 - 0.16	1.8965	±0.5349	±0.3688
0.16 - 0.18	1.9772	±0.5673	±0.1768
0.18 - 0.20	1.0429	±0.3666	±0.0740
0.20 - 0.24	0.4420	±0.1582	±0.0424
0.24 - 0.28	0.2903	±0.1884	±0.0534
0.28 - 0.32	0.3388	±0.2146	±0.0881

1 - T bei 89 GeV 1995			
	Wert	± Stat	± Syst
0.00 - 0.01	0.9876	±0.0328	±0.2814
0.01 - 0.02	10.7038	±0.1363	±0.5367
0.02 - 0.03	17.9709	±0.2076	±0.1375
0.03 - 0.04	14.4126	±0.1914	±0.2566
0.04 - 0.05	9.9653	±0.1563	±0.1193
0.05 - 0.06	7.4674	±0.1353	±0.0909
0.06 - 0.07	5.7446	±0.1169	±0.0559
0.07 - 0.08	4.6782	±0.1061	±0.0484
0.08 - 0.09	3.6279	±0.0910	±0.0368
0.09 - 0.10	3.2650	±0.0895	±0.0558
0.10 - 0.12	2.5512	±0.0559	±0.0269
0.12 - 0.14	1.8391	±0.0465	±0.0170
0.14 - 0.16	1.3872	±0.0402	±0.0265
0.16 - 0.18	1.0916	±0.0356	±0.0094
0.18 - 0.20	0.8335	±0.0308	±0.0139
0.20 - 0.24	0.5728	±0.0177	±0.0111
0.24 - 0.28	0.3754	±0.0147	±0.0101
0.28 - 0.32	0.2178	±0.0110	±0.0075
0.32 - 0.36	0.0974	±0.0079	±0.0025
0.36 - 0.40	0.0162	±0.0033	±0.0023
0.40 - 0.50	0.0015	±0.0009	±0.0003

Abbildung C.11: Verteilungen von Thrust



1 - T bei 91.2 GeV 1994			
	Wert	± Stat	± Syst
0.00 - 0.01	1.0252	±0.0078	±0.2408
0.01 - 0.02	10.7964	±0.0324	±0.5245
0.02 - 0.03	17.7357	±0.0492	±0.1231
0.03 - 0.04	14.0469	±0.0450	±0.1928
0.04 - 0.05	10.0116	±0.0376	±0.1113
0.05 - 0.06	7.4440	±0.0322	±0.0721
0.06 - 0.07	5.9040	±0.0287	±0.0539
0.07 - 0.08	4.7658	±0.0258	±0.0475
0.08 - 0.09	3.8530	±0.0231	±0.0307
0.09 - 0.10	3.2527	±0.0213	±0.0277
0.10 - 0.12	2.5425	±0.0132	±0.0197
0.12 - 0.14	1.8684	±0.0113	±0.0127
0.14 - 0.16	1.4184	±0.0098	±0.0080
0.16 - 0.18	1.0951	±0.0086	±0.0054
0.18 - 0.20	0.8543	±0.0075	±0.0036
0.20 - 0.24	0.6081	±0.0045	±0.0036
0.24 - 0.28	0.3723	±0.0034	±0.0025
0.28 - 0.32	0.2106	±0.0026	±0.0027
0.32 - 0.36	0.0929	±0.0018	±0.0010
0.36 - 0.40	0.0197	±0.0009	±0.0003
0.40 - 0.50	0.0009	±0.0001	±0.0000

1 - T bei 93 GeV 1995			
	Wert	± Stat	± Syst
0.00 - 0.01	1.1083	±0.0311	±0.2591
0.01 - 0.02	11.6221	±0.1235	±0.4561
0.02 - 0.03	18.0544	±0.1747	±0.1860
0.03 - 0.04	14.1795	±0.1576	±0.1948
0.04 - 0.05	9.7643	±0.1281	±0.1042
0.05 - 0.06	7.2018	±0.1089	±0.0583
0.06 - 0.07	5.7978	±0.0984	±0.0532
0.07 - 0.08	4.6599	±0.0881	±0.0485
0.08 - 0.09	3.7101	±0.0779	±0.0409
0.09 - 0.10	3.1607	±0.0727	±0.0246
0.10 - 0.12	2.4899	±0.0456	±0.0232
0.12 - 0.14	1.8132	±0.0384	±0.0105
0.14 - 0.16	1.3821	±0.0336	±0.0108
0.16 - 0.18	1.0455	±0.0289	±0.0178
0.18 - 0.20	0.8148	±0.0253	±0.0082
0.20 - 0.24	0.5838	±0.0151	±0.0051
0.24 - 0.28	0.3464	±0.0113	±0.0072
0.28 - 0.32	0.2195	±0.0094	±0.0017
0.32 - 0.36	0.0906	±0.0062	±0.0040
0.36 - 0.40	0.0177	±0.0029	±0.0006
0.40 - 0.50	0.0006	±0.0003	±0.0002

1 - T bei 133 GeV			
	Wert	± Stat	± Syst
0.00 - 0.01	3.1640	±0.4629	± 3.2536
0.01 - 0.02	20.2932	±1.7469	±20.2954
0.02 - 0.03	17.3773	±1.6998	±17.3964
0.03 - 0.04	10.5990	±1.2783	±10.6048
0.04 - 0.05	7.9225	±1.0343	± 7.9231
0.05 - 0.06	5.8126	±0.9140	± 5.8166
0.06 - 0.07	4.9957	±0.8586	± 4.9970
0.07 - 0.08	4.9842	±0.8822	± 4.9867
0.08 - 0.09	3.0863	±0.6070	± 3.0874
0.09 - 0.10	2.4764	±0.5715	± 2.4783
0.10 - 0.12	2.0850	±0.3689	± 2.0873
0.12 - 0.14	1.9806	±0.3703	± 1.9841
0.14 - 0.16	1.2955	±0.3120	± 1.2974
0.16 - 0.18	0.5434	±0.1668	± 0.5440
0.18 - 0.20	0.7672	±0.2201	± 0.7687
0.20 - 0.24	0.5427	±0.1297	± 0.5428
0.24 - 0.28	0.6654	±0.1545	± 0.6661
0.28 - 0.32	0.1846	±0.0690	± 0.1848
0.32 - 0.36	0.0785	±0.0497	± 0.0795

1 - T bei 163 GeV			
	Wert	± Stat	± Syst
0.00 - 0.01	4.8289	±0.9672	±1.3501
0.01 - 0.02	25.8185	±3.2319	±0.9348
0.02 - 0.03	13.4591	±2.2365	±0.6578
0.03 - 0.04	7.7963	±1.6597	±0.6116
0.04 - 0.05	10.8297	±2.0695	±1.0626
0.05 - 0.06	7.8546	±1.8213	±0.7403
0.06 - 0.07	4.2053	±1.3937	±0.5931
0.07 - 0.08	2.6211	±1.1225	±0.4051
0.08 - 0.09	3.2028	±1.2818	±0.2312
0.09 - 0.10	4.9177	±1.5321	±0.8243
0.10 - 0.12	2.2987	±0.7415	±0.3759
0.12 - 0.14	1.6905	±0.6824	±0.2661
0.14 - 0.16	1.3777	±0.5983	±0.2232
0.16 - 0.18	0.6793	±0.4214	±0.4440
0.18 - 0.20	0.9638	±0.5132	±0.1956
0.20 - 0.24	0.0896	±0.1100	±0.0954
0.24 - 0.28	0.0978	±0.1128	±0.0200
0.28 - 0.32	0.1272	±0.1479	±0.0288
0.32 - 0.36	-0.0073	±0.0034	±0.0020
0.36 - 0.40	-0.0012	±0.0007	±0.0001
0.40 - 0.50	-0.0002	±0.0002	±0.0000

Abbildung C.12: Verteilungen von Thrust

1 - T bei 172 GeV		1 - T bei 182 GeV	
	Wert $\pm$ Stat $\pm$ Syst		Wert $\pm$ Stat $\pm$ Syst
0.00 - 0.01	7.2339 $\pm$ 1.4897 $\pm$ 1.2743	0.00 - 0.01	7.8172 $\pm$ 0.7645 $\pm$ 1.8294
0.01 - 0.02	22.1583 $\pm$ 3.3726 $\pm$ 0.2604	0.01 - 0.02	22.1128 $\pm$ 1.5830 $\pm$ 0.8875
0.02 - 0.03	16.2180 $\pm$ 2.8507 $\pm$ 1.5374	0.02 - 0.03	16.2872 $\pm$ 1.3134 $\pm$ 0.5477
0.03 - 0.04	12.4776 $\pm$ 2.5037 $\pm$ 0.6932	0.03 - 0.04	9.4312 $\pm$ 1.0084 $\pm$ 0.6436
0.04 - 0.05	4.6075 $\pm$ 1.5194 $\pm$ 0.7097	0.04 - 0.05	7.8952 $\pm$ 0.9335 $\pm$ 0.3468
0.05 - 0.06	6.1636 $\pm$ 1.8153 $\pm$ 0.8512	0.05 - 0.06	6.4112 $\pm$ 0.8411 $\pm$ 0.4819
0.06 - 0.07	2.7599 $\pm$ 1.3438 $\pm$ 0.4326	0.06 - 0.07	5.4444 $\pm$ 0.8035 $\pm$ 0.2105
0.07 - 0.08	2.7622 $\pm$ 1.2197 $\pm$ 0.5299	0.07 - 0.08	2.7864 $\pm$ 0.5935 $\pm$ 0.1800
0.08 - 0.09	2.3819 $\pm$ 1.0908 $\pm$ 0.4753	0.08 - 0.09	2.4403 $\pm$ 0.5496 $\pm$ 0.2589
0.09 - 0.10	3.2177 $\pm$ 1.6298 $\pm$ 0.6742	0.09 - 0.10	2.7348 $\pm$ 0.5968 $\pm$ 0.1596
0.10 - 0.12	2.2499 $\pm$ 0.8033 $\pm$ 0.2737	0.10 - 0.12	1.9100 $\pm$ 0.3620 $\pm$ 0.0765
0.12 - 0.14	2.3297 $\pm$ 1.0406 $\pm$ 0.6463	0.12 - 0.14	2.0192 $\pm$ 0.3960 $\pm$ 0.1070
0.14 - 0.16	1.0468 $\pm$ 0.6854 $\pm$ 0.4278	0.14 - 0.16	1.1292 $\pm$ 0.3025 $\pm$ 0.2129
0.16 - 0.18	0.6958 $\pm$ 0.5081 $\pm$ 0.2838	0.16 - 0.18	0.7953 $\pm$ 0.2778 $\pm$ 0.1103
0.18 - 0.20	0.5921 $\pm$ 0.4449 $\pm$ 0.1088	0.18 - 0.20	0.9325 $\pm$ 0.3242 $\pm$ 0.0936
0.20 - 0.24	0.7441 $\pm$ 0.3818 $\pm$ 0.0770	0.20 - 0.24	0.4428 $\pm$ 0.1608 $\pm$ 0.1068
0.24 - 0.28	0.5447 $\pm$ 0.3624 $\pm$ 0.1128	0.24 - 0.28	0.2764 $\pm$ 0.1529 $\pm$ 0.0811
0.28 - 0.32	0.1903 $\pm$ 0.2267 $\pm$ 0.1442		

1 - T bei 189 GeV		1 - T bei 192 GeV	
	Wert $\pm$ Stat $\pm$ Syst		Wert $\pm$ Stat $\pm$ Syst
0.00 - 0.01	7.3347 $\pm$ 0.4702 $\pm$ 2.5866	0.00 - 0.01	7.9417 $\pm$ 1.2836 $\pm$ 3.2424
0.01 - 0.02	21.8833 $\pm$ 0.9999 $\pm$ 1.0035	0.01 - 0.02	25.9781 $\pm$ 2.8390 $\pm$ 2.3486
0.02 - 0.03	15.3394 $\pm$ 0.8152 $\pm$ 0.4665	0.02 - 0.03	17.6672 $\pm$ 2.2735 $\pm$ 0.3415
0.03 - 0.04	9.6967 $\pm$ 0.6418 $\pm$ 0.5743	0.03 - 0.04	9.3810 $\pm$ 1.5872 $\pm$ 0.5966
0.04 - 0.05	7.7184 $\pm$ 0.5775 $\pm$ 0.5349	0.04 - 0.05	7.5830 $\pm$ 1.4627 $\pm$ 0.6339
0.05 - 0.06	7.4599 $\pm$ 0.5946 $\pm$ 0.5777	0.05 - 0.06	3.7452 $\pm$ 0.9935 $\pm$ 0.3491
0.06 - 0.07	4.9685 $\pm$ 0.4954 $\pm$ 0.1991	0.06 - 0.07	4.7415 $\pm$ 1.2428 $\pm$ 0.3642
0.07 - 0.08	3.9095 $\pm$ 0.4353 $\pm$ 0.2582	0.07 - 0.08	3.8900 $\pm$ 1.0739 $\pm$ 0.4771
0.08 - 0.09	2.5781 $\pm$ 0.3570 $\pm$ 0.2259	0.08 - 0.09	4.2534 $\pm$ 1.1867 $\pm$ 0.8661
0.09 - 0.10	2.3996 $\pm$ 0.3596 $\pm$ 0.2494	0.09 - 0.10	1.5745 $\pm$ 0.7456 $\pm$ 0.1103
0.10 - 0.12	1.8738 $\pm$ 0.2260 $\pm$ 0.1639	0.10 - 0.12	2.1659 $\pm$ 0.6181 $\pm$ 0.2046
0.12 - 0.14	1.3299 $\pm$ 0.2080 $\pm$ 0.0820	0.12 - 0.14	0.5686 $\pm$ 0.4009 $\pm$ 0.3333
0.14 - 0.16	0.9504 $\pm$ 0.1801 $\pm$ 0.2227	0.14 - 0.16	1.9467 $\pm$ 0.7112 $\pm$ 0.3114
0.16 - 0.18	0.7737 $\pm$ 0.1645 $\pm$ 0.0865	0.16 - 0.18	0.9013 $\pm$ 0.4887 $\pm$ 0.2245
0.18 - 0.20	0.9153 $\pm$ 0.1873 $\pm$ 0.1479	0.18 - 0.20	0.9455 $\pm$ 0.4702 $\pm$ 0.5456
0.20 - 0.24	0.5095 $\pm$ 0.1065 $\pm$ 0.0407	0.20 - 0.24	0.2660 $\pm$ 0.2616 $\pm$ 0.1671
0.24 - 0.28	0.5076 $\pm$ 0.1217 $\pm$ 0.0474		
0.28 - 0.32	0.3509 $\pm$ 0.1174 $\pm$ 0.0579		

Abbildung C.13: Verteilungen von Thrust

1 - T bei 196 GeV			
	Wert	± Stat	± Syst
0.00 - 0.01	9.3471	±0.8394	±2.1266
0.01 - 0.02	21.6138	±1.5332	±2.1133
0.02 - 0.03	12.7314	±1.1056	±0.5656
0.03 - 0.04	10.2950	±1.0040	±0.3890
0.04 - 0.05	7.5932	±0.8820	±0.1609
0.05 - 0.06	6.6521	±0.8680	±0.3156
0.06 - 0.07	4.5445	±0.7010	±0.3389
0.07 - 0.08	3.7391	±0.6539	±0.3876
0.08 - 0.09	3.0256	±0.5933	±0.2443
0.09 - 0.10	3.3615	±0.6536	±0.2891
0.10 - 0.12	1.6811	±0.3292	±0.1849
0.12 - 0.14	1.7313	±0.3823	±0.1774
0.14 - 0.16	0.7804	±0.2513	±0.2859
0.16 - 0.18	0.9942	±0.2909	±0.0711
0.18 - 0.20	0.7237	±0.2913	±0.1215
0.20 - 0.24	0.4077	±0.1750	±0.1063
0.24 - 0.28	0.6234	±0.2148	±0.0343
0.28 - 0.32	0.1309	±0.1515	±0.0521

1 - T bei 200 GeV			
	Wert	± Stat	± Syst
0.00 - 0.01	9.0052	±0.8457	±2.3169
0.01 - 0.02	24.0919	±1.6214	±1.2775
0.02 - 0.03	15.9118	±1.3093	±0.7087
0.03 - 0.04	8.3772	±0.9239	±0.3534
0.04 - 0.05	6.8406	±0.8412	±0.6605
0.05 - 0.06	5.6759	±0.7925	±0.2861
0.06 - 0.07	4.9985	±0.7794	±0.2698
0.07 - 0.08	3.2198	±0.6070	±0.4838
0.08 - 0.09	2.4939	±0.5380	±0.2447
0.09 - 0.10	3.5072	±0.6654	±0.3466
0.10 - 0.12	2.3941	±0.4311	±0.3582
0.12 - 0.14	1.5698	±0.3443	±0.1716
0.14 - 0.16	1.0150	±0.2953	±0.1184
0.16 - 0.18	0.5528	±0.2432	±0.0571
0.18 - 0.20	0.6522	±0.2611	±0.2391
0.20 - 0.24	0.5211	±0.2322	±0.1185

1 - T bei 202 GeV			
	Wert	± Stat	± Syst
0.00 - 0.01	9.5174	±1.2540	±2.8975
0.01 - 0.02	21.7652	±2.1378	±1.5391
0.02 - 0.03	12.5177	±1.5540	±0.4341
0.03 - 0.04	10.2802	±1.4461	±0.8542
0.04 - 0.05	7.9664	±1.3040	±0.6700
0.05 - 0.06	4.9372	±1.0083	±0.3891
0.06 - 0.07	4.5507	±0.9419	±0.6169
0.07 - 0.08	5.5507	±1.2293	±0.4100
0.08 - 0.09	2.4776	±0.7436	±0.5446
0.09 - 0.10	1.1951	±0.5456	±0.2187
0.10 - 0.12	2.2661	±0.5502	±0.4271
0.12 - 0.14	2.3809	±0.5988	±0.3563
0.14 - 0.16	0.8761	±0.3501	±0.1791
0.16 - 0.18	2.0131	±0.6363	±0.2261
0.18 - 0.20	0.8616	±0.3837	±0.2673
0.20 - 0.24	0.5807	±0.2569	±0.2159
0.24 - 0.28	0.3363	±0.2038	±0.1461

Abbildung C.14: Verteilungen von Thrust

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 48 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.7336	$\pm 0.3348$	$\pm 0.2841$
0.01 - 0.02	4.2827	$\pm 0.6451$	$\pm 0.9767$
0.02 - 0.03	8.9876	$\pm 1.2215$	$\pm 0.6203$
0.03 - 0.04	19.5491	$\pm 2.8113$	$\pm 1.6729$
0.04 - 0.05	12.8441	$\pm 2.0740$	$\pm 0.4968$
0.05 - 0.06	11.7400	$\pm 1.9268$	$\pm 0.6964$
0.06 - 0.08	4.4249	$\pm 0.9189$	$\pm 0.2833$
0.08 - 0.10	3.2997	$\pm 0.6982$	$\pm 0.2437$
0.10 - 0.12	2.6524	$\pm 0.6289$	$\pm 0.1245$
0.12 - 0.14	1.4885	$\pm 0.5195$	$\pm 0.1890$
0.14 - 0.16	2.0567	$\pm 0.6277$	$\pm 0.1983$
0.16 - 0.20	1.7136	$\pm 0.4545$	$\pm 0.1695$
0.20 - 0.24	0.8785	$\pm 0.2845$	$\pm 0.0452$
0.24 - 0.28	0.1386	$\pm 0.1081$	$\pm 0.0346$

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 66 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.9215	$\pm 0.1954$	$\pm 0.5346$
0.01 - 0.02	9.5636	$\pm 0.8257$	$\pm 1.4043$
0.02 - 0.03	18.0702	$\pm 1.5523$	$\pm 0.3313$
0.03 - 0.04	14.4569	$\pm 1.6619$	$\pm 0.3739$
0.04 - 0.05	11.8751	$\pm 1.5136$	$\pm 0.2964$
0.05 - 0.06	7.0479	$\pm 1.1452$	$\pm 0.4118$
0.06 - 0.08	5.3948	$\pm 0.7655$	$\pm 0.4081$
0.08 - 0.10	3.7863	$\pm 0.7019$	$\pm 0.2745$
0.10 - 0.12	2.0911	$\pm 0.4737$	$\pm 0.0745$
0.12 - 0.14	1.5959	$\pm 0.4416$	$\pm 0.1470$
0.14 - 0.16	1.2642	$\pm 0.4411$	$\pm 0.1953$
0.16 - 0.20	0.7375	$\pm 0.2196$	$\pm 0.0691$
0.20 - 0.24	0.3446	$\pm 0.1570$	$\pm 0.0873$
0.24 - 0.28	0.1153	$\pm 0.0815$	$\pm 0.0167$

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 76 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.7900	$\pm 0.1294$	$\pm 0.7666$
0.01 - 0.02	11.7082	$\pm 0.9490$	$\pm 1.2760$
0.02 - 0.03	19.1952	$\pm 1.7597$	$\pm 0.5785$
0.03 - 0.04	18.8892	$\pm 2.0402$	$\pm 0.8952$
0.04 - 0.05	10.5970	$\pm 1.3953$	$\pm 0.3172$
0.05 - 0.06	7.1383	$\pm 1.1752$	$\pm 0.2926$
0.06 - 0.08	5.3188	$\pm 0.8023$	$\pm 0.3998$
0.08 - 0.10	4.4636	$\pm 0.9958$	$\pm 0.5131$
0.10 - 0.12	2.8434	$\pm 0.6109$	$\pm 0.2025$
0.12 - 0.14	2.0429	$\pm 0.4920$	$\pm 0.1063$
0.14 - 0.16	1.1904	$\pm 0.3947$	$\pm 0.1629$
0.16 - 0.20	0.6245	$\pm 0.1860$	$\pm 0.0676$
0.20 - 0.24	0.1628	$\pm 0.1293$	$\pm 0.0319$

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 89 GeV 1995			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	1.8864	$\pm 0.0415$	$\pm 0.7067$
0.01 - 0.02	18.5290	$\pm 0.1858$	$\pm 0.5953$
0.02 - 0.03	20.9345	$\pm 0.2370$	$\pm 0.4261$
0.03 - 0.04	13.4404	$\pm 0.1882$	$\pm 0.2505$
0.04 - 0.05	8.9581	$\pm 0.1507$	$\pm 0.1301$
0.05 - 0.06	6.4137	$\pm 0.1260$	$\pm 0.1030$
0.06 - 0.08	4.5489	$\pm 0.0753$	$\pm 0.0588$
0.08 - 0.10	3.0101	$\pm 0.0622$	$\pm 0.0581$
0.10 - 0.12	2.0122	$\pm 0.0502$	$\pm 0.0603$
0.12 - 0.14	1.3980	$\pm 0.0416$	$\pm 0.0203$
0.14 - 0.16	1.1080	$\pm 0.0382$	$\pm 0.0191$
0.16 - 0.20	0.6492	$\pm 0.0203$	$\pm 0.0176$
0.20 - 0.24	0.3254	$\pm 0.0142$	$\pm 0.0070$
0.24 - 0.28	0.1514	$\pm 0.0095$	$\pm 0.0026$
0.28 - 0.32	0.0544	$\pm 0.0054$	$\pm 0.0024$
0.32 - 0.36	0.0087	$\pm 0.0016$	$\pm 0.0016$
0.36 - 0.40	0.0013	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0005$
0.40 - 0.50	0.0019	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0023$

Abbildung C.15: Verteilungen von MHIGH

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 91.2 GeV 1994			
	Wert	Stat	Syst
0.00 - 0.01	1.9496	±0.0098	±0.7160
0.01 - 0.02	18.5808	±0.0444	±0.5331
0.02 - 0.03	20.6924	±0.0563	±0.4018
0.03 - 0.04	13.3038	±0.0448	±0.2328
0.04 - 0.05	9.0662	±0.0364	±0.1276
0.05 - 0.06	6.7178	±0.0313	±0.0908
0.06 - 0.08	4.6343	±0.0183	±0.0579
0.08 - 0.10	3.0306	±0.0149	±0.0391
0.10 - 0.12	2.0533	±0.0122	±0.0269
0.12 - 0.14	1.4421	±0.0102	±0.0191
0.14 - 0.16	1.0481	±0.0087	±0.0145
0.16 - 0.20	0.6517	±0.0049	±0.0096
0.20 - 0.24	0.3374	±0.0035	±0.0067
0.24 - 0.28	0.1588	±0.0024	±0.0034
0.28 - 0.32	0.0553	±0.0013	±0.0012
0.32 - 0.36	0.0082	±0.0004	±0.0012
0.36 - 0.40	0.0008	±0.0001	±0.0005
0.40 - 0.50	0.0000	±0.0000	±0.0000

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 93 GeV 1995			
	Wert	Stat	Syst
0.00 - 0.01	2.1573	±0.0404	±0.7110
0.01 - 0.02	19.4825	±0.1643	±0.4657
0.02 - 0.03	20.5472	±0.1941	±0.3910
0.03 - 0.04	13.0721	±0.1530	±0.2093
0.04 - 0.05	9.0039	±0.1256	±0.1136
0.05 - 0.06	6.5920	±0.1070	±0.0785
0.06 - 0.08	4.4534	±0.0618	±0.0634
0.08 - 0.10	2.9101	±0.0504	±0.0375
0.10 - 0.12	1.9482	±0.0407	±0.0209
0.12 - 0.14	1.4008	±0.0351	±0.0237
0.14 - 0.16	1.0514	±0.0305	±0.0154
0.16 - 0.20	0.6365	±0.0167	±0.0110
0.20 - 0.24	0.3125	±0.0114	±0.0063
0.24 - 0.28	0.1718	±0.0087	±0.0041
0.28 - 0.32	0.0598	±0.0048	±0.0012
0.32 - 0.36	0.0091	±0.0015	±0.0016

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 133 GeV			
	Wert	Stat	Syst
0.00 - 0.01	6.7673	±0.6854	± 6.8503
0.01 - 0.02	27.5818	±2.1529	±27.5959
0.02 - 0.03	17.6954	±1.7191	±17.7183
0.03 - 0.04	8.1999	±1.1008	± 8.2150
0.04 - 0.05	8.1732	±1.1073	± 8.1770
0.05 - 0.06	5.5079	±0.9013	± 5.5420
0.06 - 0.08	4.4413	±0.5814	± 4.4415
0.08 - 0.10	2.3033	±0.3857	± 2.3044
0.10 - 0.12	1.5013	±0.3123	± 1.5038
0.12 - 0.14	0.8465	±0.2310	± 0.8467
0.14 - 0.16	1.0416	±0.2600	± 1.0488
0.16 - 0.20	0.7787	±0.1673	± 0.7800
0.20 - 0.24	0.4073	±0.1111	± 0.4077
0.24 - 0.28	0.2039	±0.0804	± 0.2081
0.28 - 0.32	0.0509	±0.0300	± 0.0518
0.32 - 0.36	0.0820	±0.0653	± 0.0849

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 163 GeV			
	Wert	Stat	Syst
0.00 - 0.01	10.2046	±1.4598	±1.3026
0.01 - 0.02	27.6007	±3.4593	±1.1832
0.02 - 0.03	13.5636	±2.3269	±1.2555
0.03 - 0.04	6.8642	±1.6805	±0.5200
0.04 - 0.05	10.0165	±2.2116	±0.6272
0.05 - 0.06	8.2673	±1.9821	±1.0365
0.06 - 0.08	4.8960	±1.1597	±0.3803
0.08 - 0.10	2.9613	±0.8440	±0.4014
0.10 - 0.12	2.1605	±0.7006	±0.4195
0.12 - 0.14	1.3695	±0.5935	±0.2077
0.14 - 0.16	0.7026	±0.4339	±0.4347
0.16 - 0.20	0.3068	±0.1659	±0.0371

Abbildung C.16: Verteilungen von MHIGH

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 172 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	12.4241	$\pm 1.9374$	$\pm 1.3501$
0.01 - 0.02	27.2848	$\pm 3.9508$	$\pm 2.1955$
0.02 - 0.03	14.6049	$\pm 2.8196$	$\pm 0.9555$
0.03 - 0.04	9.0850	$\pm 2.1882$	$\pm 1.5493$
0.04 - 0.05	8.7567	$\pm 2.3746$	$\pm 1.5745$
0.05 - 0.06	4.1835	$\pm 1.6258$	$\pm 0.5470$
0.06 - 0.08	2.5163	$\pm 0.8768$	$\pm 0.4552$
0.08 - 0.10	2.4605	$\pm 0.9187$	$\pm 0.6696$
0.10 - 0.12	1.4392	$\pm 0.7054$	$\pm 0.4400$
0.12 - 0.14	1.9409	$\pm 0.8536$	$\pm 0.3113$
0.14 - 0.16	0.8629	$\pm 0.5361$	$\pm 0.1946$
0.16 - 0.20	0.6236	$\pm 0.3419$	$\pm 0.3059$
0.20 - 0.24	0.6672	$\pm 0.3445$	$\pm 0.1252$
0.24 - 0.28	0.1017	$\pm 0.1281$	$\pm 0.0701$

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 182 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	13.9466	$\pm 1.0158$	$\pm 1.7643$
0.01 - 0.02	25.4761	$\pm 1.7633$	$\pm 0.8436$
0.02 - 0.03	14.6757	$\pm 1.3034$	$\pm 0.4955$
0.03 - 0.04	10.6193	$\pm 1.1168$	$\pm 0.9092$
0.04 - 0.05	7.1060	$\pm 0.9358$	$\pm 0.3283$
0.05 - 0.06	5.6231	$\pm 0.8602$	$\pm 0.3123$
0.06 - 0.08	3.6068	$\pm 0.4941$	$\pm 0.2436$
0.08 - 0.10	2.1861	$\pm 0.3819$	$\pm 0.2452$
0.10 - 0.12	1.6467	$\pm 0.3424$	$\pm 0.1820$
0.12 - 0.14	1.6267	$\pm 0.3326$	$\pm 0.1673$
0.14 - 0.16	0.5541	$\pm 0.2263$	$\pm 0.1498$
0.16 - 0.20	0.6423	$\pm 0.1703$	$\pm 0.0785$
0.20 - 0.24	0.2015	$\pm 0.1185$	$\pm 0.0755$
0.24 - 0.28	0.0778	$\pm 0.0895$	$\pm 0.0638$
0.28 - 0.32	0.0278	$\pm 0.0449$	$\pm 0.0158$

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 189 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	13.1817	$\pm 0.6289$	$\pm 2.4403$
0.01 - 0.02	25.3671	$\pm 1.1130$	$\pm 1.3526$
0.02 - 0.03	14.7310	$\pm 0.8302$	$\pm 0.5368$
0.03 - 0.04	11.3821	$\pm 0.7452$	$\pm 0.8102$
0.04 - 0.05	6.7196	$\pm 0.5773$	$\pm 0.5757$
0.05 - 0.06	5.2683	$\pm 0.5261$	$\pm 0.3866$
0.06 - 0.08	3.4782	$\pm 0.3021$	$\pm 0.2069$
0.08 - 0.10	2.0000	$\pm 0.2372$	$\pm 0.1455$
0.10 - 0.12	1.4930	$\pm 0.2083$	$\pm 0.1436$
0.12 - 0.14	1.3864	$\pm 0.2055$	$\pm 0.0637$
0.14 - 0.16	0.8028	$\pm 0.1550$	$\pm 0.1294$
0.16 - 0.20	0.7230	$\pm 0.1118$	$\pm 0.0584$
0.20 - 0.24	0.3020	$\pm 0.0808$	$\pm 0.0148$
0.24 - 0.28	0.2977	$\pm 0.0793$	$\pm 0.0089$
0.28 - 0.32	0.0618	$\pm 0.0430$	$\pm 0.0101$
0.32 - 0.36	0.0347	$\pm 0.0181$	$\pm 0.0080$

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 192 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	15.0664	$\pm 1.7891$	$\pm 2.8569$
0.01 - 0.02	28.3419	$\pm 3.0220$	$\pm 1.9686$
0.02 - 0.03	15.1200	$\pm 2.1635$	$\pm 0.6169$
0.03 - 0.04	9.8668	$\pm 1.7662$	$\pm 0.9373$
0.04 - 0.05	5.5938	$\pm 1.3126$	$\pm 0.6266$
0.05 - 0.06	5.4664	$\pm 1.3047$	$\pm 0.4064$
0.06 - 0.08	3.9580	$\pm 0.8255$	$\pm 0.2934$
0.08 - 0.10	2.2682	$\pm 0.6188$	$\pm 0.3531$
0.10 - 0.12	1.7136	$\pm 0.5917$	$\pm 0.1985$
0.12 - 0.14	1.0647	$\pm 0.4870$	$\pm 0.1933$
0.14 - 0.16	0.4249	$\pm 0.3804$	$\pm 0.1129$
0.16 - 0.20	0.6515	$\pm 0.2730$	$\pm 0.1433$

Abbildung C.17: Verteilungen von MHIGH

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 196 GeV				$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 200 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst		Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	14.9027	$\pm 1.0516$	$\pm 1.6686$	0.00 - 0.01	17.1590	$\pm 1.1648$	$\pm 2.1419$
0.01 - 0.02	25.6729	$\pm 1.7124$	$\pm 1.7172$	0.01 - 0.02	24.1384	$\pm 1.6637$	$\pm 1.3688$
0.02 - 0.03	13.3110	$\pm 1.1808$	$\pm 0.5369$	0.02 - 0.03	13.2805	$\pm 1.2234$	$\pm 0.9981$
0.03 - 0.04	9.4829	$\pm 1.0237$	$\pm 0.2681$	0.03 - 0.04	8.5064	$\pm 0.9956$	$\pm 0.3670$
0.04 - 0.05	6.7320	$\pm 0.8935$	$\pm 0.4753$	0.04 - 0.05	6.4292	$\pm 0.8626$	$\pm 0.7755$
0.05 - 0.06	5.0429	$\pm 0.7793$	$\pm 0.4926$	0.05 - 0.06	6.6928	$\pm 0.9533$	$\pm 0.3642$
0.06 - 0.08	3.7902	$\pm 0.4866$	$\pm 0.1974$	0.06 - 0.08	3.5039	$\pm 0.4641$	$\pm 0.3501$
0.08 - 0.10	2.3436	$\pm 0.3955$	$\pm 0.0956$	0.08 - 0.10	2.9716	$\pm 0.4582$	$\pm 0.1834$
0.10 - 0.12	2.0561	$\pm 0.3911$	$\pm 0.2495$	0.10 - 0.12	1.5685	$\pm 0.3510$	$\pm 0.1022$
0.12 - 0.14	1.0574	$\pm 0.2876$	$\pm 0.1671$	0.12 - 0.14	0.8161	$\pm 0.2639$	$\pm 0.1767$
0.14 - 0.16	0.7702	$\pm 0.2349$	$\pm 0.1583$	0.14 - 0.16	1.0706	$\pm 0.3317$	$\pm 0.3032$
0.16 - 0.20	0.6404	$\pm 0.1788$	$\pm 0.0495$	0.16 - 0.20	0.3499	$\pm 0.1581$	$\pm 0.0934$
0.20 - 0.24	0.4221	$\pm 0.1573$	$\pm 0.0741$	0.20 - 0.24	0.2588	$\pm 0.1553$	$\pm 0.0992$
0.24 - 0.28	0.2617	$\pm 0.1287$	$\pm 0.0604$	0.24 - 0.28	0.0758	$\pm 0.1210$	$\pm 0.0856$
				0.28 - 0.32	0.0351	$\pm 0.0592$	$\pm 0.0401$

$M_h^2/E_{vis}^2$ bei 202 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	17.1782	$\pm 1.6620$	$\pm 2.4092$
0.01 - 0.02	21.6633	$\pm 2.1724$	$\pm 0.9107$
0.02 - 0.03	13.8813	$\pm 1.7189$	$\pm 0.4181$
0.03 - 0.04	8.0296	$\pm 1.3271$	$\pm 0.7180$
0.04 - 0.05	6.1671	$\pm 1.2060$	$\pm 1.1380$
0.05 - 0.06	6.2119	$\pm 1.1840$	$\pm 0.6899$
0.06 - 0.08	3.5256	$\pm 0.6755$	$\pm 0.2855$
0.08 - 0.10	2.5371	$\pm 0.5726$	$\pm 0.2848$
0.10 - 0.12	1.7496	$\pm 0.4752$	$\pm 0.2900$
0.12 - 0.14	1.4143	$\pm 0.4873$	$\pm 0.5270$
0.14 - 0.16	1.1490	$\pm 0.3971$	$\pm 0.1617$
0.16 - 0.20	0.6257	$\pm 0.2332$	$\pm 0.1406$
0.20 - 0.24	0.3780	$\pm 0.1665$	$\pm 0.1732$
0.24 - 0.28	0.2149	$\pm 0.1689$	$\pm 0.0656$

Abbildung C.18: Verteilungen von MHIGH

122 ANHANG C. TABELLEN ZU MITTELWERTEN UND EREIGNISFORMVARIABLEN

$B_{max}$ bei 48 GeV				$B_{max}$ bei 66 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst		Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.0000	$\pm 0.0000$	$\pm 0.0000$	0.00 - 0.01	0.0000	$\pm 0.0000$	$\pm 0.0000$
0.01 - 0.02	0.0277	$\pm 0.0282$	$\pm 0.0357$	0.01 - 0.02	0.1228	$\pm 0.0927$	$\pm 0.1773$
0.02 - 0.03	1.2696	$\pm 0.5500$	$\pm 0.5666$	0.02 - 0.03	4.6860	$\pm 0.8237$	$\pm 0.3180$
0.03 - 0.04	9.3274	$\pm 1.8105$	$\pm 0.8543$	0.03 - 0.04	14.9944	$\pm 1.5820$	$\pm 0.2095$
0.04 - 0.05	14.2445	$\pm 2.2526$	$\pm 0.6646$	0.04 - 0.05	15.5526	$\pm 1.4524$	$\pm 0.4952$
0.05 - 0.06	15.0010	$\pm 2.2243$	$\pm 0.3327$	0.05 - 0.06	11.7390	$\pm 1.2497$	$\pm 0.1943$
0.06 - 0.07	11.6635	$\pm 1.8865$	$\pm 0.1241$	0.06 - 0.07	9.6468	$\pm 1.1575$	$\pm 0.3895$
0.07 - 0.08	7.8981	$\pm 1.4689$	$\pm 0.8061$	0.07 - 0.08	7.1682	$\pm 1.0239$	$\pm 0.2153$
0.08 - 0.10	6.9154	$\pm 0.8734$	$\pm 0.6837$	0.08 - 0.10	4.9131	$\pm 0.6223$	$\pm 0.2226$
0.10 - 0.12	2.9136	$\pm 0.6424$	$\pm 0.1682$	0.10 - 0.12	4.3253	$\pm 0.6567$	$\pm 0.3125$
0.12 - 0.14	2.6738	$\pm 0.5836$	$\pm 0.2701$	0.12 - 0.14	2.9220	$\pm 0.5525$	$\pm 0.0794$
0.14 - 0.17	2.0553	$\pm 0.4410$	$\pm 0.1200$	0.14 - 0.17	1.7972	$\pm 0.3604$	$\pm 0.1004$
0.17 - 0.20	2.7516	$\pm 0.6012$	$\pm 0.0659$	0.17 - 0.20	1.1558	$\pm 0.2957$	$\pm 0.0864$
0.20 - 0.24	0.9434	$\pm 0.2821$	$\pm 0.0644$	0.20 - 0.24	0.5560	$\pm 0.1910$	$\pm 0.0508$
0.24 - 0.28	0.0534	$\pm 0.0787$	$\pm 0.0223$	0.24 - 0.28	0.0372	$\pm 0.0589$	$\pm 0.0102$
$B_{max}$ bei 76 GeV				$B_{max}$ bei 89 GeV 1995			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst		Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.0000	$\pm 0.0000$	$\pm 0.0147$	0.00 - 0.01	-0.0008	$\pm 0.0009$	$\pm 0.0258$
0.01 - 0.02	0.2119	$\pm 0.0978$	$\pm 0.2519$	0.01 - 0.02	0.8393	$\pm 0.0393$	$\pm 0.2024$
0.02 - 0.03	7.6181	$\pm 0.9659$	$\pm 0.3695$	0.02 - 0.03	9.2770	$\pm 0.1489$	$\pm 0.1255$
0.03 - 0.04	13.7686	$\pm 1.3102$	$\pm 0.3171$	0.03 - 0.04	16.6434	$\pm 0.2019$	$\pm 0.1592$
0.04 - 0.05	11.4482	$\pm 1.1470$	$\pm 0.4885$	0.04 - 0.05	14.2118	$\pm 0.1806$	$\pm 0.0684$
0.05 - 0.06	12.7956	$\pm 1.4555$	$\pm 0.1784$	0.05 - 0.06	10.3108	$\pm 0.1496$	$\pm 0.1029$
0.06 - 0.07	8.5115	$\pm 1.0943$	$\pm 0.5910$	0.06 - 0.07	8.4195	$\pm 0.1371$	$\pm 0.0407$
0.07 - 0.08	7.7987	$\pm 1.1160$	$\pm 0.1645$	0.07 - 0.08	6.7586	$\pm 0.1219$	$\pm 0.0557$
0.08 - 0.10	5.3690	$\pm 0.6883$	$\pm 0.2916$	0.08 - 0.10	5.0469	$\pm 0.0748$	$\pm 0.0443$
0.10 - 0.12	4.0500	$\pm 0.7029$	$\pm 0.2842$	0.10 - 0.12	3.6696	$\pm 0.0644$	$\pm 0.0220$
0.12 - 0.14	3.9068	$\pm 0.7721$	$\pm 0.2409$	0.12 - 0.14	2.5407	$\pm 0.0529$	$\pm 0.0223$
0.14 - 0.17	2.2764	$\pm 0.4174$	$\pm 0.0983$	0.14 - 0.17	1.7162	$\pm 0.0357$	$\pm 0.0236$
0.17 - 0.20	1.3894	$\pm 0.3306$	$\pm 0.0649$	0.17 - 0.20	1.0861	$\pm 0.0290$	$\pm 0.0094$
0.20 - 0.24	0.2000	$\pm 0.1304$	$\pm 0.0266$	0.20 - 0.24	0.5173	$\pm 0.0174$	$\pm 0.0092$
0.24 - 0.28	0.0130	$\pm 0.1057$	$\pm 0.0565$	0.24 - 0.28	0.1353	$\pm 0.0085$	$\pm 0.0039$

Abbildung C.19: Verteilungen von BMAX



$B_{max}$ bei 91.2 GeV 1994			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.0020	$\pm 0.0004$	$\pm 0.0081$
0.01 - 0.02	0.9015	$\pm 0.0096$	$\pm 0.0724$
0.02 - 0.03	9.3645	$\pm 0.0353$	$\pm 0.0461$
0.03 - 0.04	16.3891	$\pm 0.0476$	$\pm 0.1189$
0.04 - 0.05	13.6346	$\pm 0.0418$	$\pm 0.0468$
0.05 - 0.06	10.3508	$\pm 0.0360$	$\pm 0.0507$
0.06 - 0.07	8.3208	$\pm 0.0325$	$\pm 0.0199$
0.07 - 0.08	6.7527	$\pm 0.0292$	$\pm 0.0152$
0.08 - 0.10	5.2296	$\pm 0.0184$	$\pm 0.0129$
0.10 - 0.12	3.6728	$\pm 0.0154$	$\pm 0.0074$
0.12 - 0.14	2.6587	$\pm 0.0132$	$\pm 0.0103$
0.14 - 0.17	1.7574	$\pm 0.0087$	$\pm 0.0069$
0.17 - 0.20	1.0558	$\pm 0.0068$	$\pm 0.0043$
0.20 - 0.24	0.5243	$\pm 0.0042$	$\pm 0.0044$
0.24 - 0.28	0.1378	$\pm 0.0021$	$\pm 0.0029$

$B_{max}$ bei 93 GeV 1995			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.0008	$\pm 0.0014$	$\pm 0.0368$
0.01 - 0.02	1.0214	$\pm 0.0384$	$\pm 0.1389$
0.02 - 0.03	10.2144	$\pm 0.1342$	$\pm 0.1017$
0.03 - 0.04	16.7079	$\pm 0.1692$	$\pm 0.1373$
0.04 - 0.05	13.6860	$\pm 0.1470$	$\pm 0.0825$
0.05 - 0.06	9.9815	$\pm 0.1221$	$\pm 0.0742$
0.06 - 0.07	8.3215	$\pm 0.1138$	$\pm 0.0399$
0.07 - 0.08	6.6757	$\pm 0.1015$	$\pm 0.0423$
0.08 - 0.10	5.0787	$\pm 0.0626$	$\pm 0.0196$
0.10 - 0.12	3.5933	$\pm 0.0529$	$\pm 0.0371$
0.12 - 0.14	2.6188	$\pm 0.0457$	$\pm 0.0150$
0.14 - 0.17	1.6941	$\pm 0.0296$	$\pm 0.0079$
0.17 - 0.20	1.0468	$\pm 0.0236$	$\pm 0.0109$
0.20 - 0.24	0.5014	$\pm 0.0141$	$\pm 0.0043$
0.24 - 0.28	0.1547	$\pm 0.0078$	$\pm 0.0022$

$B_{max}$ bei 133 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.0389	$\pm 0.0609$	$\pm 0.4967$
0.01 - 0.02	4.2346	$\pm 0.8413$	$\pm 4.2463$
0.02 - 0.03	18.6971	$\pm 1.8201$	$\pm 18.7119$
0.03 - 0.04	12.4692	$\pm 1.2976$	$\pm 12.4824$
0.04 - 0.05	11.4630	$\pm 1.2806$	$\pm 11.4661$
0.05 - 0.06	8.3203	$\pm 1.0509$	$\pm 8.3377$
0.06 - 0.07	7.5682	$\pm 1.0381$	$\pm 7.5744$
0.07 - 0.08	6.0519	$\pm 0.8892$	$\pm 6.0526$
0.08 - 0.10	4.7297	$\pm 0.5621$	$\pm 4.7318$
0.10 - 0.12	2.9689	$\pm 0.4401$	$\pm 2.9702$
0.12 - 0.14	2.5531	$\pm 0.4070$	$\pm 2.5544$
0.14 - 0.17	1.5246	$\pm 0.2437$	$\pm 1.5292$
0.17 - 0.20	1.0044	$\pm 0.2041$	$\pm 1.0059$
0.20 - 0.24	0.6350	$\pm 0.1378$	$\pm 0.6355$
0.24 - 0.28	0.1808	$\pm 0.0639$	$\pm 0.1817$
0.28 - 0.32	0.0322	$\pm 0.0391$	$\pm 0.0326$

$B_{max}$ bei 163 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.2264	$\pm 0.2532$	$\pm 0.5913$
0.01 - 0.02	4.4630	$\pm 1.3994$	$\pm 0.6786$
0.02 - 0.03	16.8549	$\pm 2.6525$	$\pm 0.8487$
0.03 - 0.04	13.5051	$\pm 2.0682$	$\pm 0.9425$
0.04 - 0.05	11.8266	$\pm 2.0052$	$\pm 0.4266$
0.05 - 0.06	8.6916	$\pm 1.7896$	$\pm 0.8557$
0.06 - 0.07	5.7073	$\pm 1.4718$	$\pm 0.8471$
0.07 - 0.08	4.7340	$\pm 1.4055$	$\pm 0.5069$
0.08 - 0.10	5.8300	$\pm 1.1457$	$\pm 0.5311$
0.10 - 0.12	4.8730	$\pm 1.0834$	$\pm 0.4273$
0.12 - 0.14	2.3437	$\pm 0.7184$	$\pm 0.2515$
0.14 - 0.17	1.6539	$\pm 0.4918$	$\pm 0.3117$
0.17 - 0.20	0.6058	$\pm 0.2841$	$\pm 0.1119$
0.20 - 0.24	0.0322	$\pm 0.0667$	$\pm 0.0759$
0.24 - 0.28	0.1595	$\pm 0.1279$	$\pm 0.0418$

Abbildung C.20: Verteilungen von BMAX

$B_{max}$ bei 172 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.1367	$\pm 0.1798$	$\pm 0.5873$
0.01 - 0.02	9.0091	$\pm 2.3963$	$\pm 1.2736$
0.02 - 0.03	14.0074	$\pm 2.6322$	$\pm 0.5603$
0.03 - 0.04	16.6948	$\pm 2.7258$	$\pm 1.5058$
0.04 - 0.05	10.3570	$\pm 2.2387$	$\pm 0.6949$
0.05 - 0.06	7.3890	$\pm 1.9302$	$\pm 0.8868$
0.06 - 0.07	5.8908	$\pm 1.7686$	$\pm 0.5370$
0.07 - 0.08	4.2358	$\pm 1.3855$	$\pm 0.4617$
0.08 - 0.10	5.8021	$\pm 1.3107$	$\pm 0.3896$
0.10 - 0.12	1.3128	$\pm 0.6179$	$\pm 0.3278$
0.12 - 0.14	2.0521	$\pm 0.7833$	$\pm 0.8226$
0.14 - 0.17	2.1783	$\pm 0.6981$	$\pm 0.3428$
0.17 - 0.20	0.8637	$\pm 0.4648$	$\pm 0.1762$
0.20 - 0.24	0.8714	$\pm 0.3747$	$\pm 0.2071$
0.24 - 0.28	0.2870	$\pm 0.2180$	$\pm 0.0876$

$B_{max}$ bei 182 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.5305	$\pm 0.2789$	$\pm 2.8150$
0.01 - 0.02	10.4755	$\pm 1.2386$	$\pm 0.4909$
0.02 - 0.03	15.6632	$\pm 1.2970$	$\pm 0.2799$
0.03 - 0.04	12.6764	$\pm 1.1403$	$\pm 0.5748$
0.04 - 0.05	9.7413	$\pm 0.9738$	$\pm 0.2919$
0.05 - 0.06	7.8382	$\pm 0.8896$	$\pm 0.1332$
0.06 - 0.07	7.9830	$\pm 0.9440$	$\pm 0.7491$
0.07 - 0.08	5.8289	$\pm 0.8090$	$\pm 0.4613$
0.08 - 0.10	4.6705	$\pm 0.5140$	$\pm 0.1377$
0.10 - 0.12	3.2194	$\pm 0.4457$	$\pm 0.1426$
0.12 - 0.14	1.9110	$\pm 0.3507$	$\pm 0.0959$
0.14 - 0.17	1.8556	$\pm 0.2916$	$\pm 0.1178$
0.17 - 0.20	0.9804	$\pm 0.2357$	$\pm 0.1385$
0.20 - 0.24	0.4521	$\pm 0.1649$	$\pm 0.0980$

$B_{max}$ bei 189 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.5236	$\pm 0.1740$	$\pm 2.9396$
0.01 - 0.02	8.9174	$\pm 0.7246$	$\pm 0.4299$
0.02 - 0.03	15.0345	$\pm 0.8061$	$\pm 0.5574$
0.03 - 0.04	11.7348	$\pm 0.6810$	$\pm 0.2363$
0.04 - 0.05	10.7004	$\pm 0.6586$	$\pm 0.6144$
0.05 - 0.06	9.4402	$\pm 0.6371$	$\pm 0.7873$
0.06 - 0.07	7.6448	$\pm 0.5763$	$\pm 0.3418$
0.07 - 0.08	5.6399	$\pm 0.5043$	$\pm 0.1823$
0.08 - 0.10	3.9127	$\pm 0.2971$	$\pm 0.1844$
0.10 - 0.12	3.3718	$\pm 0.2935$	$\pm 0.1724$
0.12 - 0.14	2.1673	$\pm 0.2414$	$\pm 0.1835$
0.14 - 0.17	1.5259	$\pm 0.1687$	$\pm 0.0815$
0.17 - 0.20	0.9434	$\pm 0.1443$	$\pm 0.0260$
0.20 - 0.24	0.6020	$\pm 0.1098$	$\pm 0.0469$
0.24 - 0.28	0.2998	$\pm 0.0842$	$\pm 0.0217$
0.28 - 0.32	0.0103	$\pm 0.0108$	$\pm 0.0094$

$B_{max}$ bei 192 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.1663	$\pm 0.1836$	$\pm 2.8749$
0.01 - 0.02	9.6053	$\pm 1.9738$	$\pm 0.4712$
0.02 - 0.03	16.1447	$\pm 2.1596$	$\pm 0.4455$
0.03 - 0.04	14.3361	$\pm 1.9282$	$\pm 0.7865$
0.04 - 0.05	12.3603	$\pm 1.8645$	$\pm 0.8226$
0.05 - 0.06	8.7535	$\pm 1.5511$	$\pm 1.0876$
0.06 - 0.07	7.1930	$\pm 1.4339$	$\pm 1.0697$
0.07 - 0.08	3.8170	$\pm 1.0176$	$\pm 0.5734$
0.08 - 0.10	3.7534	$\pm 0.7393$	$\pm 0.4332$
0.10 - 0.12	3.7118	$\pm 0.7674$	$\pm 0.2965$
0.12 - 0.14	2.8212	$\pm 0.7147$	$\pm 0.3649$
0.14 - 0.17	1.0962	$\pm 0.3867$	$\pm 0.2179$
0.17 - 0.20	0.7307	$\pm 0.3579$	$\pm 0.3015$
0.20 - 0.24	0.3742	$\pm 0.2735$	$\pm 0.1320$

Abbildung C.21: Verteilungen von BMAX

$B_{max}$ bei 196 GeV				$B_{max}$ bei 200 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst		Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.7105	$\pm 0.3728$	$\pm 2.8690$	0.00 - 0.01	0.5900	$\pm 0.3464$	$\pm 4.3000$
0.01 - 0.02	11.4083	$\pm 1.2923$	$\pm 0.4901$	0.01 - 0.02	11.5256	$\pm 1.3485$	$\pm 0.7736$
0.02 - 0.03	15.3835	$\pm 1.2503$	$\pm 0.8029$	0.02 - 0.03	16.0549	$\pm 1.2709$	$\pm 0.9714$
0.03 - 0.04	12.3730	$\pm 1.0650$	$\pm 1.3483$	0.03 - 0.04	14.7121	$\pm 1.2283$	$\pm 0.6454$
0.04 - 0.05	8.8859	$\pm 0.9074$	$\pm 0.6208$	0.04 - 0.05	9.0598	$\pm 0.9315$	$\pm 0.7417$
0.05 - 0.06	8.6299	$\pm 0.9076$	$\pm 0.2907$	0.05 - 0.06	7.9023	$\pm 0.9045$	$\pm 0.7935$
0.06 - 0.07	7.3817	$\pm 0.8640$	$\pm 0.3029$	0.06 - 0.07	7.3706	$\pm 0.8771$	$\pm 0.3169$
0.07 - 0.08	4.8262	$\pm 0.7086$	$\pm 0.2103$	0.07 - 0.08	4.1231	$\pm 0.6316$	$\pm 0.2514$
0.08 - 0.10	4.8988	$\pm 0.5315$	$\pm 0.2391$	0.08 - 0.10	4.5672	$\pm 0.5201$	$\pm 0.3055$
0.10 - 0.12	2.9468	$\pm 0.4200$	$\pm 0.2733$	0.10 - 0.12	3.1571	$\pm 0.4308$	$\pm 0.1271$
0.12 - 0.14	2.1083	$\pm 0.3583$	$\pm 0.2915$	0.12 - 0.14	2.3988	$\pm 0.4071$	$\pm 0.1851$
0.14 - 0.17	1.6846	$\pm 0.2893$	$\pm 0.1397$	0.14 - 0.17	1.4948	$\pm 0.2782$	$\pm 0.1051$
0.17 - 0.20	0.9652	$\pm 0.2173$	$\pm 0.1645$	0.17 - 0.20	0.9320	$\pm 0.2578$	$\pm 0.1029$
0.20 - 0.24	0.6750	$\pm 0.2120$	$\pm 0.0895$	0.20 - 0.24	0.3478	$\pm 0.1917$	$\pm 0.0469$
0.24 - 0.28	0.1562	$\pm 0.1020$	$\pm 0.0275$	0.24 - 0.28	0.0956	$\pm 0.1209$	$\pm 0.0740$
				0.28 - 0.32	0.0057	$\pm 0.0122$	$\pm 0.0034$

$B_{max}$ bei 202 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.2394	$\pm 0.2561$	$\pm 4.7819$
0.01 - 0.02	11.4065	$\pm 1.8135$	$\pm 0.6265$
0.02 - 0.03	14.9477	$\pm 1.7388$	$\pm 1.6339$
0.03 - 0.04	11.5239	$\pm 1.4762$	$\pm 0.5589$
0.04 - 0.05	9.8622	$\pm 1.3367$	$\pm 0.6259$
0.05 - 0.06	7.1850	$\pm 1.2025$	$\pm 0.9181$
0.06 - 0.07	6.8903	$\pm 1.1517$	$\pm 0.2666$
0.07 - 0.08	5.5638	$\pm 1.0600$	$\pm 0.5057$
0.08 - 0.10	4.1570	$\pm 0.6781$	$\pm 0.2141$
0.10 - 0.12	3.2784	$\pm 0.6221$	$\pm 0.2814$
0.12 - 0.14	3.1709	$\pm 0.6309$	$\pm 0.2705$
0.14 - 0.17	1.6310	$\pm 0.3863$	$\pm 0.3668$
0.17 - 0.20	1.2538	$\pm 0.3565$	$\pm 0.2247$
0.20 - 0.24	0.4575	$\pm 0.2255$	$\pm 0.2694$
0.24 - 0.28	0.2108	$\pm 0.1665$	$\pm 0.0742$

Abbildung C.22: Verteilungen von BMAX

$B_{sum}$ bei 48 GeV				$B_{sum}$ bei 66 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst		Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.0000	$\pm 0.0000$	$\pm 0.0000$	0.00 - 0.01	0.0000	$\pm 0.0000$	$\pm 0.0000$
0.01 - 0.02	0.0000	$\pm 0.0000$	$\pm 0.0000$	0.01 - 0.02	0.0000	$\pm 0.0000$	$\pm 0.0000$
0.02 - 0.03	0.0000	$\pm 0.0000$	$\pm 0.0046$	0.02 - 0.03	0.0000	$\pm 0.0000$	$\pm 0.3807$
0.03 - 0.04	0.2477	$\pm 0.3643$	$\pm 0.6476$	0.03 - 0.04	0.5377	$\pm 0.2405$	$\pm 0.2144$
0.04 - 0.05	0.8831	$\pm 0.3962$	$\pm 0.3349$	0.04 - 0.05	4.2255	$\pm 0.8431$	$\pm 0.1561$
0.05 - 0.06	4.1300	$\pm 1.2948$	$\pm 1.1027$	0.05 - 0.06	5.4922	$\pm 0.8287$	$\pm 0.2301$
0.06 - 0.07	6.4892	$\pm 1.5340$	$\pm 0.4525$	0.06 - 0.07	9.4840	$\pm 1.1461$	$\pm 0.2761$
0.07 - 0.08	6.1627	$\pm 1.2897$	$\pm 0.2631$	0.07 - 0.08	12.6902	$\pm 1.4598$	$\pm 0.3005$
0.08 - 0.09	10.6449	$\pm 1.9488$	$\pm 0.7389$	0.08 - 0.09	9.4655	$\pm 1.1404$	$\pm 0.1958$
0.09 - 0.10	11.9161	$\pm 2.0930$	$\pm 0.3634$	0.09 - 0.10	7.9522	$\pm 1.0456$	$\pm 0.4000$
0.10 - 0.11	8.1470	$\pm 1.6167$	$\pm 0.3372$	0.10 - 0.11	6.4827	$\pm 0.9441$	$\pm 0.2891$
0.11 - 0.13	6.2735	$\pm 0.9221$	$\pm 0.4831$	0.11 - 0.13	5.8518	$\pm 0.6621$	$\pm 0.1597$
0.13 - 0.15	5.5443	$\pm 0.8483$	$\pm 0.2288$	0.13 - 0.15	4.1006	$\pm 0.5806$	$\pm 0.1711$
0.15 - 0.17	2.4293	$\pm 0.5727$	$\pm 0.2083$	0.15 - 0.17	2.1878	$\pm 0.4420$	$\pm 0.2260$
0.17 - 0.19	3.2156	$\pm 0.6245$	$\pm 0.2505$	0.17 - 0.19	2.7617	$\pm 0.5757$	$\pm 0.1963$
0.19 - 0.21	2.4125	$\pm 0.5249$	$\pm 0.1611$	0.19 - 0.21	2.1726	$\pm 0.4855$	$\pm 0.0929$
0.21 - 0.24	2.0048	$\pm 0.4868$	$\pm 0.1192$	0.21 - 0.24	1.3604	$\pm 0.3140$	$\pm 0.0927$
0.24 - 0.27	0.9277	$\pm 0.2783$	$\pm 0.0486$	0.24 - 0.27	0.9616	$\pm 0.2729$	$\pm 0.1219$
0.27 - 0.30	1.4690	$\pm 0.4848$	$\pm 0.1868$	0.27 - 0.30	0.2509	$\pm 0.1500$	$\pm 0.0649$
0.30 - 0.33	0.4557	$\pm 0.1713$	$\pm 0.0401$	0.30 - 0.33	0.1742	$\pm 0.1221$	$\pm 0.0463$

$B_{sum}$ bei 76 GeV				$B_{sum}$ bei 89 GeV 1995			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst		Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.0000	$\pm 0.0000$	$\pm 0.0158$	0.00 - 0.01	0.0038	$\pm 0.0033$	$\pm 0.0125$
0.01 - 0.02	0.0000	$\pm 0.0000$	$\pm 0.0770$	0.01 - 0.02	-0.0056	$\pm 0.0036$	$\pm 0.1050$
0.02 - 0.03	0.0191	$\pm 0.0327$	$\pm 0.1032$	0.02 - 0.03	0.2189	$\pm 0.0180$	$\pm 0.0916$
0.03 - 0.04	0.7883	$\pm 0.2282$	$\pm 0.2240$	0.03 - 0.04	2.1878	$\pm 0.0672$	$\pm 0.0877$
0.04 - 0.05	4.7997	$\pm 0.7116$	$\pm 0.3530$	0.04 - 0.05	6.1270	$\pm 0.1177$	$\pm 0.1373$
0.05 - 0.06	7.9755	$\pm 0.9760$	$\pm 0.4180$	0.05 - 0.06	9.6298	$\pm 0.1505$	$\pm 0.0291$
0.06 - 0.07	8.6192	$\pm 1.0082$	$\pm 0.3430$	0.06 - 0.07	11.0026	$\pm 0.1621$	$\pm 0.0902$
0.07 - 0.08	8.8689	$\pm 1.0732$	$\pm 0.6156$	0.07 - 0.08	10.2883	$\pm 0.1558$	$\pm 0.1015$
0.08 - 0.09	9.4990	$\pm 1.1505$	$\pm 0.2950$	0.08 - 0.09	8.6301	$\pm 0.1409$	$\pm 0.0730$
0.09 - 0.10	6.5241	$\pm 0.9883$	$\pm 0.4061$	0.09 - 0.10	7.1636	$\pm 0.1280$	$\pm 0.0443$
0.10 - 0.11	6.9170	$\pm 1.0117$	$\pm 0.1541$	0.10 - 0.11	5.9339	$\pm 0.1147$	$\pm 0.0332$
0.11 - 0.13	5.8708	$\pm 0.7130$	$\pm 0.2619$	0.11 - 0.13	4.9975	$\pm 0.0757$	$\pm 0.0390$
0.13 - 0.15	3.8514	$\pm 0.5817$	$\pm 0.4049$	0.13 - 0.15	3.5832	$\pm 0.0630$	$\pm 0.0354$
0.15 - 0.17	3.5686	$\pm 0.7049$	$\pm 0.5748$	0.15 - 0.17	2.7792	$\pm 0.0560$	$\pm 0.0380$
0.17 - 0.19	2.3954	$\pm 0.5084$	$\pm 0.1829$	0.17 - 0.19	2.1799	$\pm 0.0498$	$\pm 0.0146$
0.19 - 0.21	2.4460	$\pm 0.6246$	$\pm 0.1545$	0.19 - 0.21	1.6541	$\pm 0.0430$	$\pm 0.0122$
0.21 - 0.24	2.4399	$\pm 0.5243$	$\pm 0.1248$	0.21 - 0.24	1.1991	$\pm 0.0297$	$\pm 0.0146$
0.24 - 0.27	0.8154	$\pm 0.2729$	$\pm 0.0672$	0.24 - 0.27	0.7791	$\pm 0.0237$	$\pm 0.0135$
0.27 - 0.30	0.3703	$\pm 0.2312$	$\pm 0.0428$	0.27 - 0.30	0.4756	$\pm 0.0181$	$\pm 0.0137$
				0.30 - 0.33	0.2184	$\pm 0.0117$	$\pm 0.0067$
				0.33 - 0.36	0.0514	$\pm 0.0054$	$\pm 0.0040$

Abbildung C.23: Verteilungen von BSUM

$B_{sum}$ bei 91.2 GeV 1994			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.0003	$\pm 0.0001$	$\pm 0.0009$
0.01 - 0.02	0.0044	$\pm 0.0010$	$\pm 0.0270$
0.02 - 0.03	0.2472	$\pm 0.0046$	$\pm 0.0302$
0.03 - 0.04	2.1306	$\pm 0.0153$	$\pm 0.0867$
0.04 - 0.05	6.2247	$\pm 0.0281$	$\pm 0.0583$
0.05 - 0.06	9.4853	$\pm 0.0354$	$\pm 0.0105$
0.06 - 0.07	10.9213	$\pm 0.0384$	$\pm 0.0595$
0.07 - 0.08	9.9969	$\pm 0.0364$	$\pm 0.0422$
0.08 - 0.09	8.4723	$\pm 0.0333$	$\pm 0.0323$
0.09 - 0.10	7.1524	$\pm 0.0305$	$\pm 0.0210$
0.10 - 0.11	6.0729	$\pm 0.0281$	$\pm 0.0203$
0.11 - 0.13	4.9057	$\pm 0.0179$	$\pm 0.0172$
0.13 - 0.15	3.7350	$\pm 0.0157$	$\pm 0.0132$
0.15 - 0.17	2.8269	$\pm 0.0136$	$\pm 0.0080$
0.17 - 0.19	2.2023	$\pm 0.0120$	$\pm 0.0073$
0.19 - 0.21	1.6896	$\pm 0.0104$	$\pm 0.0057$
0.21 - 0.24	1.2225	$\pm 0.0072$	$\pm 0.0041$
0.24 - 0.27	0.8068	$\pm 0.0058$	$\pm 0.0054$
0.27 - 0.30	0.4735	$\pm 0.0043$	$\pm 0.0072$
0.30 - 0.33	0.2146	$\pm 0.0028$	$\pm 0.0069$
0.33 - 0.36	0.0524	$\pm 0.0013$	$\pm 0.0032$

$B_{sum}$ bei 93 GeV 1995			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.0004	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0011$
0.01 - 0.02	-0.0016	$\pm 0.0034$	$\pm 0.0975$
0.02 - 0.03	0.2739	$\pm 0.0181$	$\pm 0.0633$
0.03 - 0.04	2.4426	$\pm 0.0614$	$\pm 0.0666$
0.04 - 0.05	6.6962	$\pm 0.1061$	$\pm 0.0671$
0.05 - 0.06	10.0922	$\pm 0.1306$	$\pm 0.0556$
0.06 - 0.07	11.1346	$\pm 0.1365$	$\pm 0.0744$
0.07 - 0.08	9.9363	$\pm 0.1272$	$\pm 0.0985$
0.08 - 0.09	8.3633	$\pm 0.1151$	$\pm 0.0787$
0.09 - 0.10	6.9904	$\pm 0.1045$	$\pm 0.0284$
0.10 - 0.11	5.9641	$\pm 0.0965$	$\pm 0.0339$
0.11 - 0.13	4.7984	$\pm 0.0613$	$\pm 0.0259$
0.13 - 0.15	3.5932	$\pm 0.0529$	$\pm 0.0348$
0.15 - 0.17	2.8091	$\pm 0.0471$	$\pm 0.0167$
0.17 - 0.19	2.1458	$\pm 0.0412$	$\pm 0.0114$
0.19 - 0.21	1.6295	$\pm 0.0356$	$\pm 0.0090$
0.21 - 0.24	1.1885	$\pm 0.0248$	$\pm 0.0125$
0.24 - 0.27	0.7475	$\pm 0.0192$	$\pm 0.0096$
0.27 - 0.30	0.4528	$\pm 0.0146$	$\pm 0.0070$
0.30 - 0.33	0.2221	$\pm 0.0101$	$\pm 0.0079$
0.33 - 0.36	0.0541	$\pm 0.0049$	$\pm 0.0035$

$B_{sum}$ bei 133 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.0000	$\pm 0.0000$	$\pm 1.4987$
0.01 - 0.02	0.1659	$\pm 0.1477$	$\pm 0.4253$
0.02 - 0.03	0.8877	$\pm 0.3381$	$\pm 0.8962$
0.03 - 0.04	8.3476	$\pm 1.1929$	$\pm 8.3505$
0.04 - 0.05	11.2901	$\pm 1.3818$	$\pm 11.3177$
0.05 - 0.06	11.3881	$\pm 1.3207$	$\pm 11.3940$
0.06 - 0.07	8.3464	$\pm 1.0905$	$\pm 8.3586$
0.07 - 0.08	9.5128	$\pm 1.1749$	$\pm 9.5236$
0.08 - 0.09	5.4984	$\pm 0.8432$	$\pm 5.5013$
0.09 - 0.10	6.1092	$\pm 0.9079$	$\pm 6.1313$
0.10 - 0.11	3.7675	$\pm 0.6992$	$\pm 3.7699$
0.11 - 0.13	4.1776	$\pm 0.5234$	$\pm 4.1802$
0.13 - 0.15	3.4078	$\pm 0.4882$	$\pm 3.4174$
0.15 - 0.17	2.8386	$\pm 0.4388$	$\pm 2.8481$
0.17 - 0.19	1.4923	$\pm 0.2965$	$\pm 1.4952$
0.19 - 0.21	1.7085	$\pm 0.3309$	$\pm 1.7118$
0.21 - 0.24	0.9043	$\pm 0.1850$	$\pm 0.9063$
0.24 - 0.27	0.5290	$\pm 0.1351$	$\pm 0.5301$
0.27 - 0.30	0.8807	$\pm 0.1977$	$\pm 0.8812$
0.30 - 0.33	0.1545	$\pm 0.0709$	$\pm 0.1548$

$B_{sum}$ bei 163 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.4529	$\pm 0.4529$	$\pm 2.1257$
0.01 - 0.02	0.1928	$\pm 0.2140$	$\pm 0.6299$
0.02 - 0.03	2.3977	$\pm 0.9868$	$\pm 0.3163$
0.03 - 0.04	5.2525	$\pm 1.4354$	$\pm 0.4295$
0.04 - 0.05	14.8326	$\pm 2.5059$	$\pm 0.7485$
0.05 - 0.06	12.3091	$\pm 2.0380$	$\pm 0.7106$
0.06 - 0.07	7.8545	$\pm 1.5768$	$\pm 0.4458$
0.07 - 0.08	9.4044	$\pm 1.7882$	$\pm 1.0408$
0.08 - 0.09	5.8464	$\pm 1.4505$	$\pm 0.8496$
0.09 - 0.10	4.3275	$\pm 1.2345$	$\pm 0.3463$
0.10 - 0.11	4.5083	$\pm 1.2783$	$\pm 0.1144$
0.11 - 0.13	3.8542	$\pm 0.9262$	$\pm 0.3983$
0.13 - 0.15	4.6974	$\pm 1.0714$	$\pm 0.6198$
0.15 - 0.17	2.3608	$\pm 0.6945$	$\pm 0.3742$
0.17 - 0.19	1.7205	$\pm 0.6020$	$\pm 0.2651$
0.19 - 0.21	2.2287	$\pm 0.8306$	$\pm 0.5472$
0.21 - 0.24	0.4035	$\pm 0.2601$	$\pm 0.0603$

Abbildung C.24: Verteilungen von BSUM

128 ANHANG C. TABELLEN ZU MITTELWERTEN UND EREIGNISFORMVARIABLEN

$B_{sum}$ bei 172 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.0000	$\pm 0.0000$	$\pm 1.7831$
0.01 - 0.02	0.5153	$\pm 0.4771$	$\pm 0.8605$
0.02 - 0.03	5.2611	$\pm 1.8315$	$\pm 1.4053$
0.03 - 0.04	10.8664	$\pm 2.4487$	$\pm 0.4719$
0.04 - 0.05	10.7007	$\pm 2.3415$	$\pm 0.8356$
0.05 - 0.06	7.5763	$\pm 1.7666$	$\pm 0.7398$
0.06 - 0.07	12.2191	$\pm 2.3467$	$\pm 0.9370$
0.07 - 0.08	7.5743	$\pm 1.9718$	$\pm 0.9865$
0.08 - 0.09	6.5509	$\pm 1.7287$	$\pm 0.5860$
0.09 - 0.10	3.2952	$\pm 1.2238$	$\pm 0.1908$
0.10 - 0.11	2.9589	$\pm 1.2064$	$\pm 1.3250$
0.11 - 0.13	4.2416	$\pm 1.0873$	$\pm 0.3574$
0.13 - 0.15	2.9308	$\pm 0.8715$	$\pm 0.3272$
0.15 - 0.17	1.9805	$\pm 0.8176$	$\pm 0.3672$
0.17 - 0.19	1.0838	$\pm 0.6397$	$\pm 0.2909$
0.19 - 0.21	1.8434	$\pm 0.8272$	$\pm 0.3707$
0.21 - 0.24	1.0492	$\pm 0.4755$	$\pm 0.2336$
0.24 - 0.27	0.8499	$\pm 0.5131$	$\pm 0.2972$
0.27 - 0.30	0.8410	$\pm 0.5074$	$\pm 0.1853$
0.30 - 0.33	0.1313	$\pm 0.3283$	$\pm 0.1944$

$B_{sum}$ bei 182 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.4210	$\pm 0.2431$	$\pm 2.1723$
0.01 - 0.02	0.6602	$\pm 0.2664$	$\pm 0.6065$
0.02 - 0.03	6.1672	$\pm 0.9553$	$\pm 0.5543$
0.03 - 0.04	10.1540	$\pm 1.1267$	$\pm 0.3825$
0.04 - 0.05	10.2496	$\pm 1.0360$	$\pm 0.1758$
0.05 - 0.06	10.5745	$\pm 1.0288$	$\pm 0.4820$
0.06 - 0.07	7.7013	$\pm 0.8542$	$\pm 0.2884$
0.07 - 0.08	6.9042	$\pm 0.8157$	$\pm 0.3385$
0.08 - 0.09	6.6380	$\pm 0.8086$	$\pm 0.2490$
0.09 - 0.10	5.3837	$\pm 0.7507$	$\pm 0.3639$
0.10 - 0.11	5.9174	$\pm 0.7721$	$\pm 0.4343$
0.11 - 0.13	3.5714	$\pm 0.4451$	$\pm 0.2098$
0.13 - 0.15	2.7350	$\pm 0.4070$	$\pm 0.1473$
0.15 - 0.17	2.3356	$\pm 0.3890$	$\pm 0.1657$
0.17 - 0.19	2.0072	$\pm 0.3684$	$\pm 0.0696$
0.19 - 0.21	1.0235	$\pm 0.2861$	$\pm 0.1039$
0.21 - 0.24	1.0633	$\pm 0.2735$	$\pm 0.1767$
0.24 - 0.27	0.5955	$\pm 0.2596$	$\pm 0.0767$
0.27 - 0.30	0.2449	$\pm 0.2103$	$\pm 0.0881$
0.30 - 0.33	0.0194	$\pm 0.1385$	$\pm 0.0536$

$B_{sum}$ bei 189 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.1717	$\pm 0.0969$	$\pm 4.1226$
0.01 - 0.02	0.6579	$\pm 0.1688$	$\pm 0.7663$
0.02 - 0.03	5.1593	$\pm 0.5530$	$\pm 0.1621$
0.03 - 0.04	9.0080	$\pm 0.6719$	$\pm 0.1913$
0.04 - 0.05	10.5892	$\pm 0.6644$	$\pm 0.5126$
0.05 - 0.06	10.0769	$\pm 0.6407$	$\pm 0.3194$
0.06 - 0.07	8.2525	$\pm 0.5665$	$\pm 0.5524$
0.07 - 0.08	7.6327	$\pm 0.5536$	$\pm 0.3255$
0.08 - 0.09	6.6066	$\pm 0.5072$	$\pm 0.4486$
0.09 - 0.10	5.1755	$\pm 0.4503$	$\pm 0.1790$
0.10 - 0.11	5.4122	$\pm 0.4896$	$\pm 0.2188$
0.11 - 0.13	3.9341	$\pm 0.2948$	$\pm 0.1850$
0.13 - 0.15	2.7738	$\pm 0.2583$	$\pm 0.1114$
0.15 - 0.17	1.9576	$\pm 0.2259$	$\pm 0.2650$
0.17 - 0.19	1.6125	$\pm 0.2162$	$\pm 0.1414$
0.19 - 0.21	1.4465	$\pm 0.2187$	$\pm 0.0529$
0.21 - 0.24	0.9186	$\pm 0.1515$	$\pm 0.0956$
0.24 - 0.27	0.6890	$\pm 0.1640$	$\pm 0.0476$
0.27 - 0.30	0.7060	$\pm 0.1926$	$\pm 0.0782$
0.30 - 0.33	0.2363	$\pm 0.1279$	$\pm 0.0460$

$B_{sum}$ bei 192 GeV			
	Wert	$\pm$ Stat	$\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.3575	$\pm 0.3575$	$\pm 5.5432$
0.01 - 0.02	0.3195	$\pm 0.2953$	$\pm 0.3791$
0.02 - 0.03	6.1660	$\pm 1.5615$	$\pm 0.6542$
0.03 - 0.04	11.3985	$\pm 2.0341$	$\pm 1.2651$
0.04 - 0.05	11.1187	$\pm 1.7397$	$\pm 0.9938$
0.05 - 0.06	9.5277	$\pm 1.5389$	$\pm 0.6638$
0.06 - 0.07	10.6651	$\pm 1.7118$	$\pm 0.8808$
0.07 - 0.08	6.4586	$\pm 1.2939$	$\pm 0.6277$
0.08 - 0.09	7.5899	$\pm 1.4202$	$\pm 0.4441$
0.09 - 0.10	6.2702	$\pm 1.2708$	$\pm 0.6991$
0.10 - 0.11	2.4794	$\pm 0.7574$	$\pm 0.4475$
0.11 - 0.13	4.0028	$\pm 0.7700$	$\pm 0.3216$
0.13 - 0.15	2.7868	$\pm 0.6317$	$\pm 0.1881$
0.15 - 0.17	2.4353	$\pm 0.6570$	$\pm 0.3708$
0.17 - 0.19	1.1181	$\pm 0.5227$	$\pm 0.2209$
0.19 - 0.21	0.7324	$\pm 0.4556$	$\pm 0.3627$
0.21 - 0.24	1.3964	$\pm 0.5165$	$\pm 0.2789$
0.24 - 0.27	0.2340	$\pm 0.4049$	$\pm 0.3108$

Abbildung C.25: Verteilungen von BSUM

$B_{sum}$ bei 196 GeV		$B_{sum}$ bei 200 GeV	
	Wert $\pm$ Stat $\pm$ Syst		Wert $\pm$ Stat $\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.4698 $\pm$ 0.2438 $\pm$ 3.8554	0.00 - 0.01	0.2264 $\pm$ 0.1729 $\pm$ 4.1836
0.01 - 0.02	0.9038 $\pm$ 0.3612 $\pm$ 0.6616	0.01 - 0.02	0.8547 $\pm$ 0.3737 $\pm$ 1.2915
0.02 - 0.03	5.5670 $\pm$ 0.8853 $\pm$ 0.3097	0.02 - 0.03	5.2603 $\pm$ 0.8858 $\pm$ 0.4277
0.03 - 0.04	12.2822 $\pm$ 1.2534 $\pm$ 0.3048	0.03 - 0.04	13.8208 $\pm$ 1.3625 $\pm$ 0.4071
0.04 - 0.05	10.7320 $\pm$ 1.0309 $\pm$ 1.3407	0.04 - 0.05	11.4154 $\pm$ 1.0641 $\pm$ 1.1480
0.05 - 0.06	9.2527 $\pm$ 0.9284 $\pm$ 0.8308	0.05 - 0.06	10.4653 $\pm$ 1.0301 $\pm$ 0.8923
0.06 - 0.07	8.4264 $\pm$ 0.8769 $\pm$ 0.6904	0.06 - 0.07	8.2322 $\pm$ 0.8876 $\pm$ 0.6718
0.07 - 0.08	5.1981 $\pm$ 0.6581 $\pm$ 0.2080	0.07 - 0.08	6.9275 $\pm$ 0.8023 $\pm$ 0.6621
0.08 - 0.09	7.0353 $\pm$ 0.8069 $\pm$ 0.3830	0.08 - 0.09	4.9991 $\pm$ 0.6872 $\pm$ 0.1943
0.09 - 0.10	5.5742 $\pm$ 0.7500 $\pm$ 0.3238	0.09 - 0.10	4.4591 $\pm$ 0.6337 $\pm$ 0.2584
0.10 - 0.11	4.5233 $\pm$ 0.6592 $\pm$ 0.1819	0.10 - 0.11	4.5860 $\pm$ 0.7051 $\pm$ 0.2168
0.11 - 0.13	3.9589 $\pm$ 0.4580 $\pm$ 0.2281	0.11 - 0.13	4.1451 $\pm$ 0.4678 $\pm$ 0.3594
0.13 - 0.15	2.2814 $\pm$ 0.3546 $\pm$ 0.1040	0.13 - 0.15	2.5633 $\pm$ 0.3825 $\pm$ 0.1926
0.15 - 0.17	2.3006 $\pm$ 0.3788 $\pm$ 0.2110	0.15 - 0.17	2.5199 $\pm$ 0.4130 $\pm$ 0.2157
0.17 - 0.19	2.2252 $\pm$ 0.4056 $\pm$ 0.4147	0.17 - 0.19	1.7541 $\pm$ 0.3834 $\pm$ 0.1112
0.19 - 0.21	1.2474 $\pm$ 0.3309 $\pm$ 0.2052	0.19 - 0.21	1.2738 $\pm$ 0.3352 $\pm$ 0.1536
0.21 - 0.24	1.0980 $\pm$ 0.2546 $\pm$ 0.1432	0.21 - 0.24	0.7934 $\pm$ 0.2758 $\pm$ 0.3525
0.24 - 0.27	0.6096 $\pm$ 0.2926 $\pm$ 0.1498	0.24 - 0.27	0.4688 $\pm$ 0.2755 $\pm$ 0.2245
0.27 - 0.30	0.4935 $\pm$ 0.2499 $\pm$ 0.0988	0.27 - 0.30	0.1764 $\pm$ 0.2536 $\pm$ 0.2047
0.30 - 0.33	0.0901 $\pm$ 0.1940 $\pm$ 0.1092		

$B_{sum}$ bei 202 GeV	
	Wert $\pm$ Stat $\pm$ Syst
0.00 - 0.01	0.0000 $\pm$ 0.0000 $\pm$ 4.4122
0.01 - 0.02	0.7976 $\pm$ 0.4528 $\pm$ 1.2462
0.02 - 0.03	6.2331 $\pm$ 1.3370 $\pm$ 0.6985
0.03 - 0.04	13.9503 $\pm$ 1.9173 $\pm$ 1.5313
0.04 - 0.05	8.4332 $\pm$ 1.2416 $\pm$ 0.7569
0.05 - 0.06	7.7197 $\pm$ 1.1878 $\pm$ 0.6021
0.06 - 0.07	8.9477 $\pm$ 1.2909 $\pm$ 0.6987
0.07 - 0.08	6.1326 $\pm$ 1.0623 $\pm$ 0.3415
0.08 - 0.09	4.9659 $\pm$ 0.9215 $\pm$ 0.9529
0.09 - 0.10	6.5542 $\pm$ 1.1423 $\pm$ 0.4284
0.10 - 0.11	5.1165 $\pm$ 1.0604 $\pm$ 0.4994
0.11 - 0.13	3.2650 $\pm$ 0.5451 $\pm$ 0.1126
0.13 - 0.15	3.1269 $\pm$ 0.6046 $\pm$ 0.2174
0.15 - 0.17	3.4466 $\pm$ 0.6803 $\pm$ 0.3156
0.17 - 0.19	1.4490 $\pm$ 0.4784 $\pm$ 0.3453
0.19 - 0.21	1.3350 $\pm$ 0.4185 $\pm$ 0.3443
0.21 - 0.24	0.9887 $\pm$ 0.3238 $\pm$ 0.2113
0.24 - 0.27	1.3238 $\pm$ 0.5042 $\pm$ 0.4462

Abbildung C.26: Verteilungen von BSUM

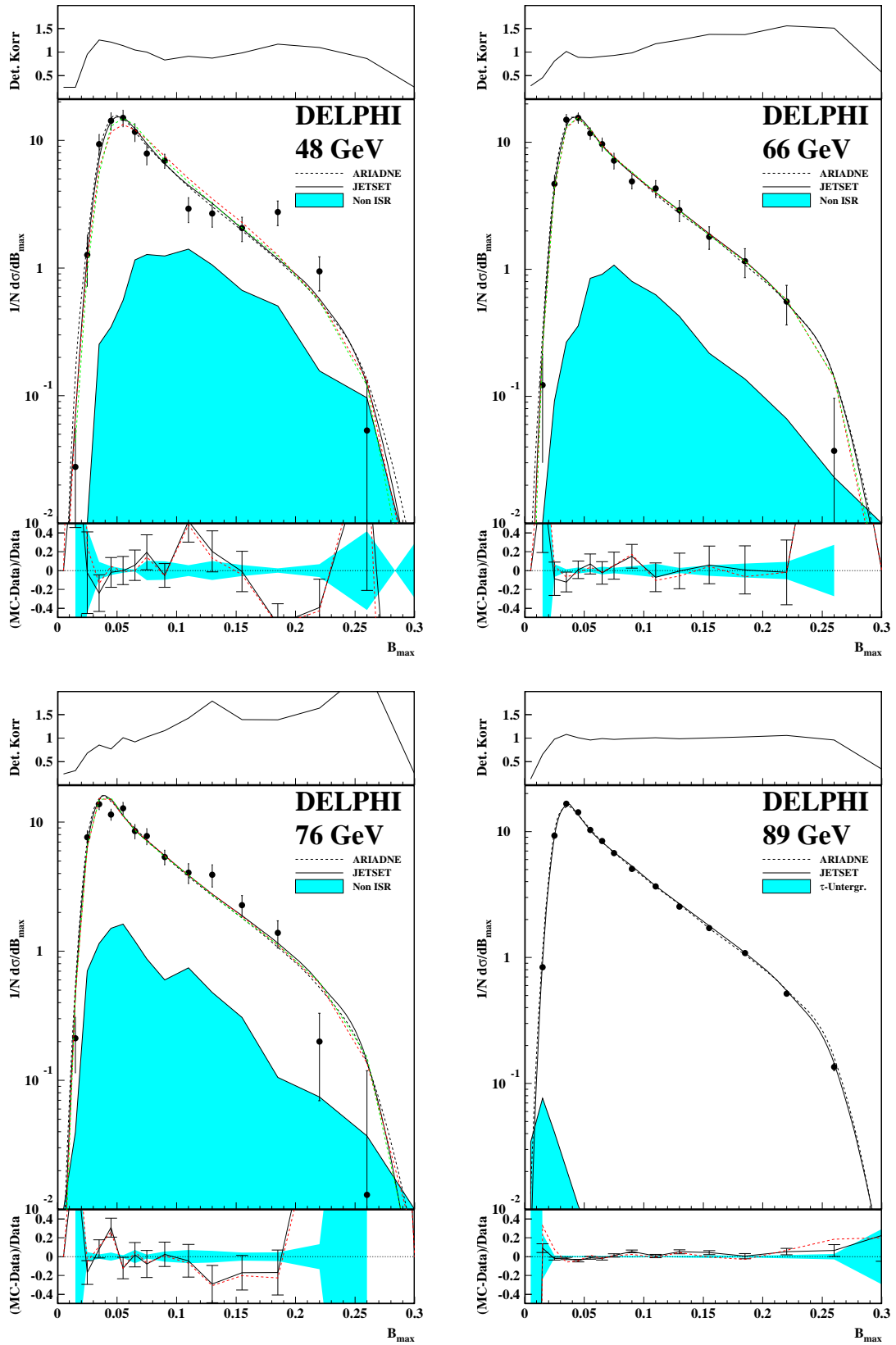


Abbildung C.27:



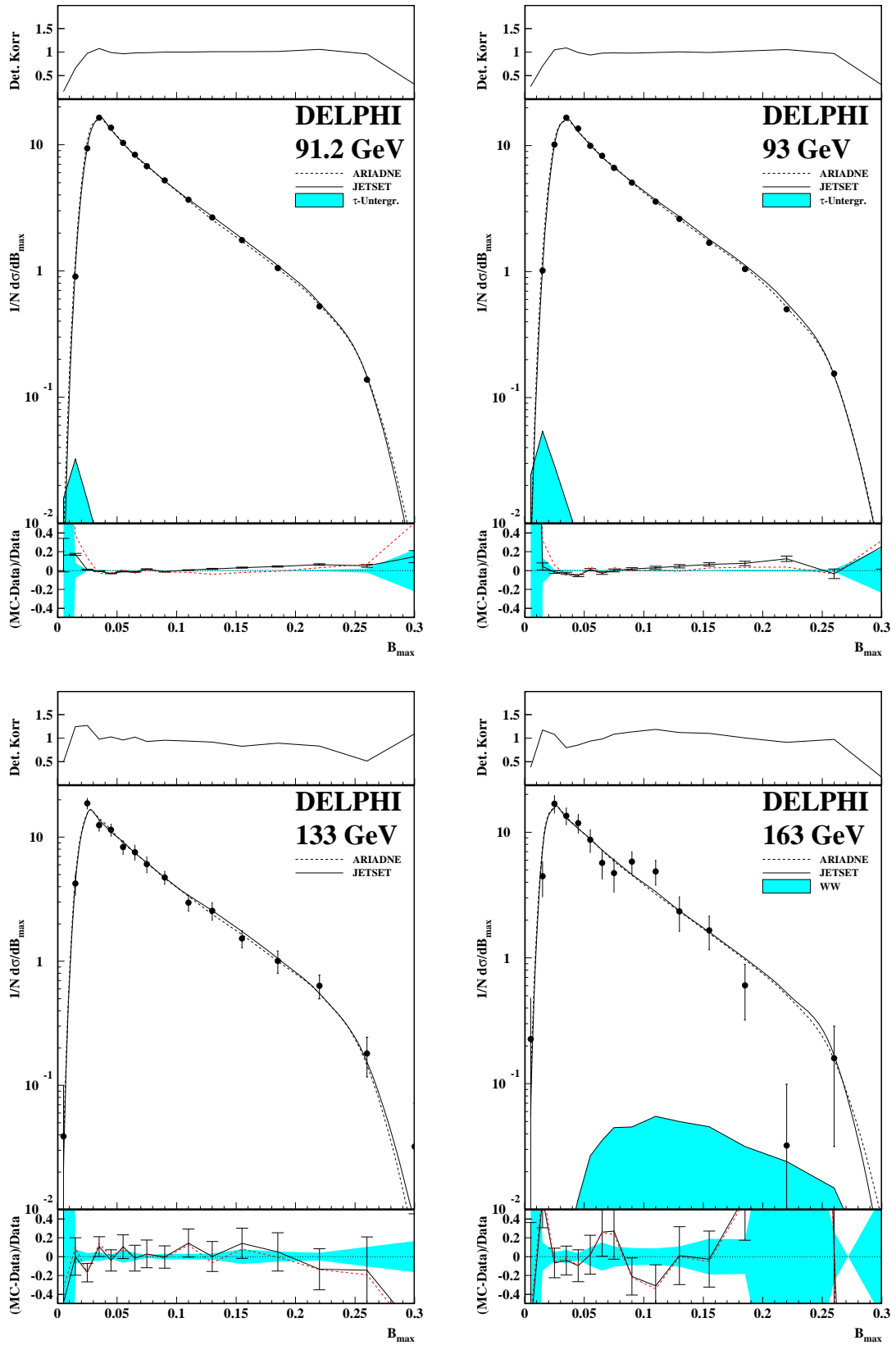


Abbildung C.28:

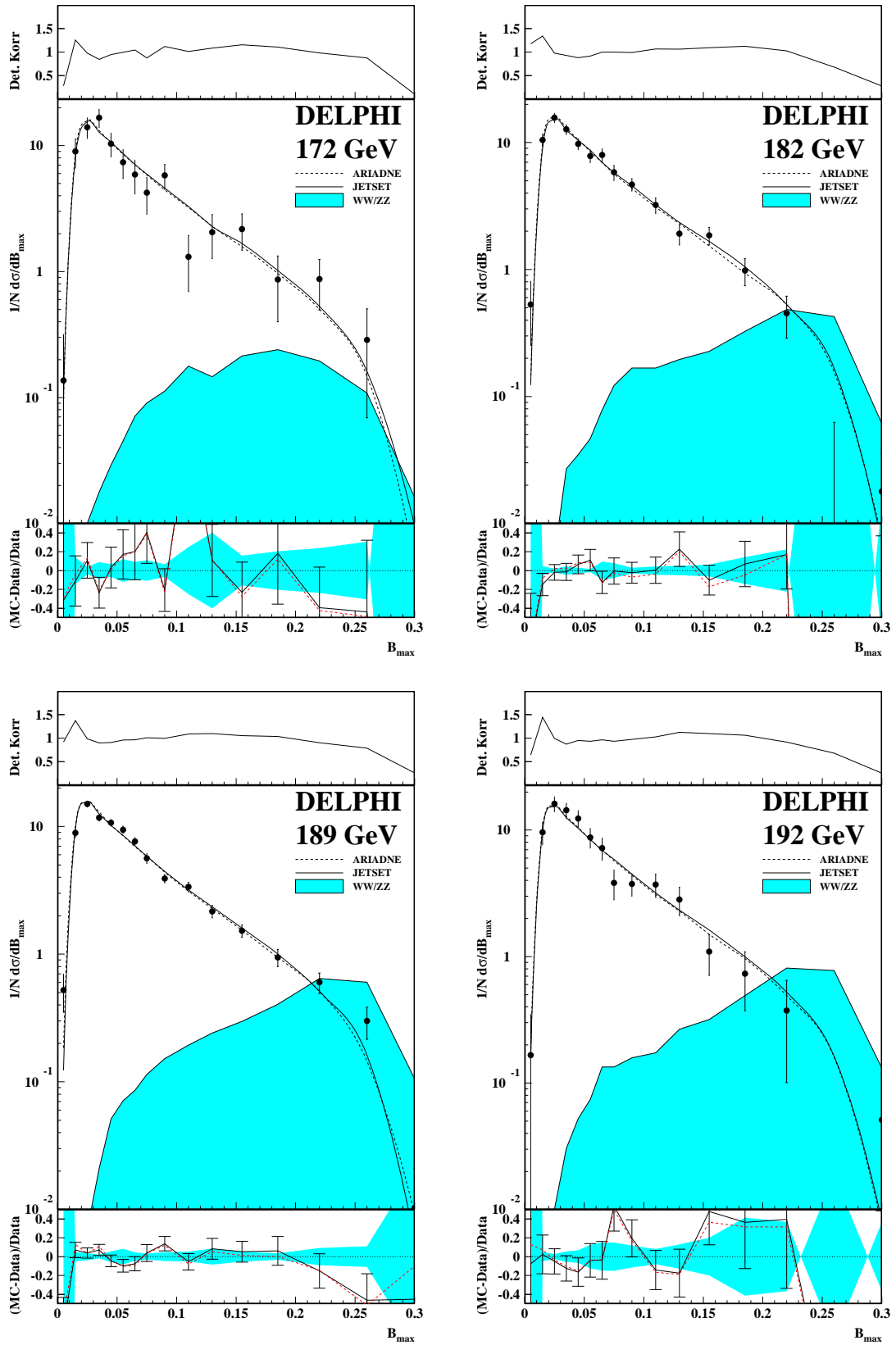


Abbildung C.29:

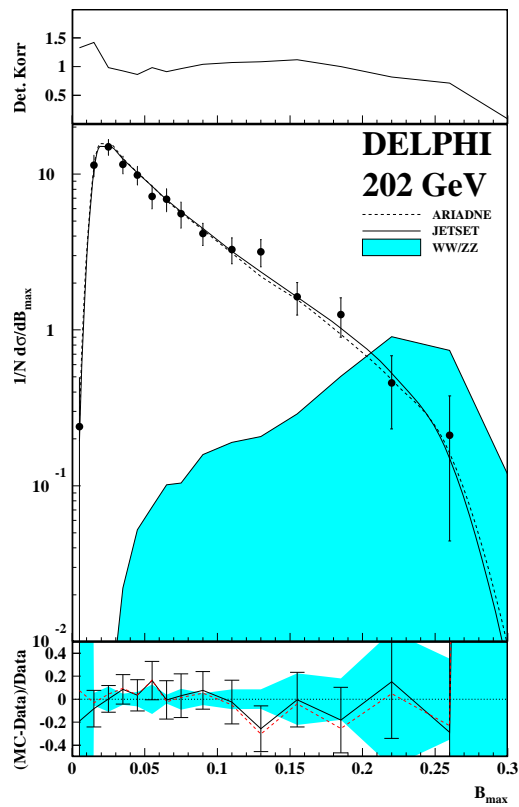
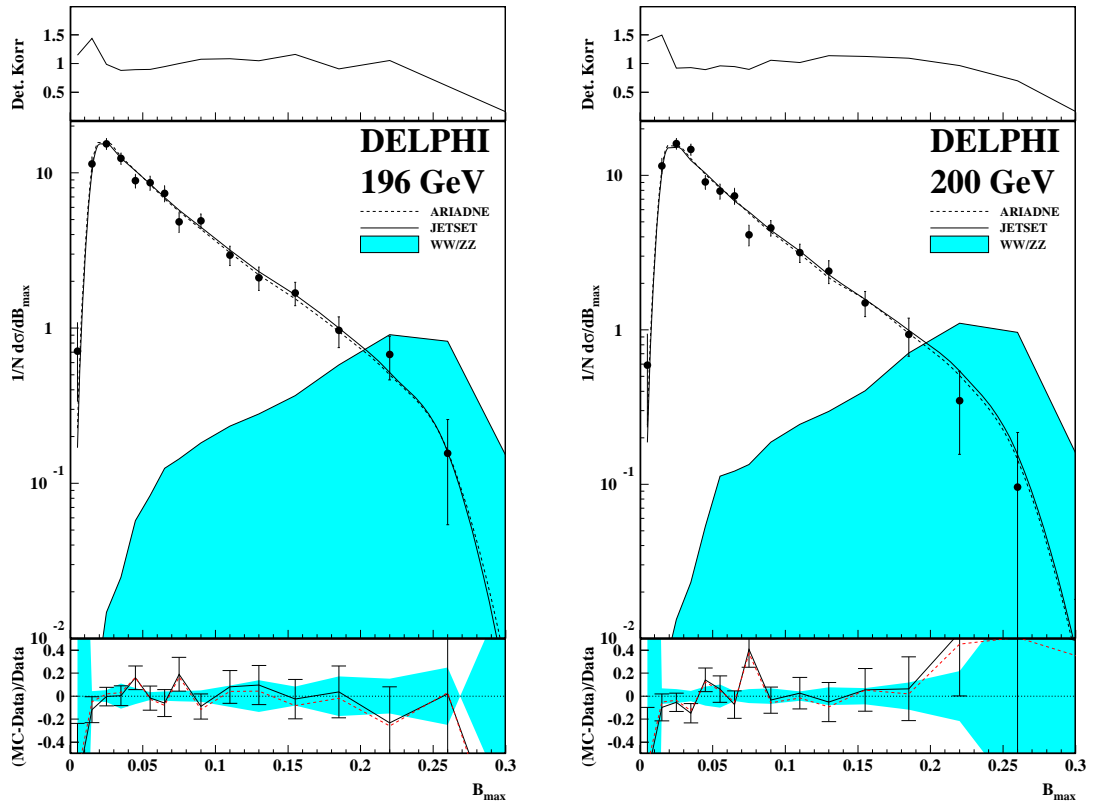


Abbildung C.30:

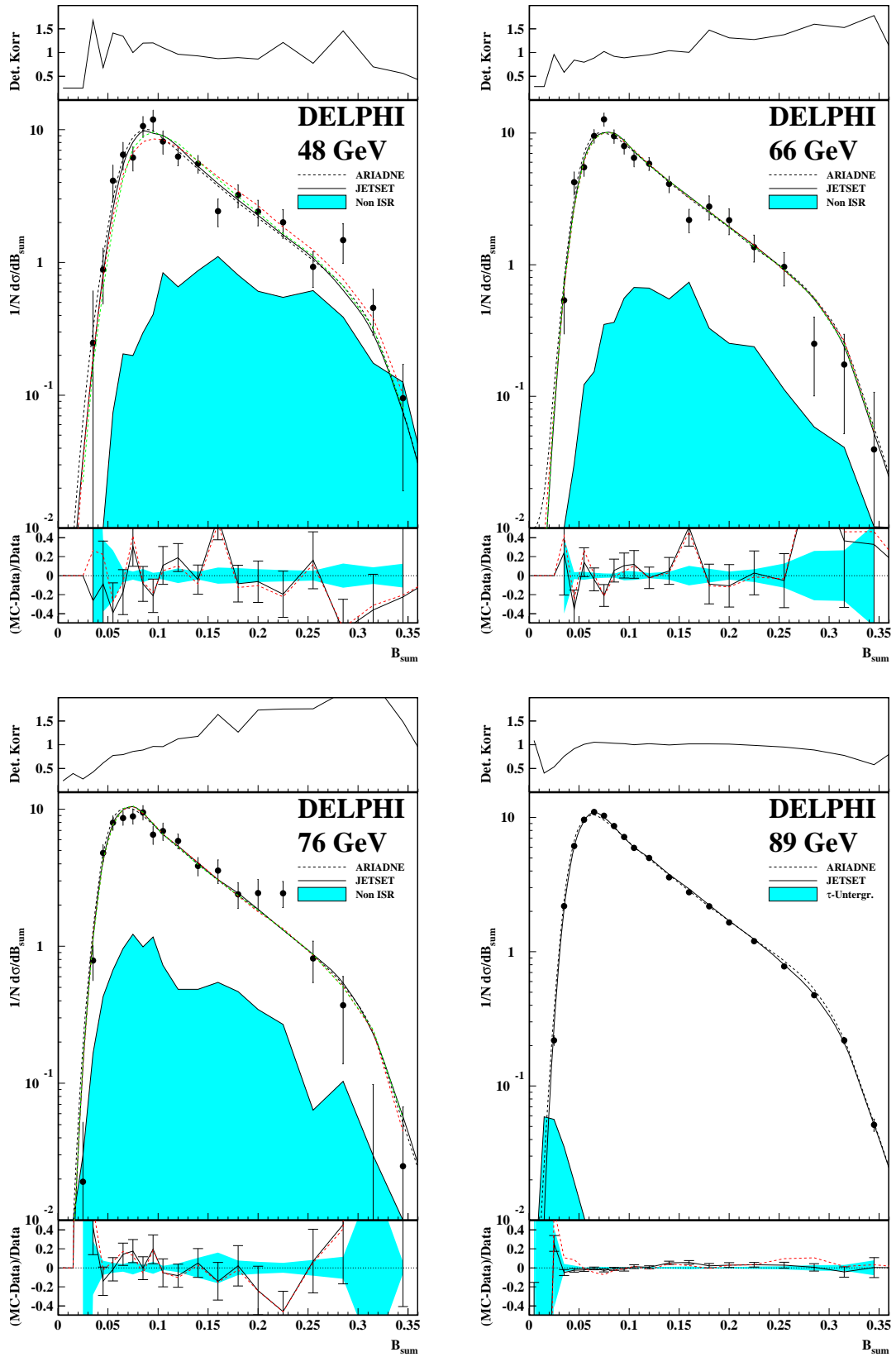


Abbildung C.31:

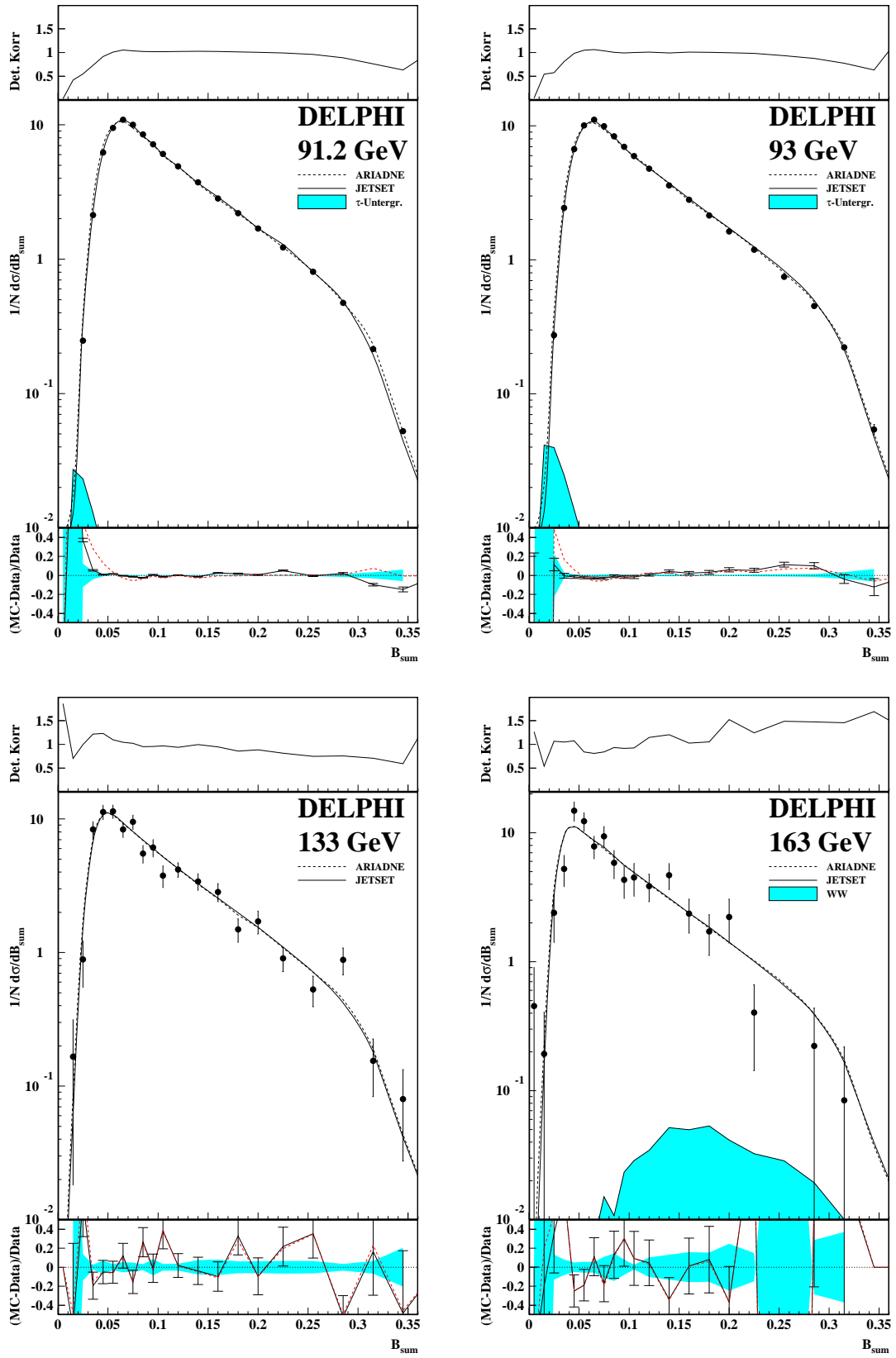


Abbildung C.32:

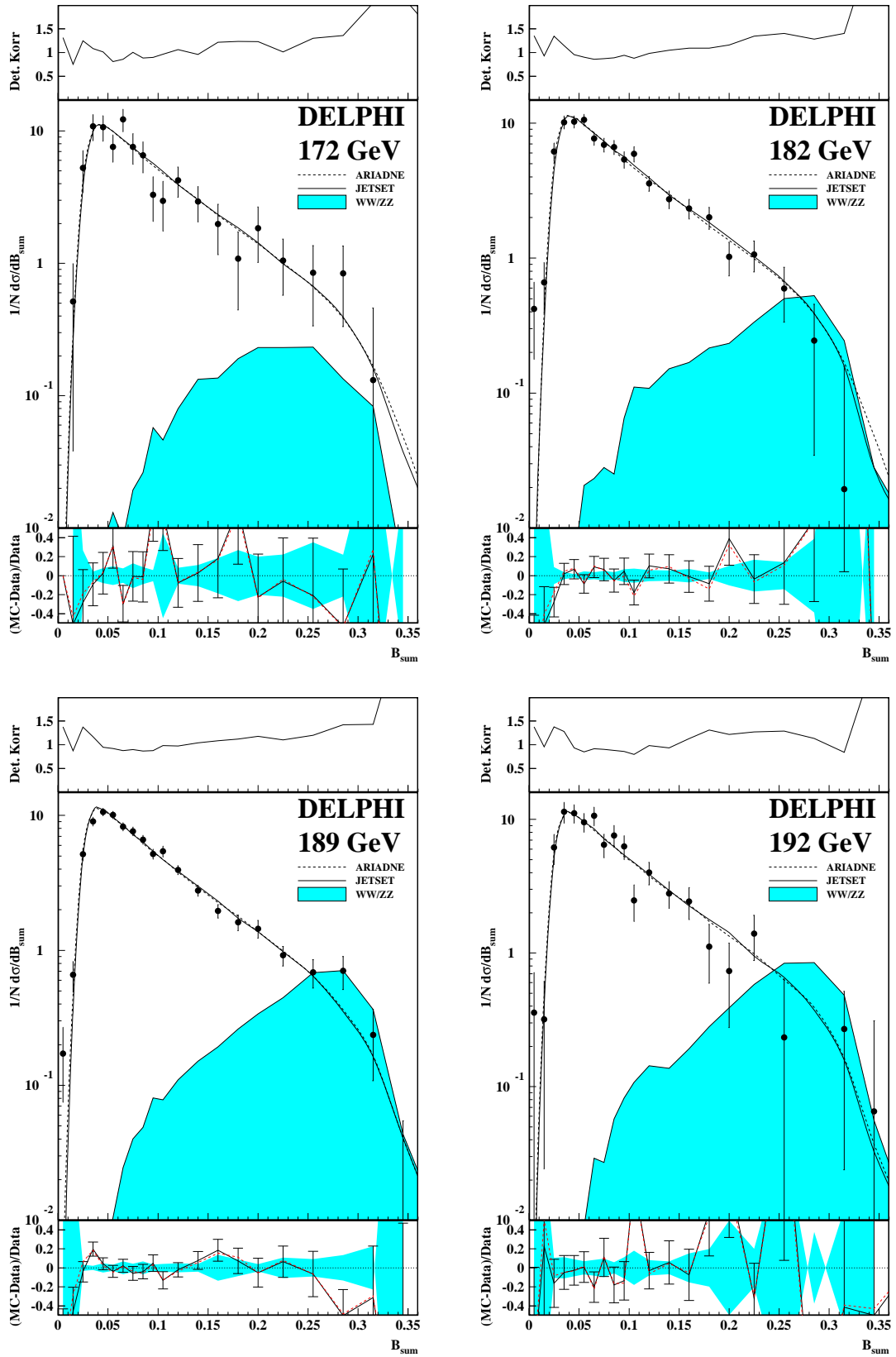


Abbildung C.33:

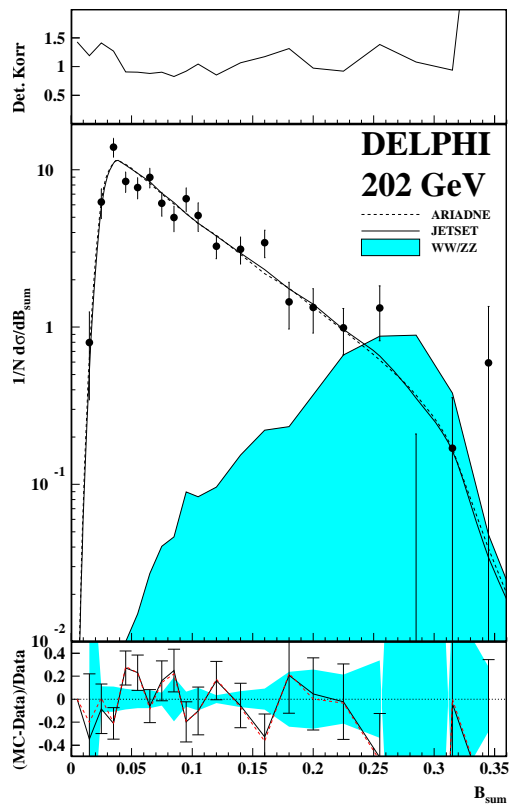
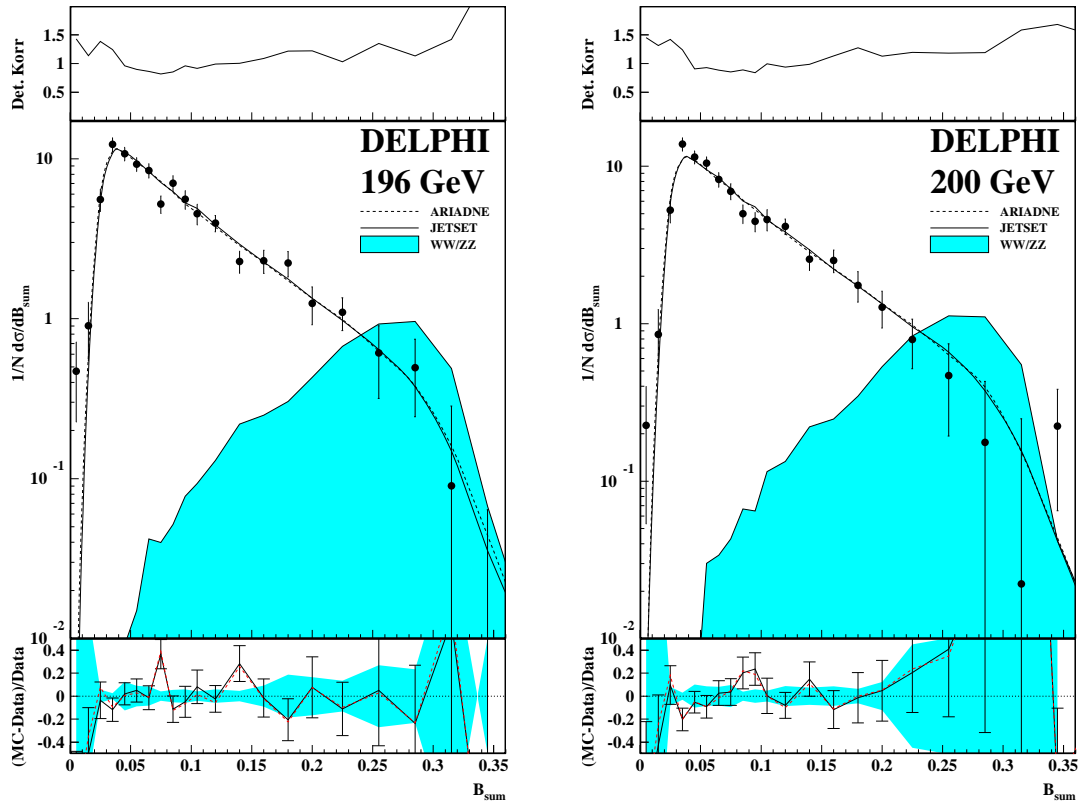


Abbildung C.34:

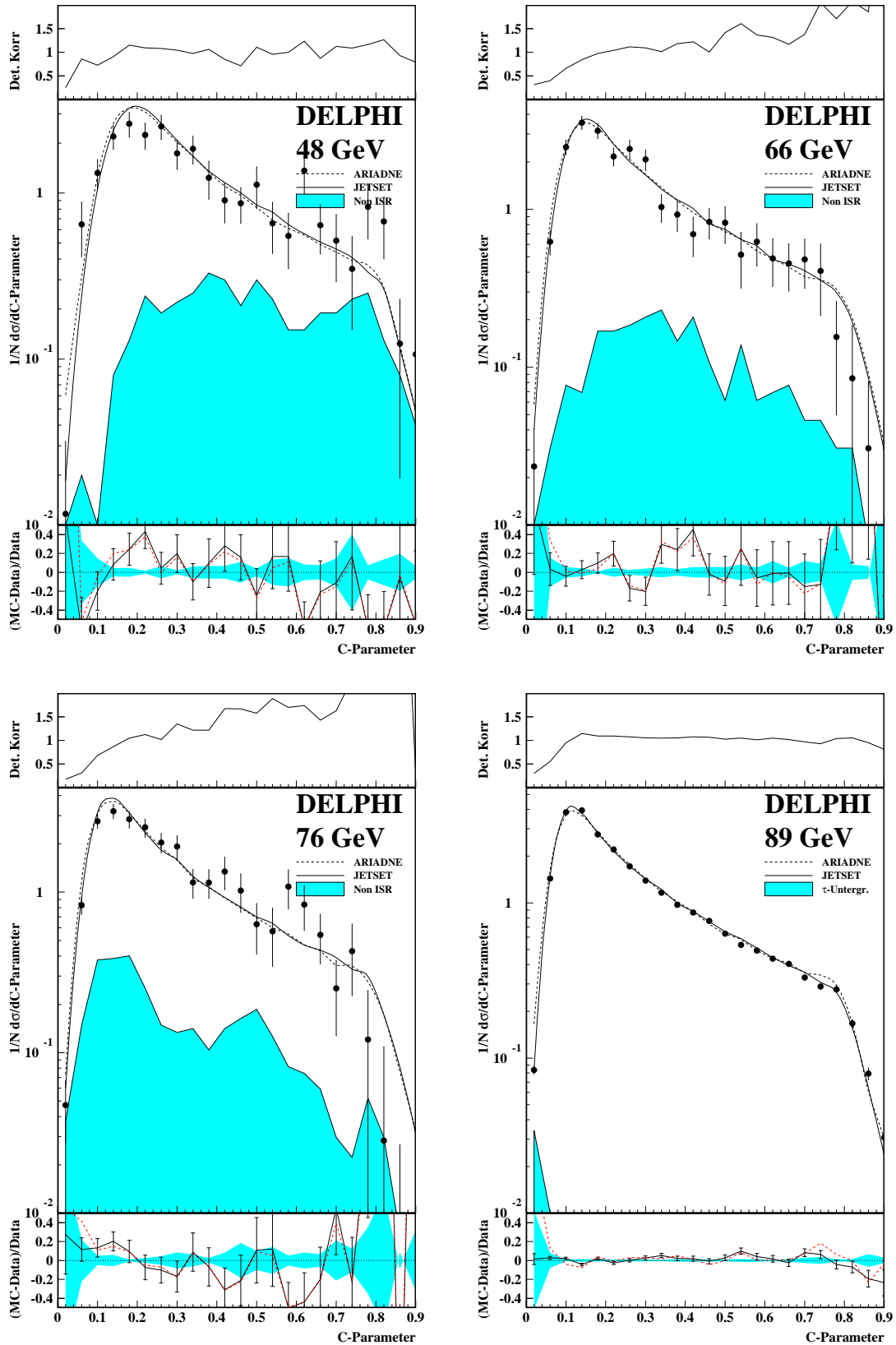


Abbildung C.35:



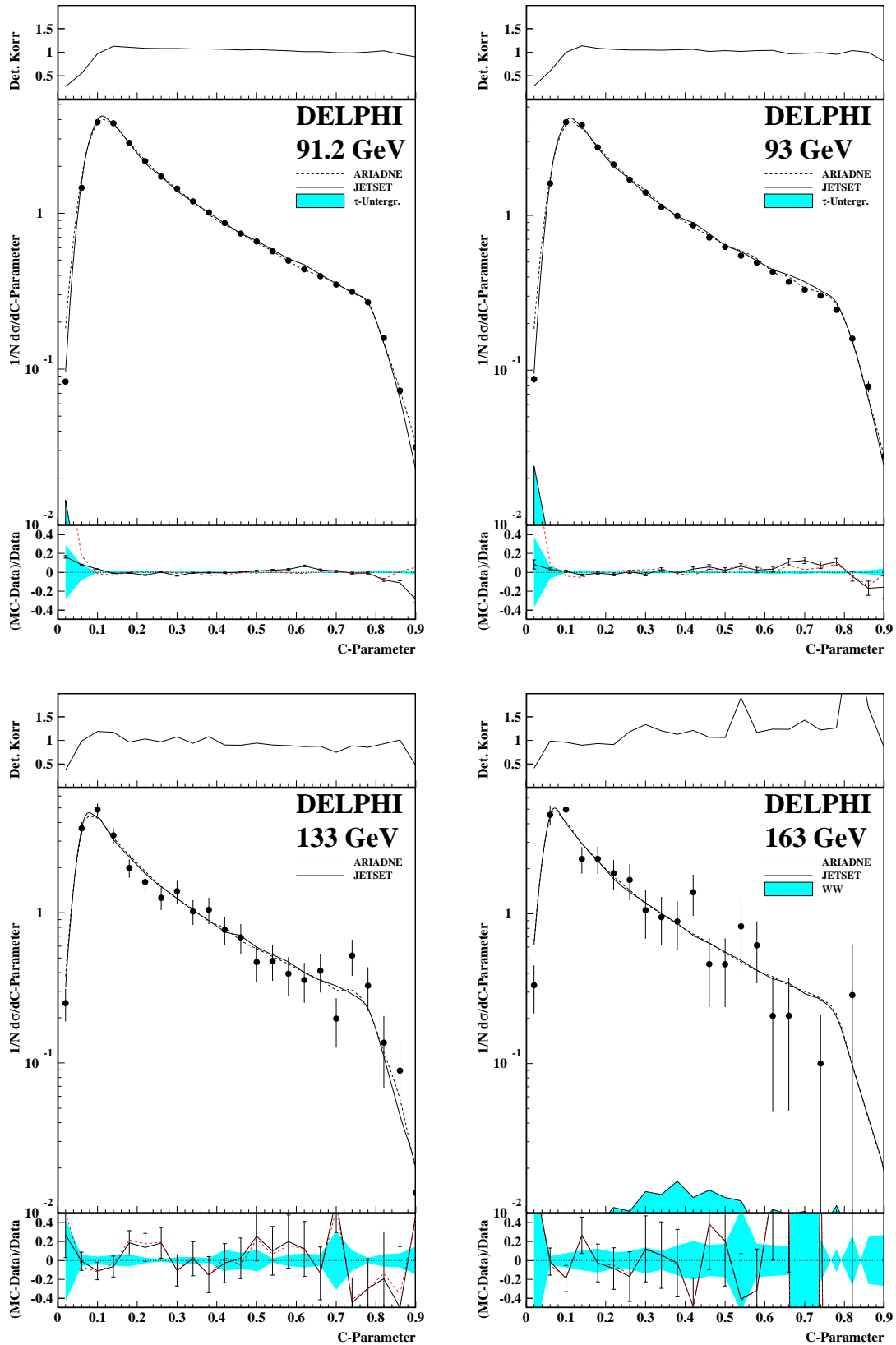


Abbildung C.36:

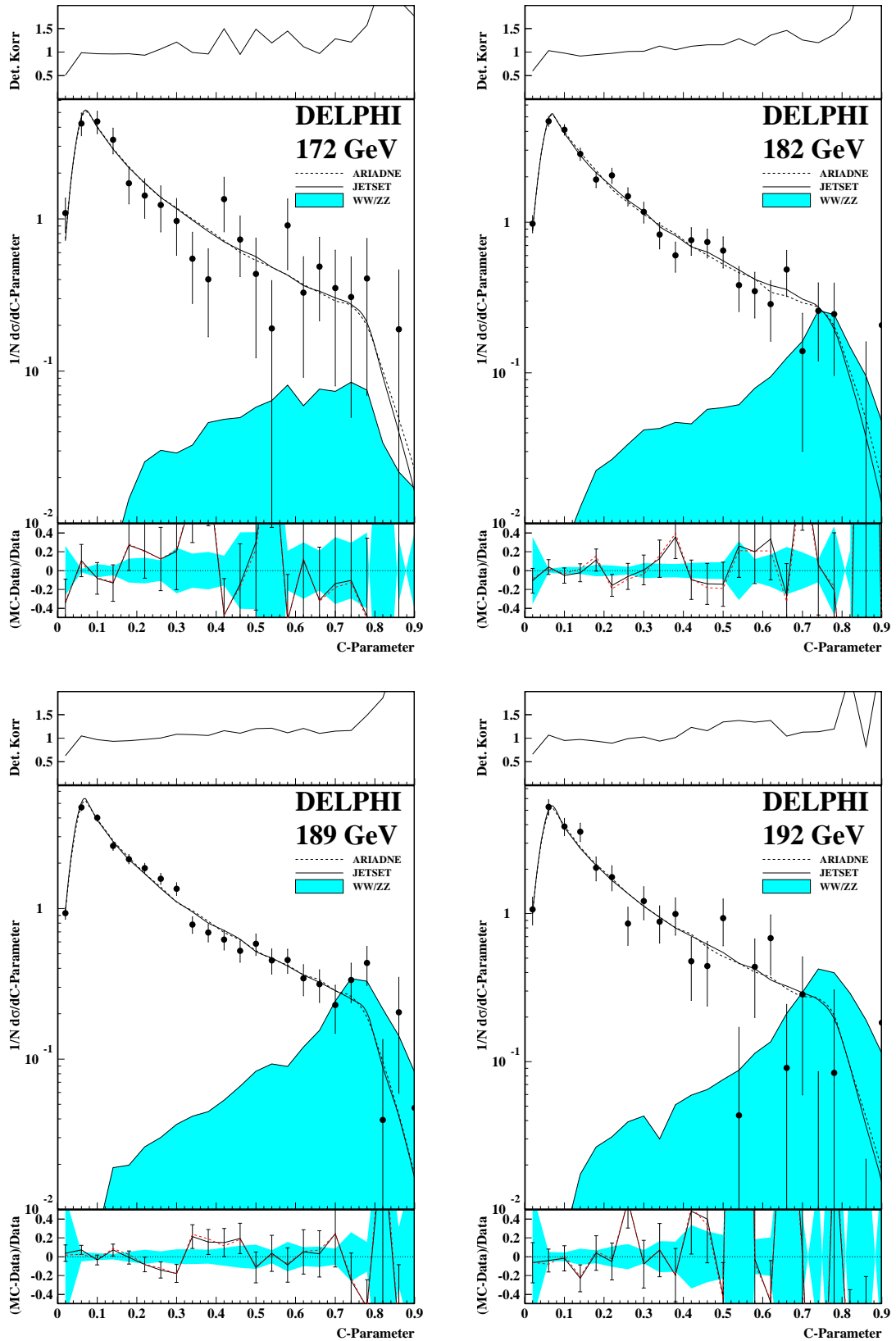


Abbildung C.37:

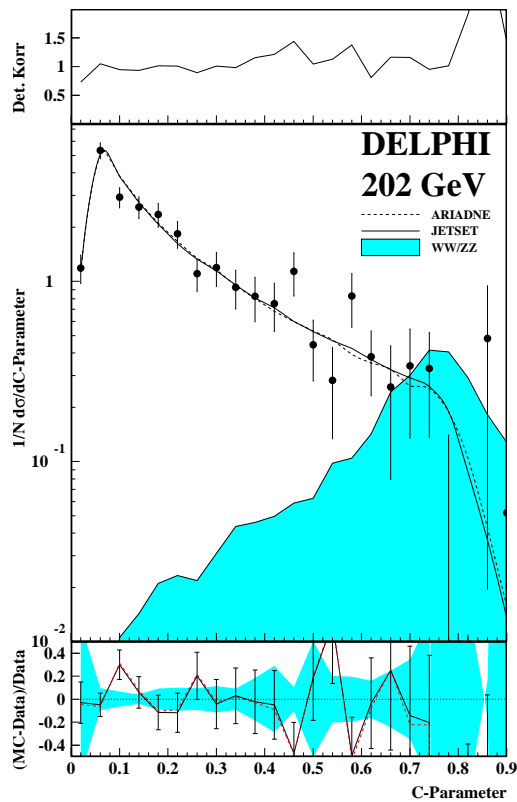
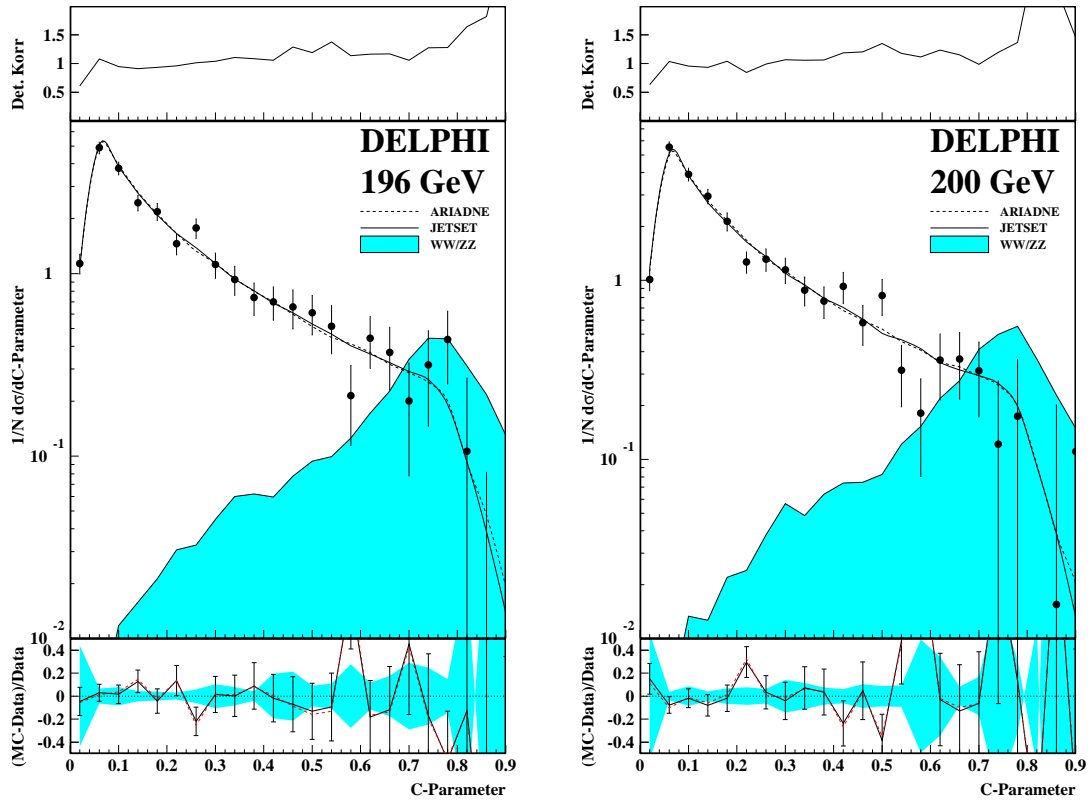


Abbildung C.38:

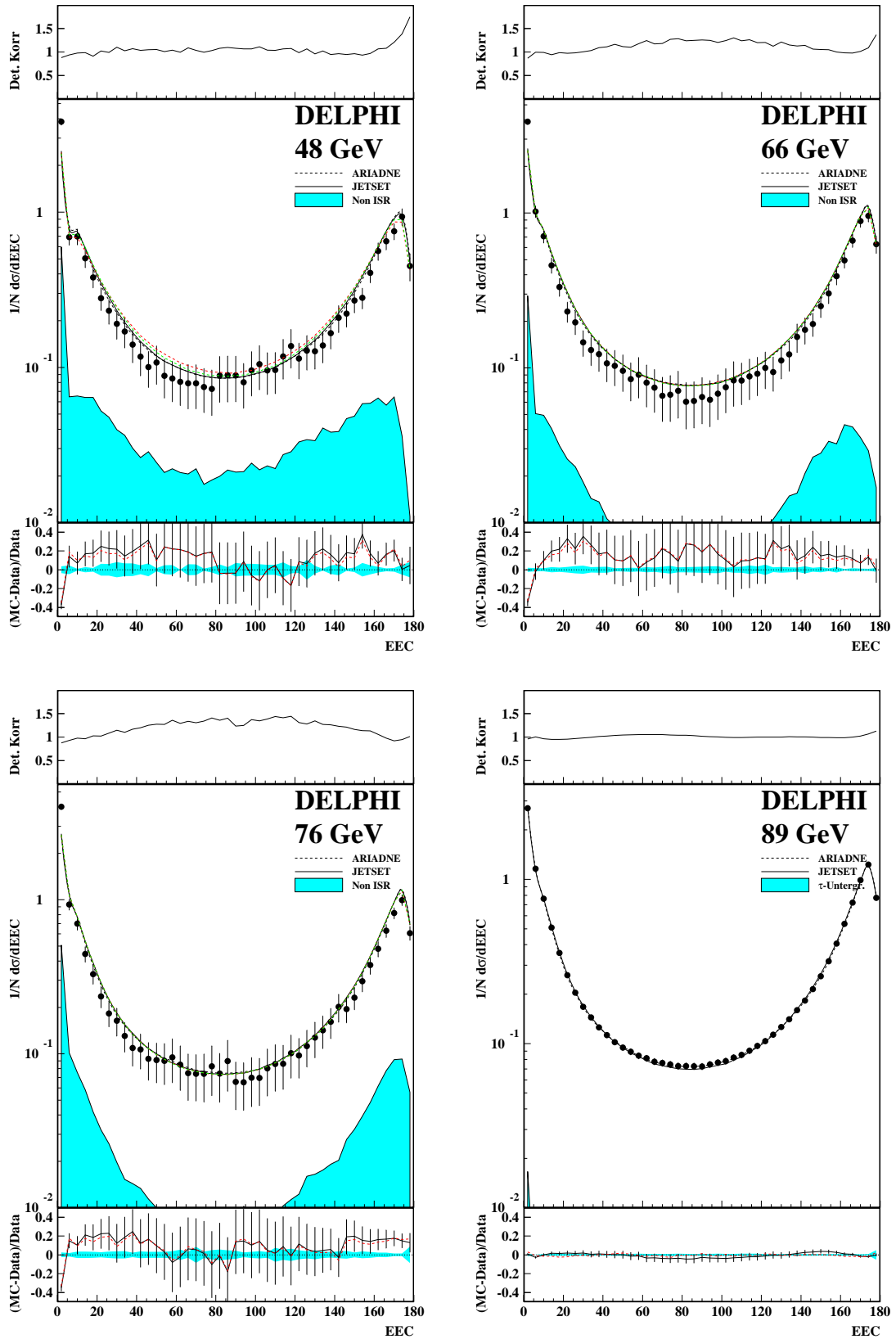


Abbildung C.39:

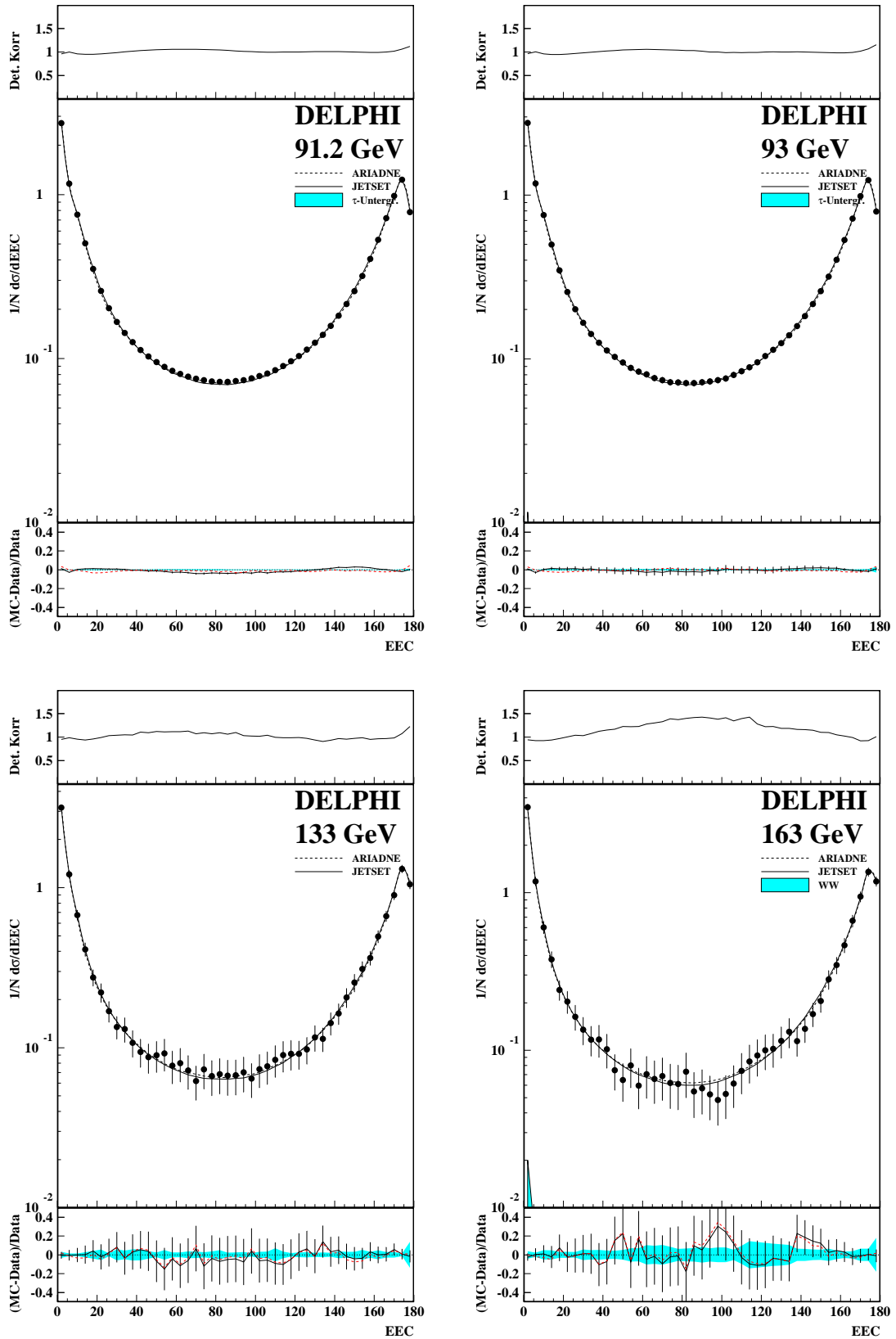


Abbildung C.40:

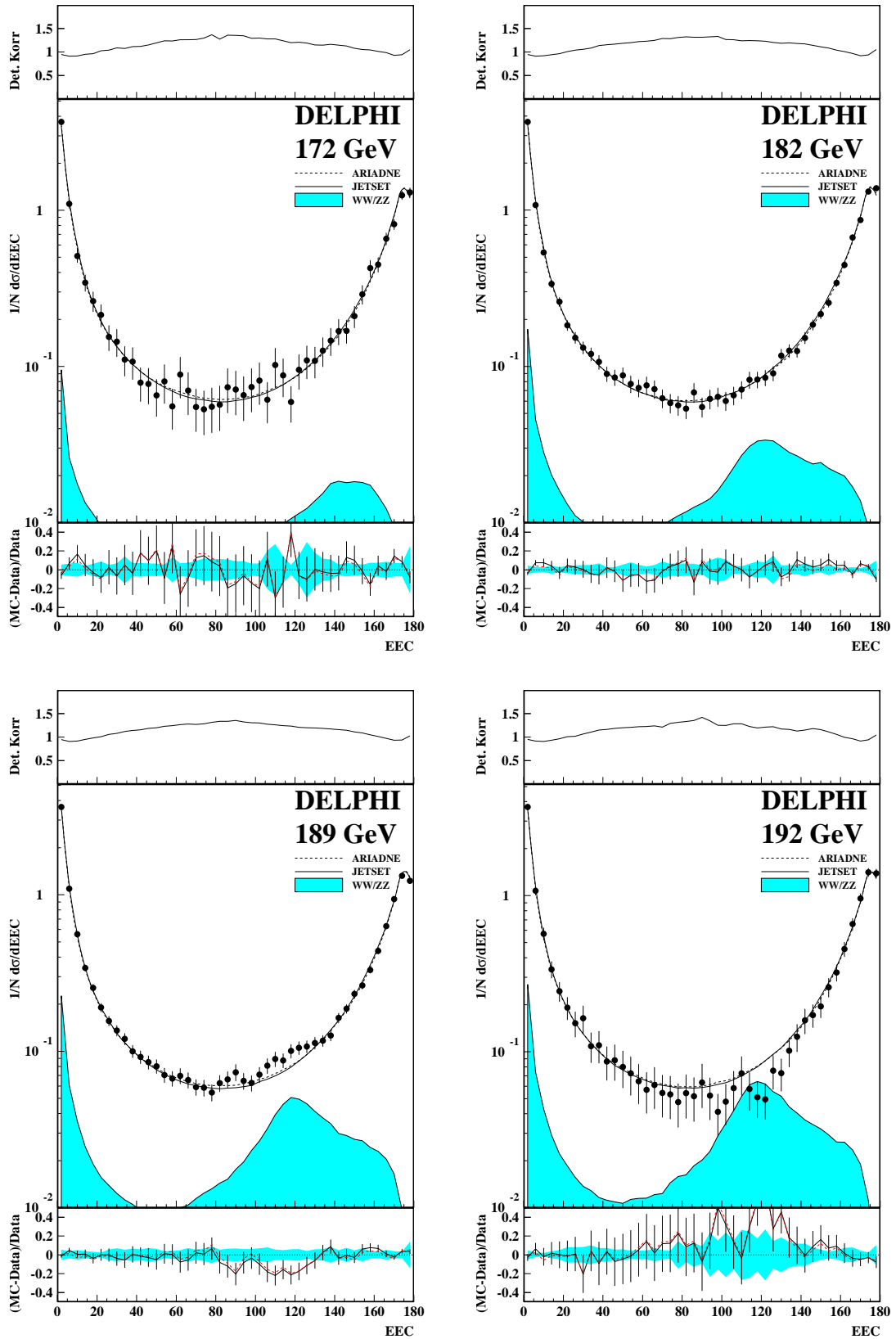


Abbildung C.41:

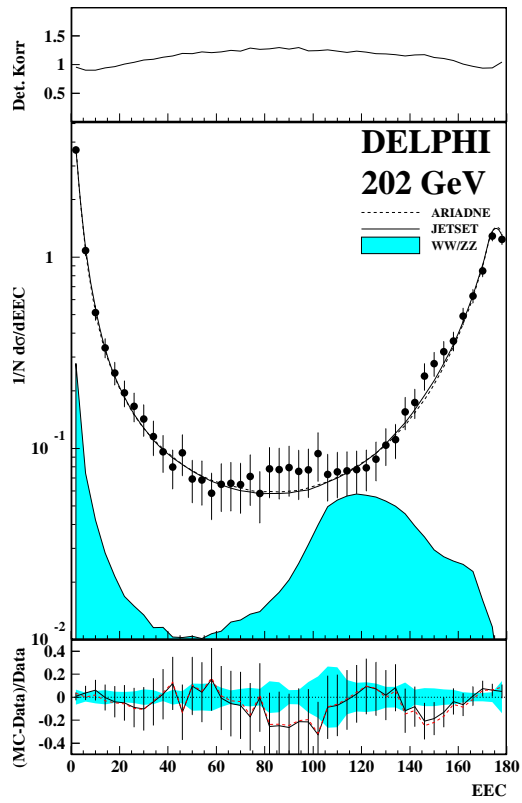
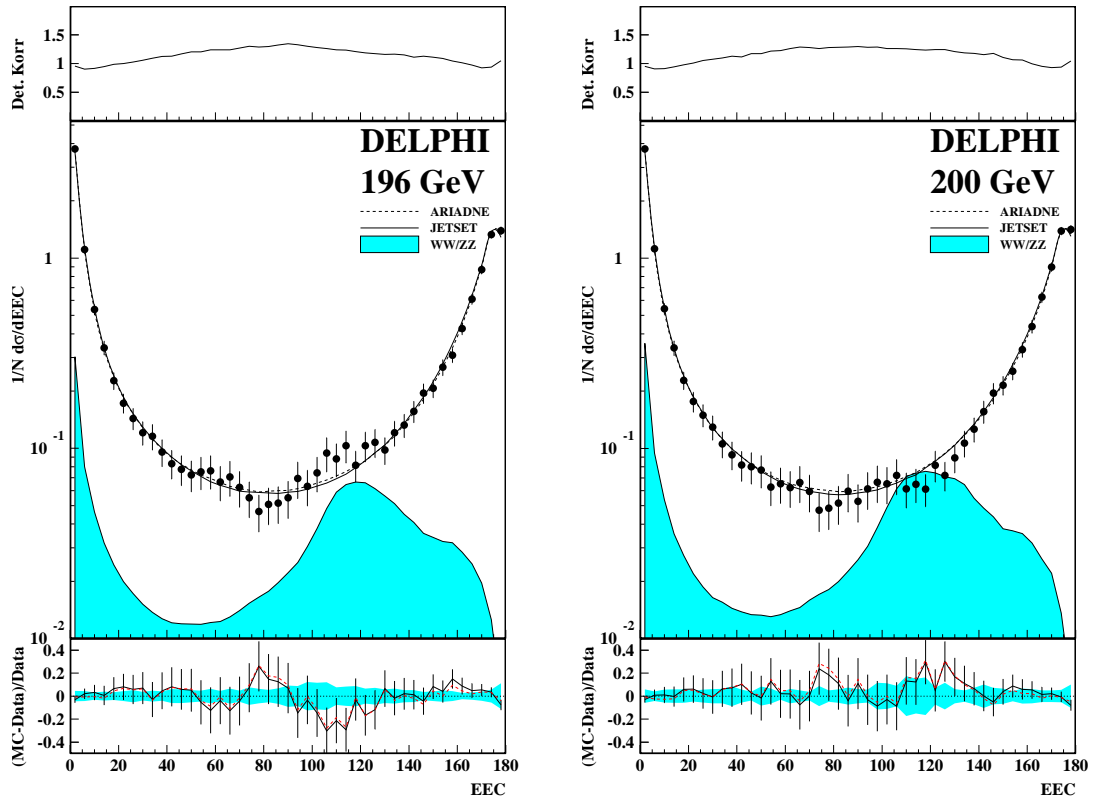


Abbildung C.42:

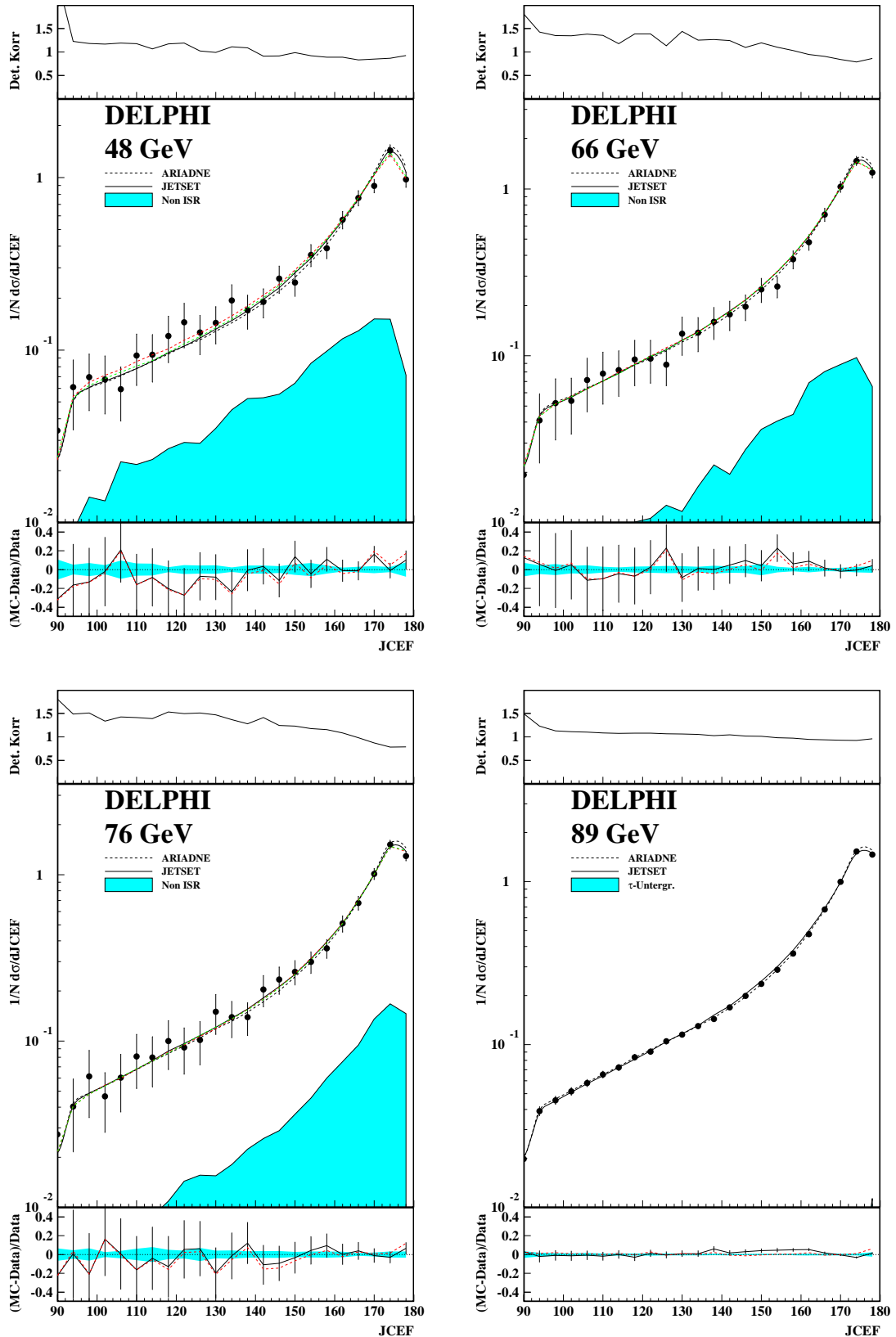


Abbildung C.43:



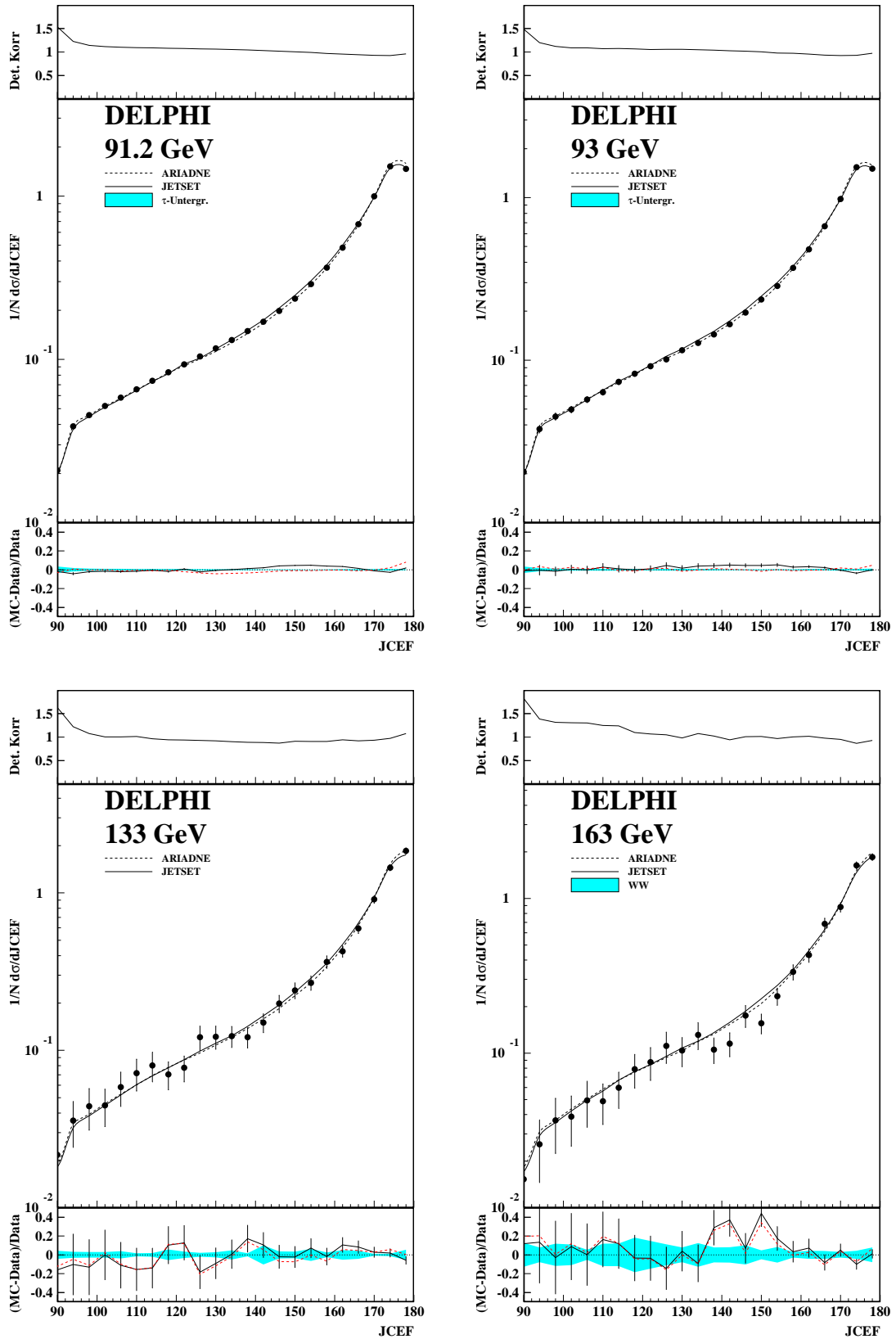


Abbildung C.44:

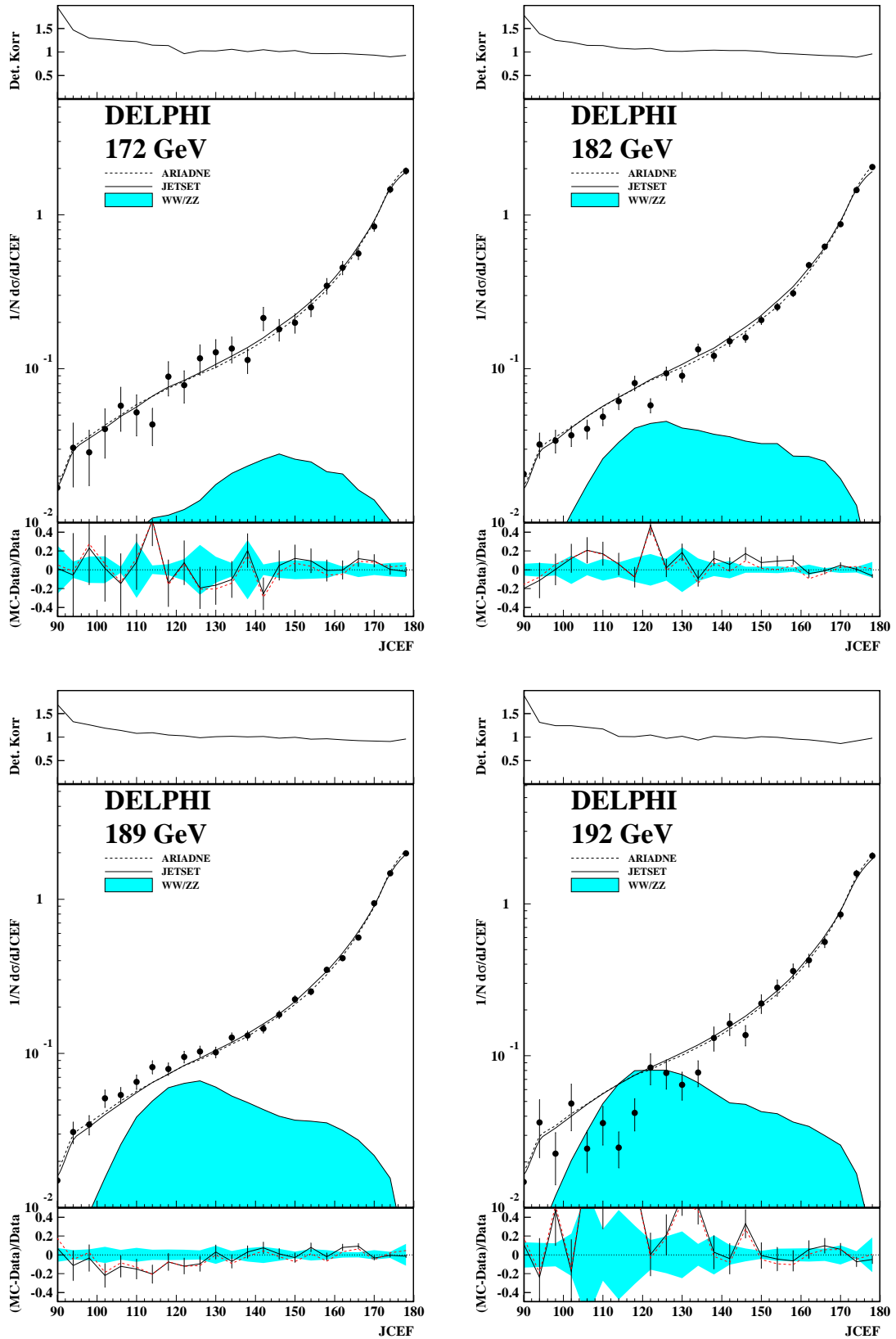


Abbildung C.45:

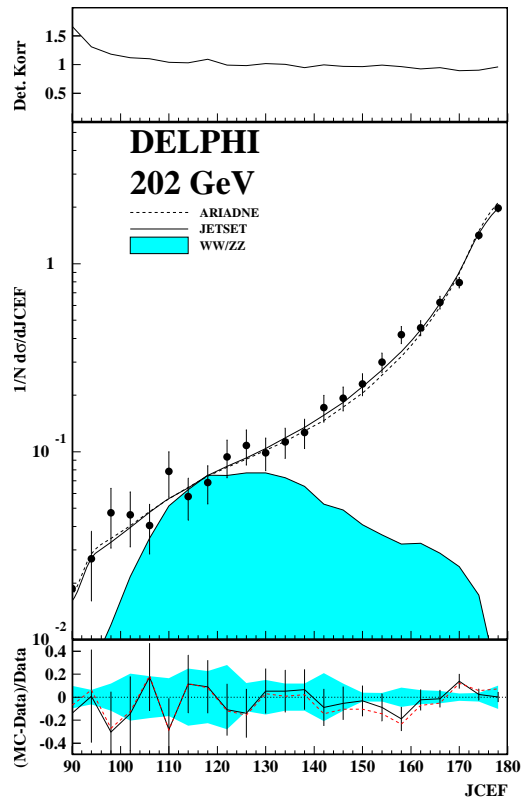
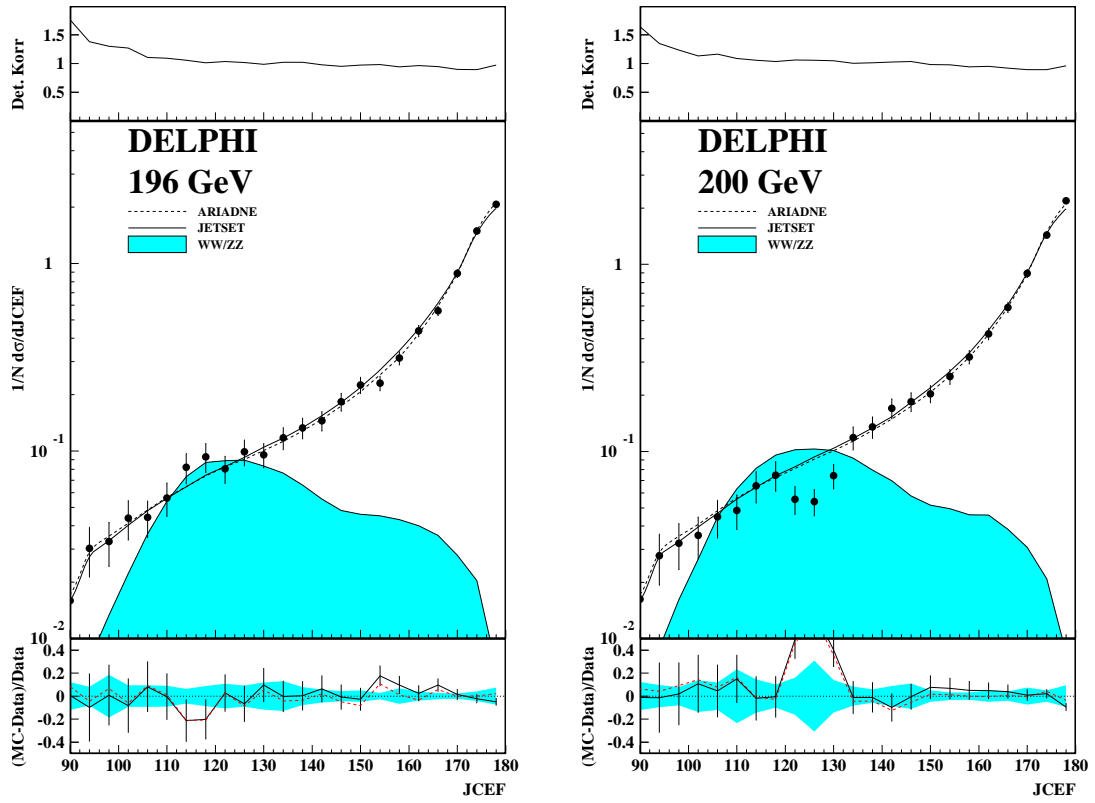


Abbildung C.46:

150 ANHANG C. TABELLEN ZU MITTELWERTEN UND EREIGNISFORMVARIABLEN

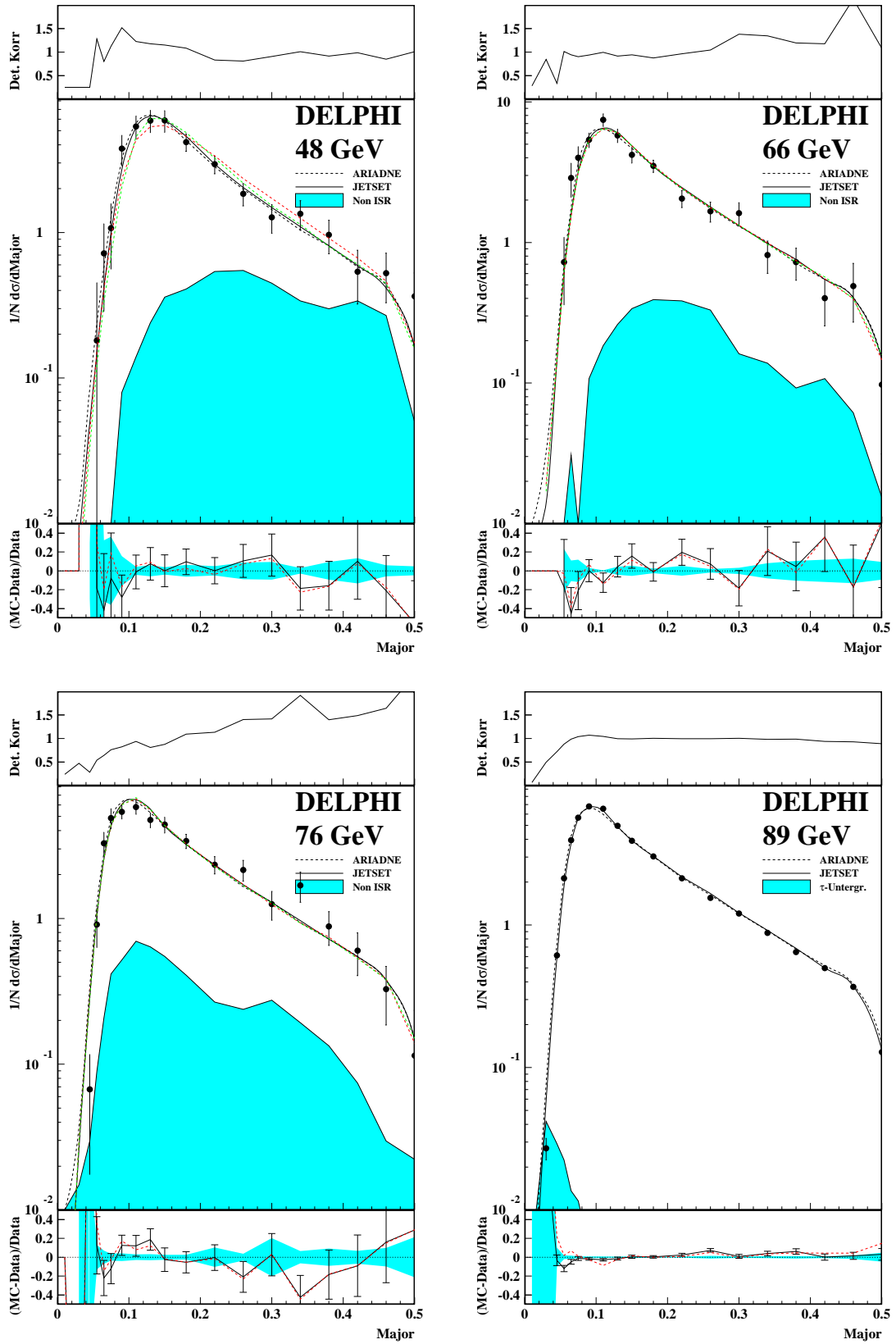


Abbildung C.47:

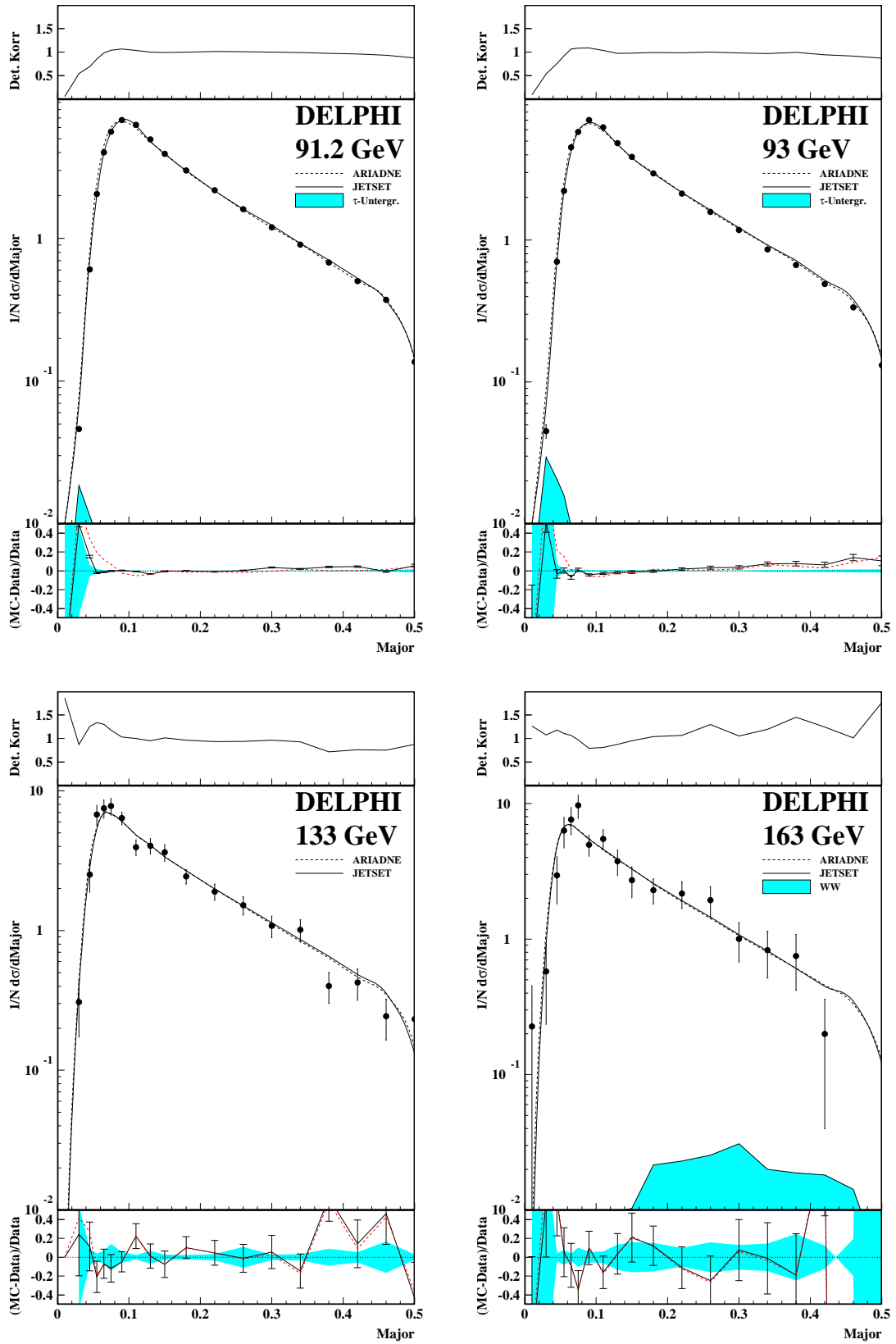


Abbildung C.48:

152 ANHANG C. TABELLEN ZU MITTELWERTEN UND EREIGNISFORMVARIABLEN

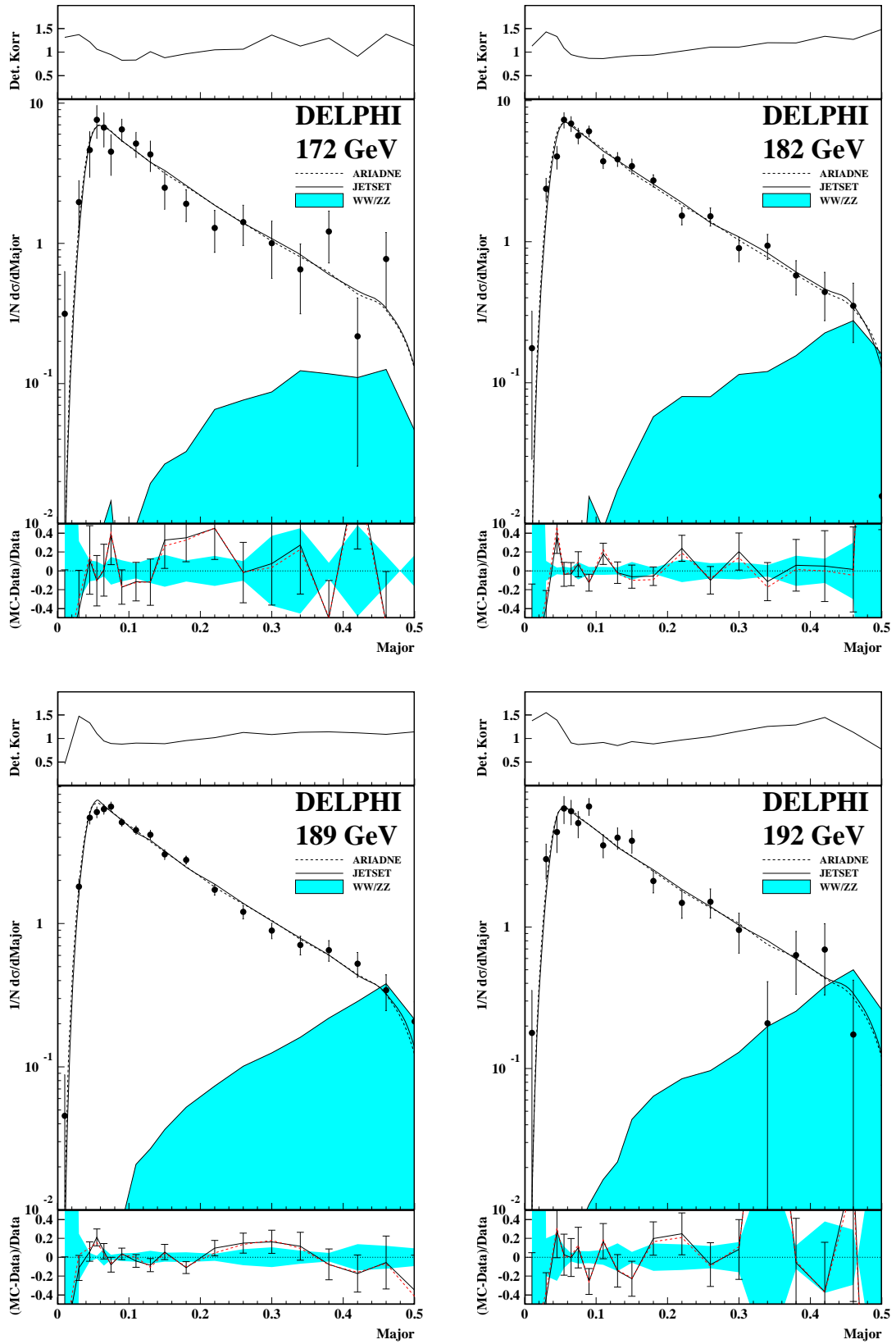


Abbildung C.49:

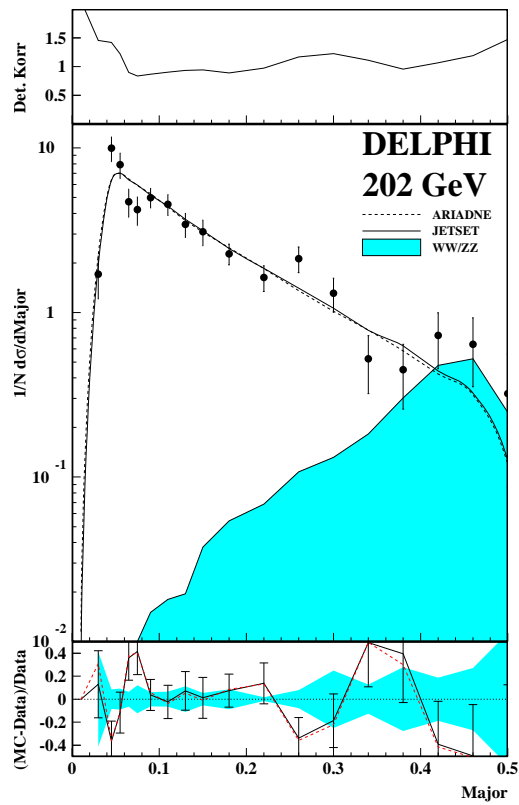
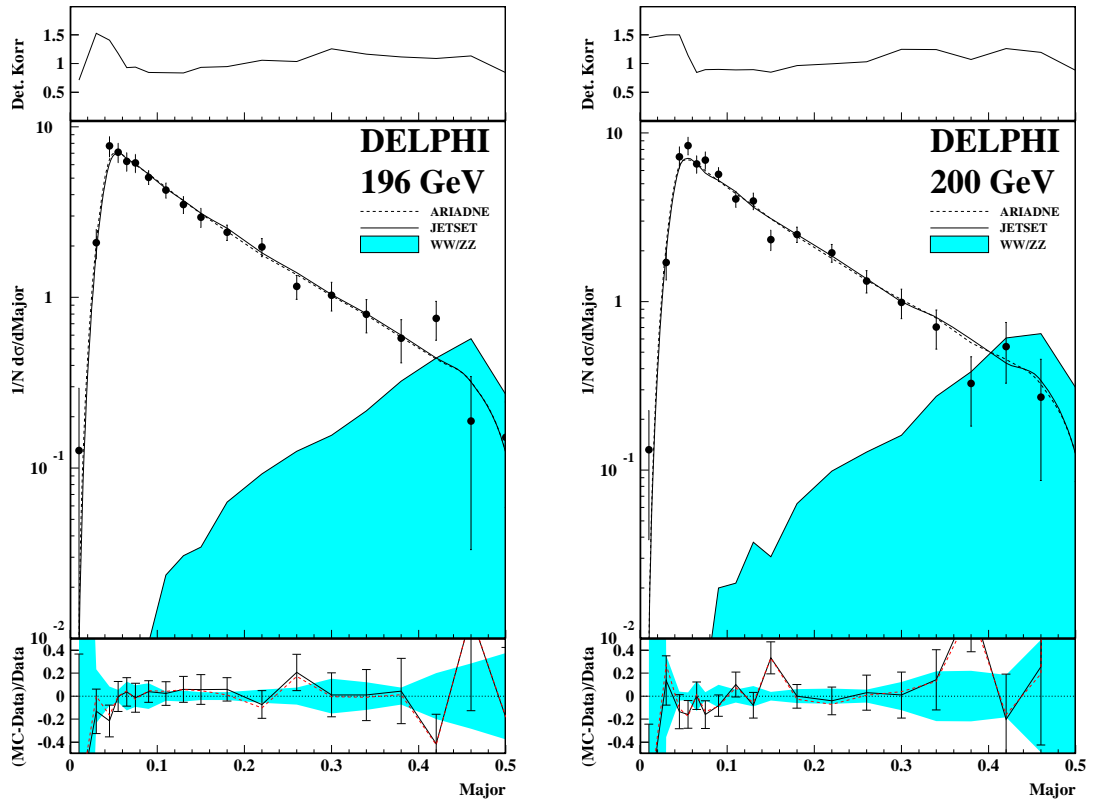


Abbildung C.50:

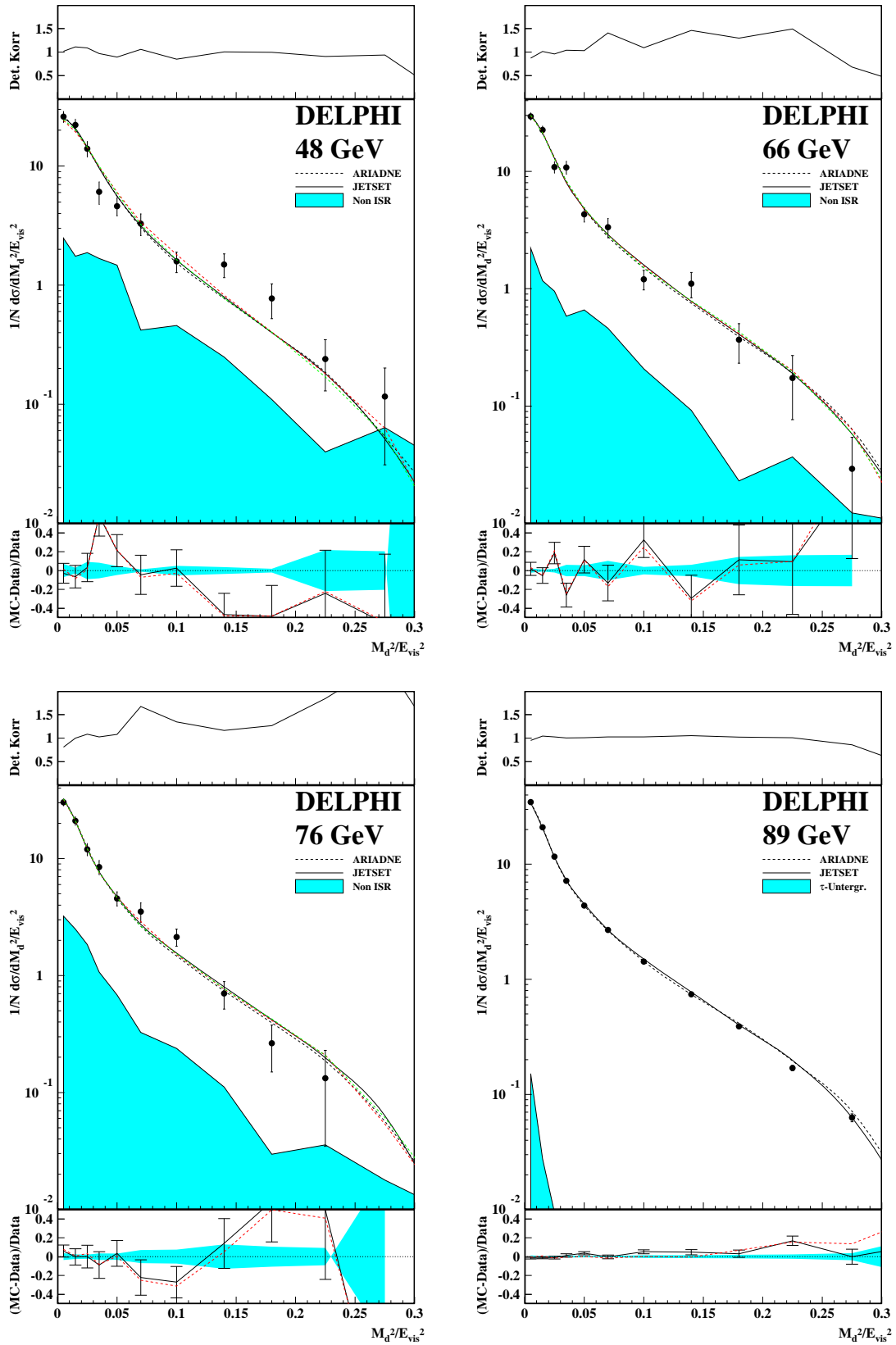


Abbildung C.51:



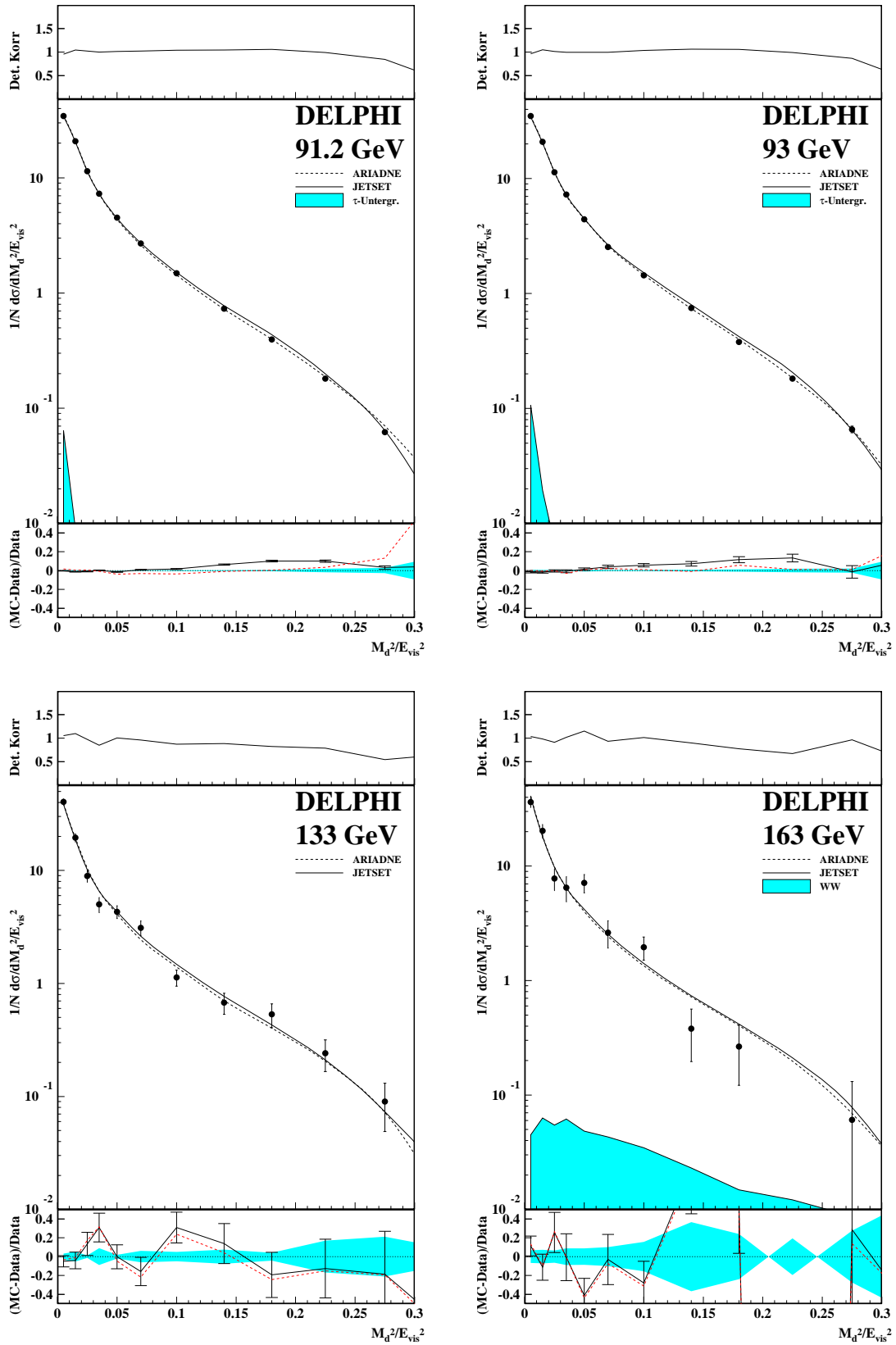


Abbildung C.52:

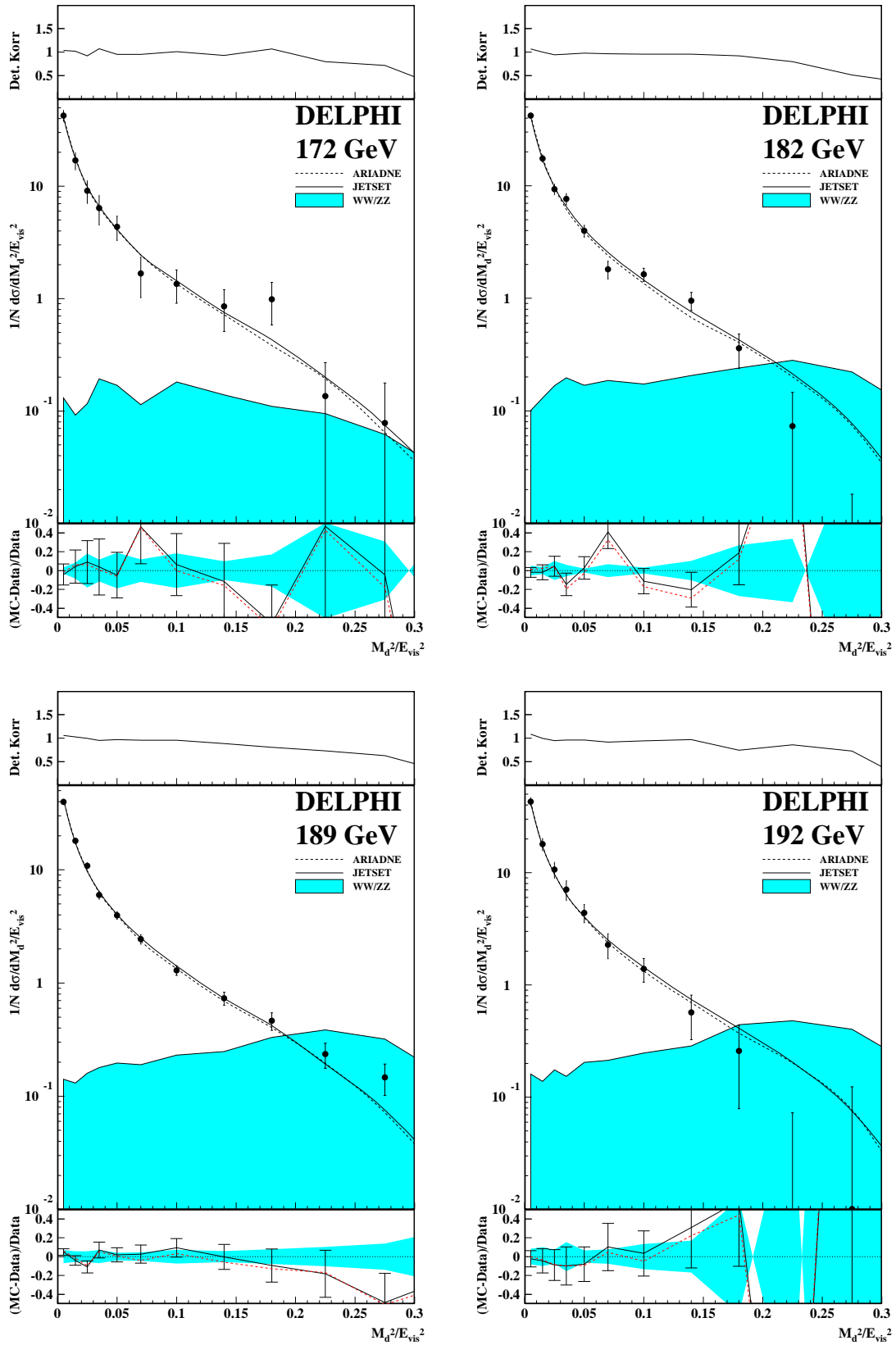


Abbildung C.53:

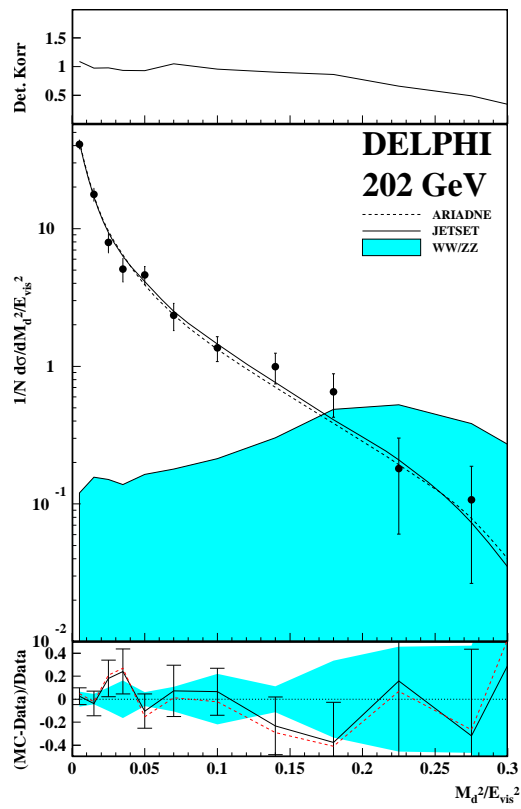
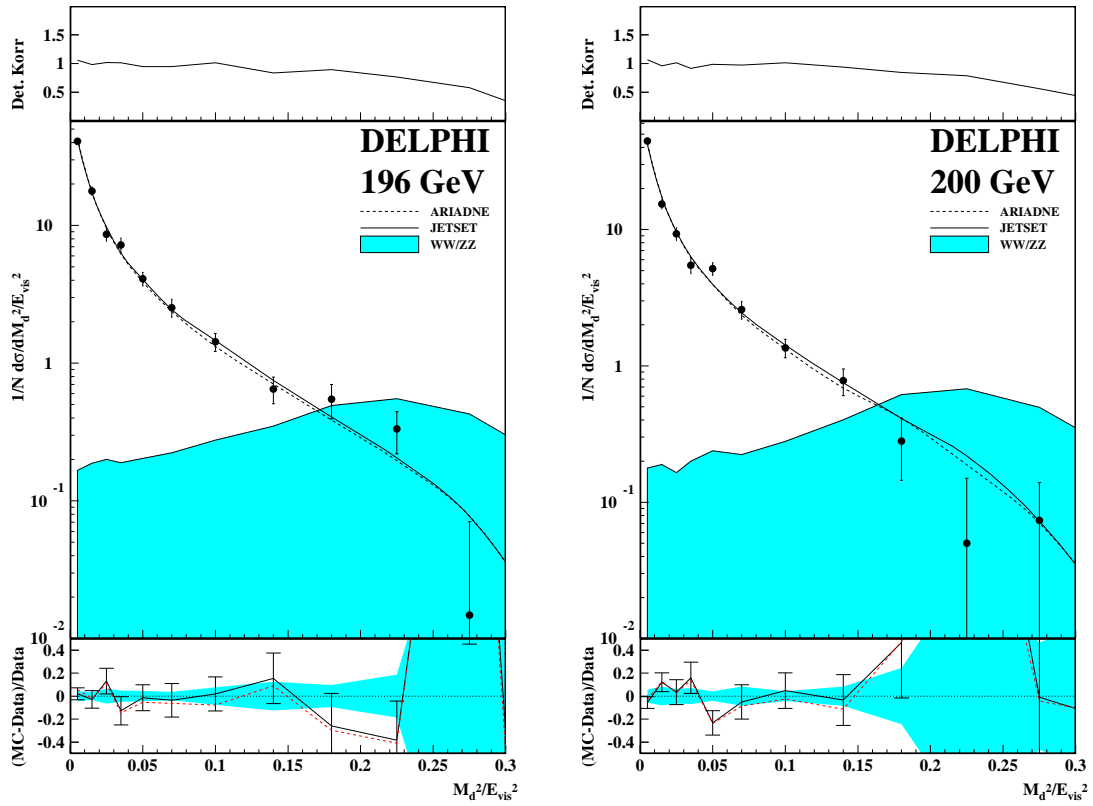


Abbildung C.54:

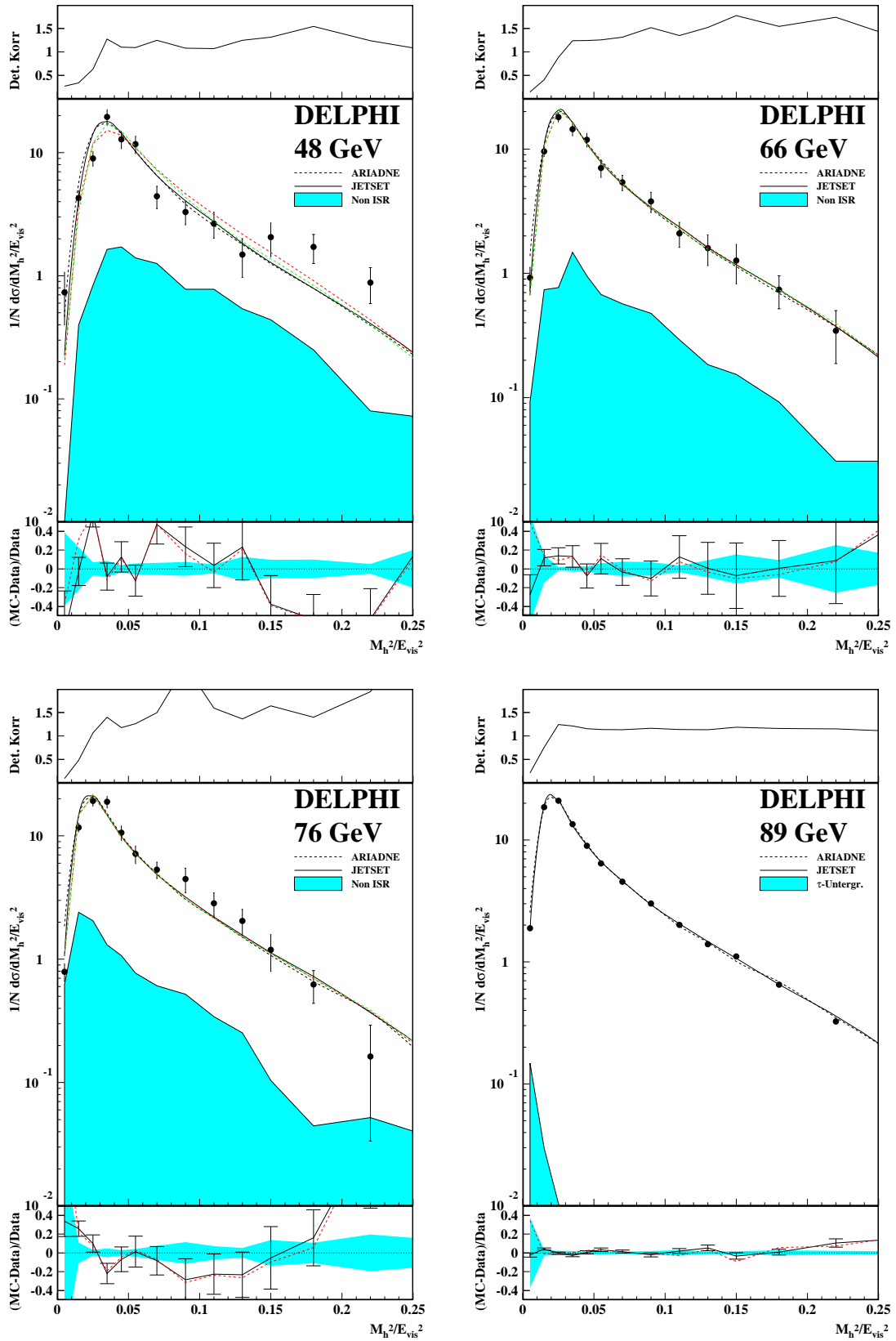


Abbildung C.55:

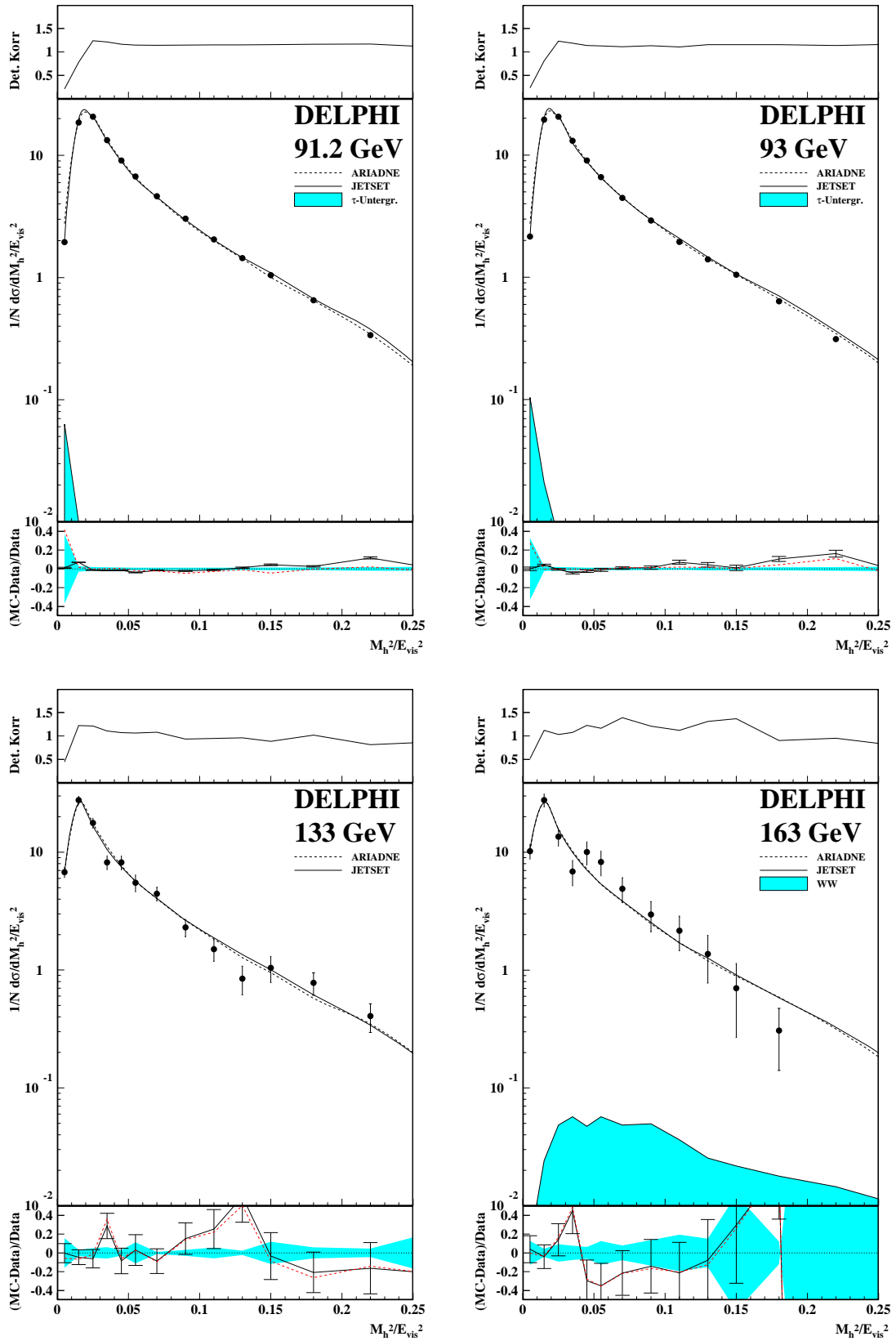


Abbildung C.56:

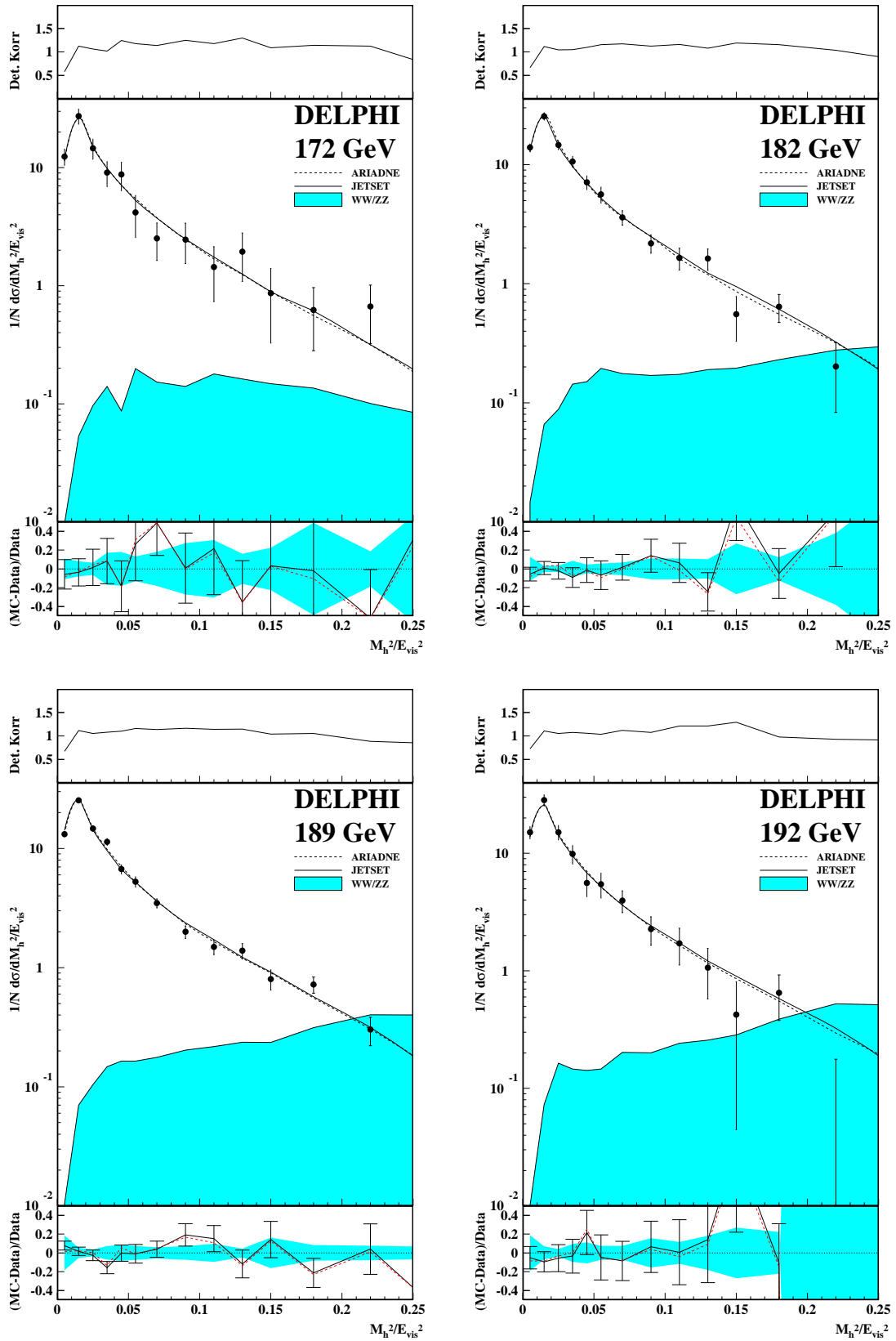


Abbildung C.57:

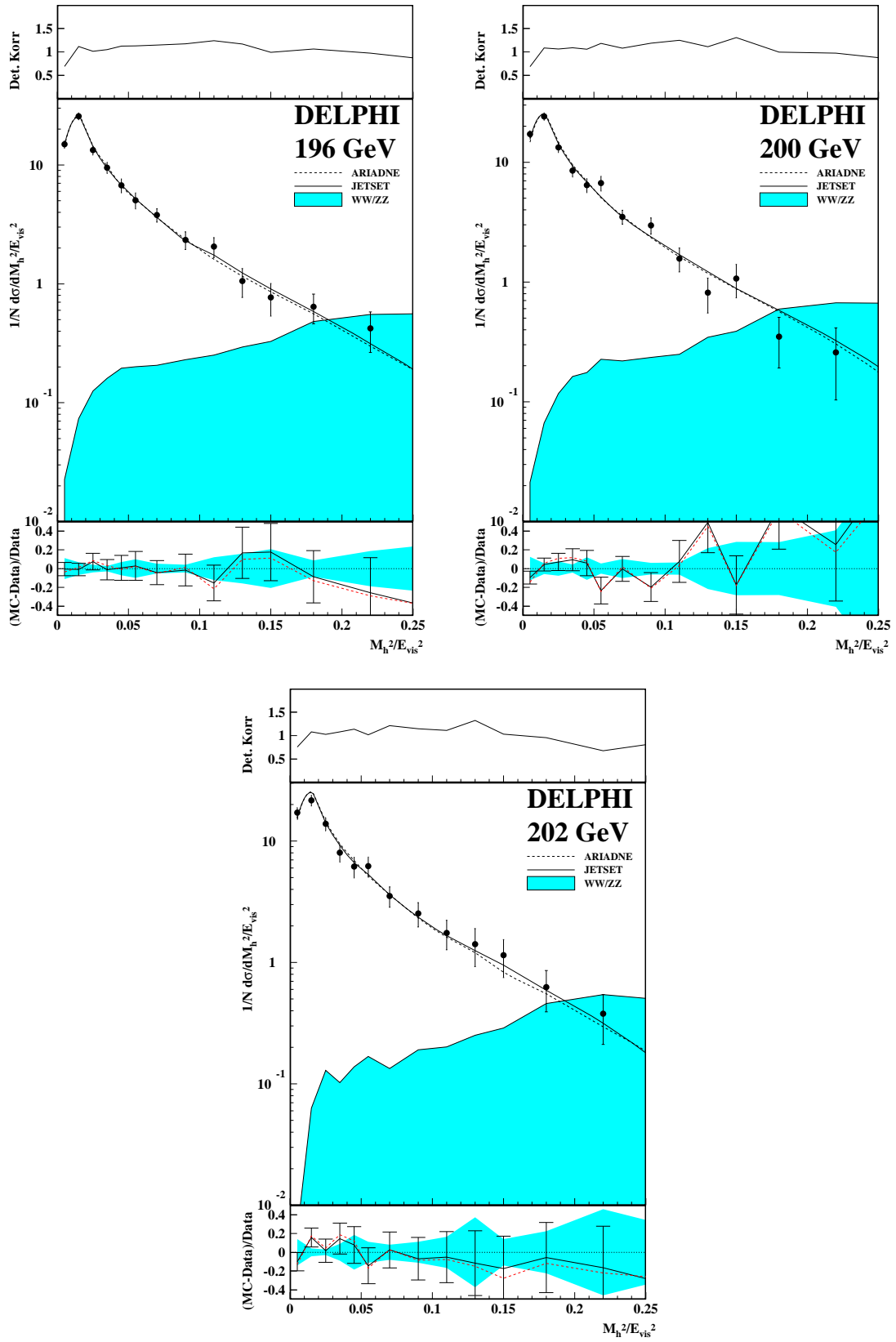


Abbildung C.58:

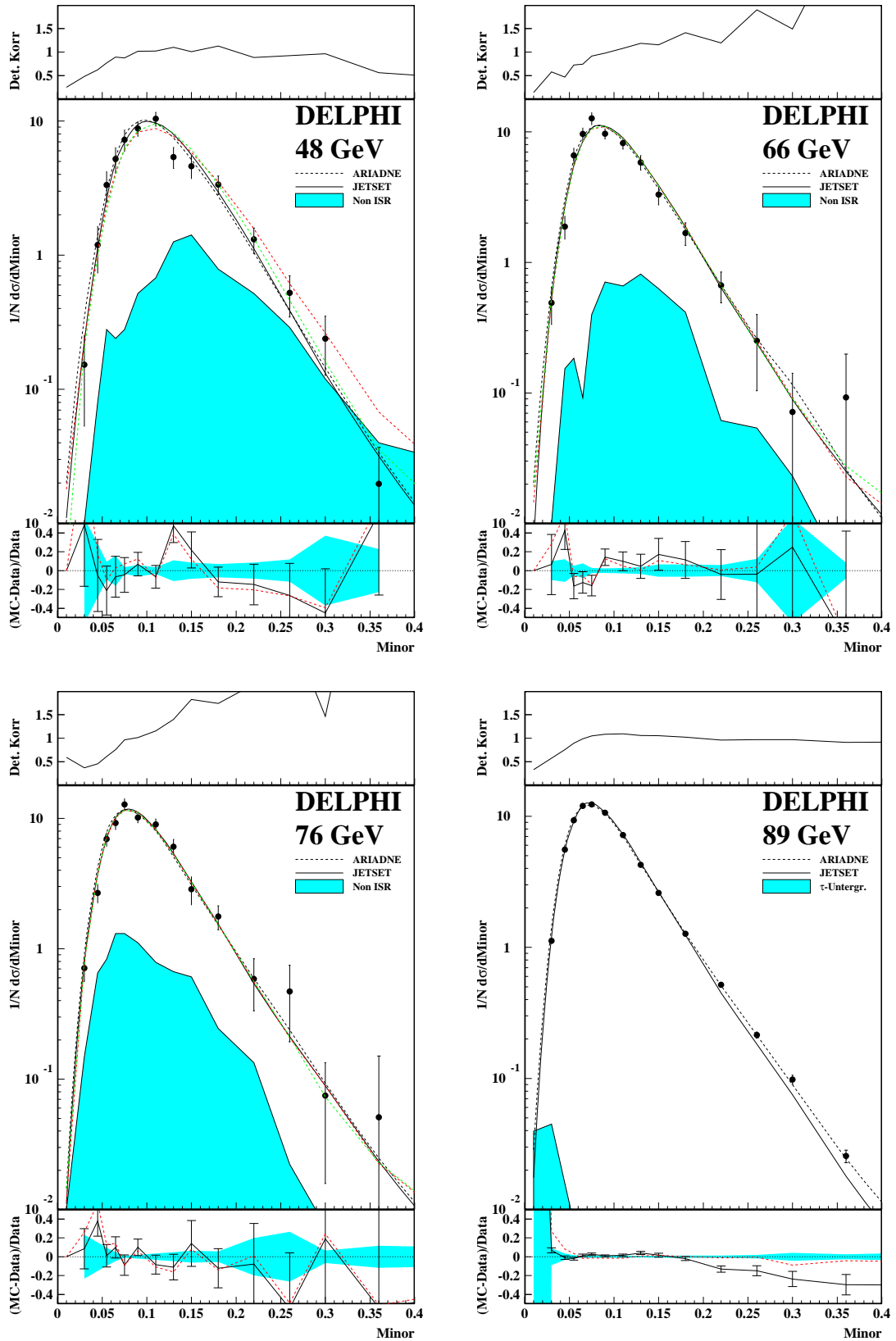


Abbildung C.59:



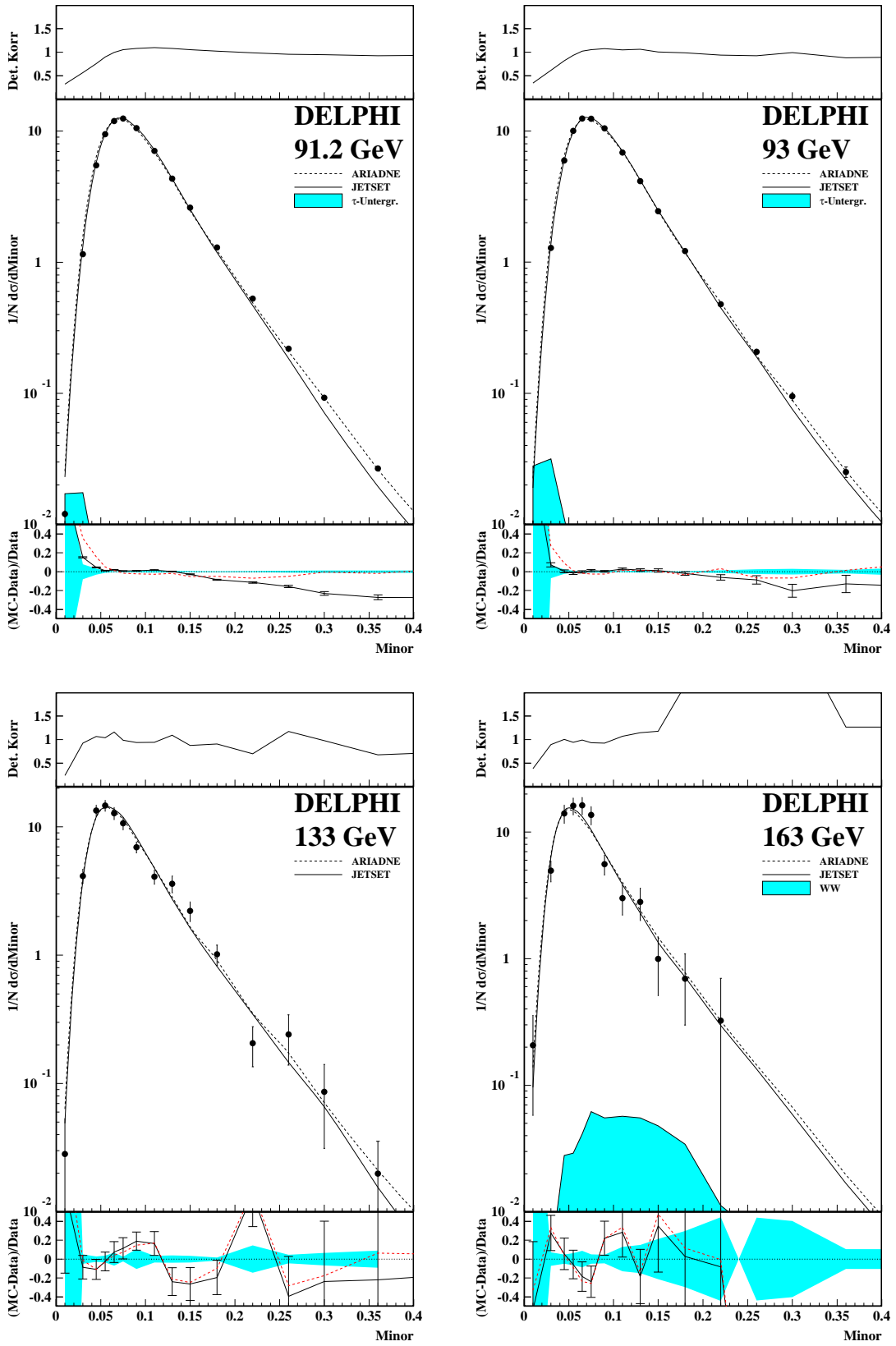


Abbildung C.60:

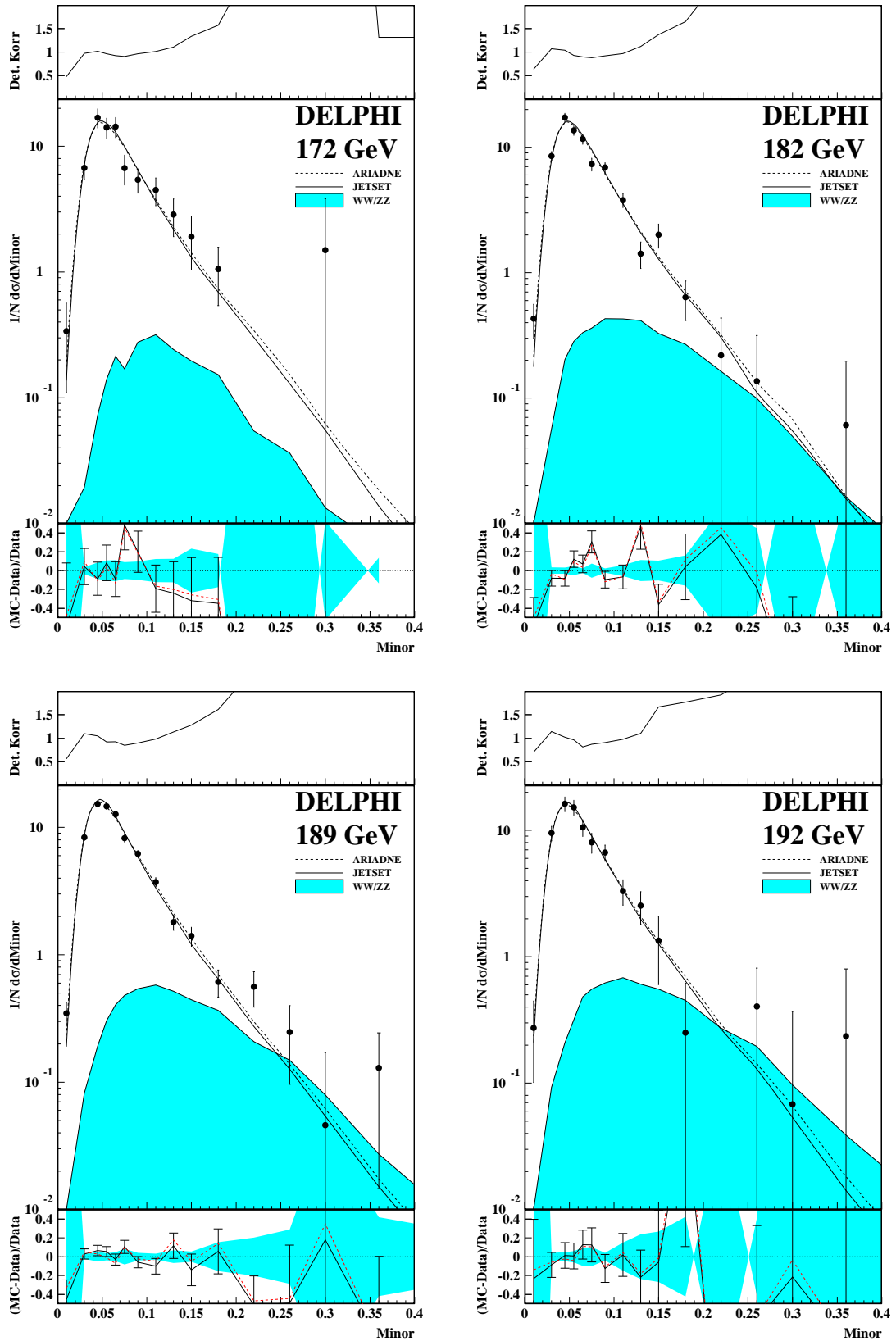


Abbildung C.61:

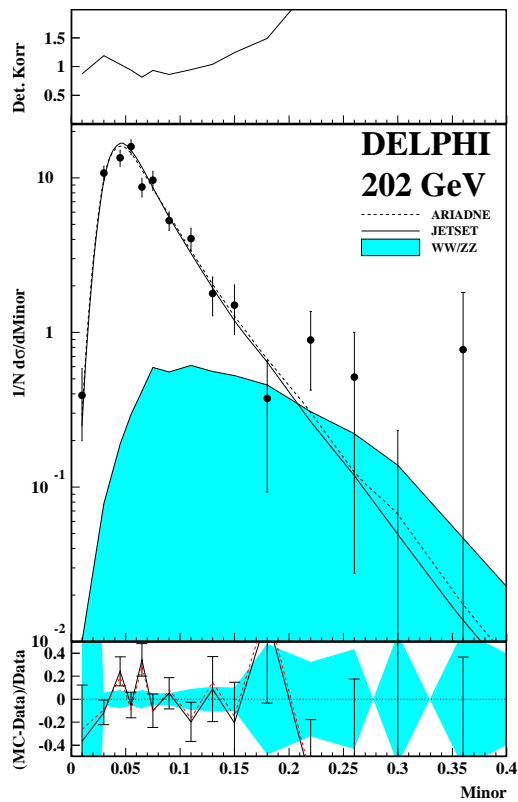
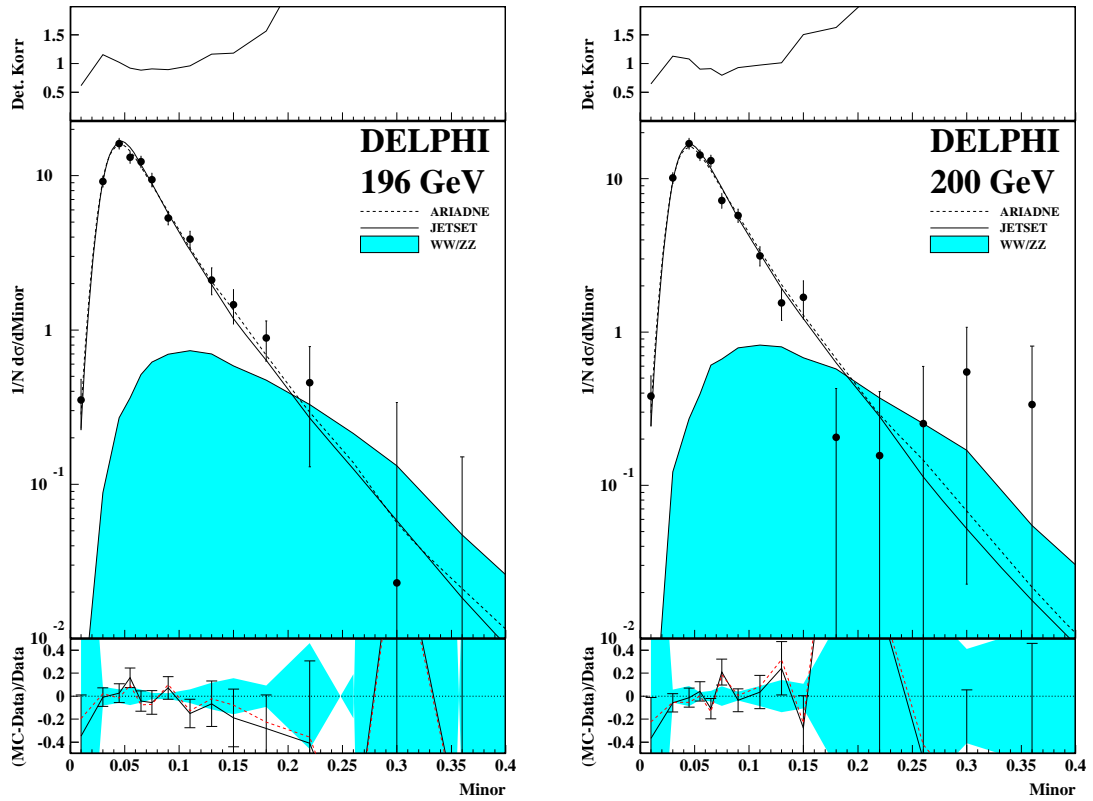


Abbildung C.62:

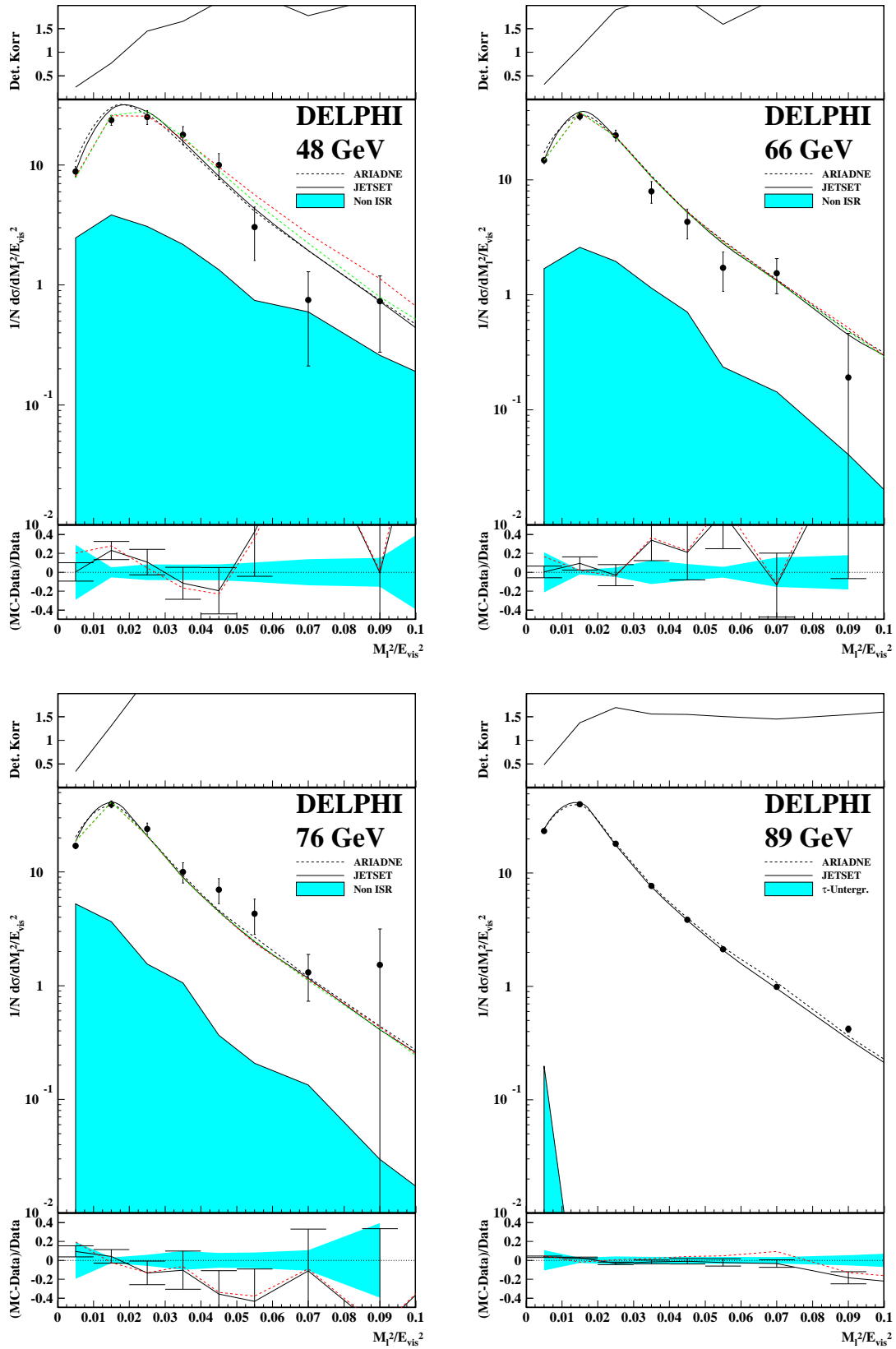


Abbildung C.63:

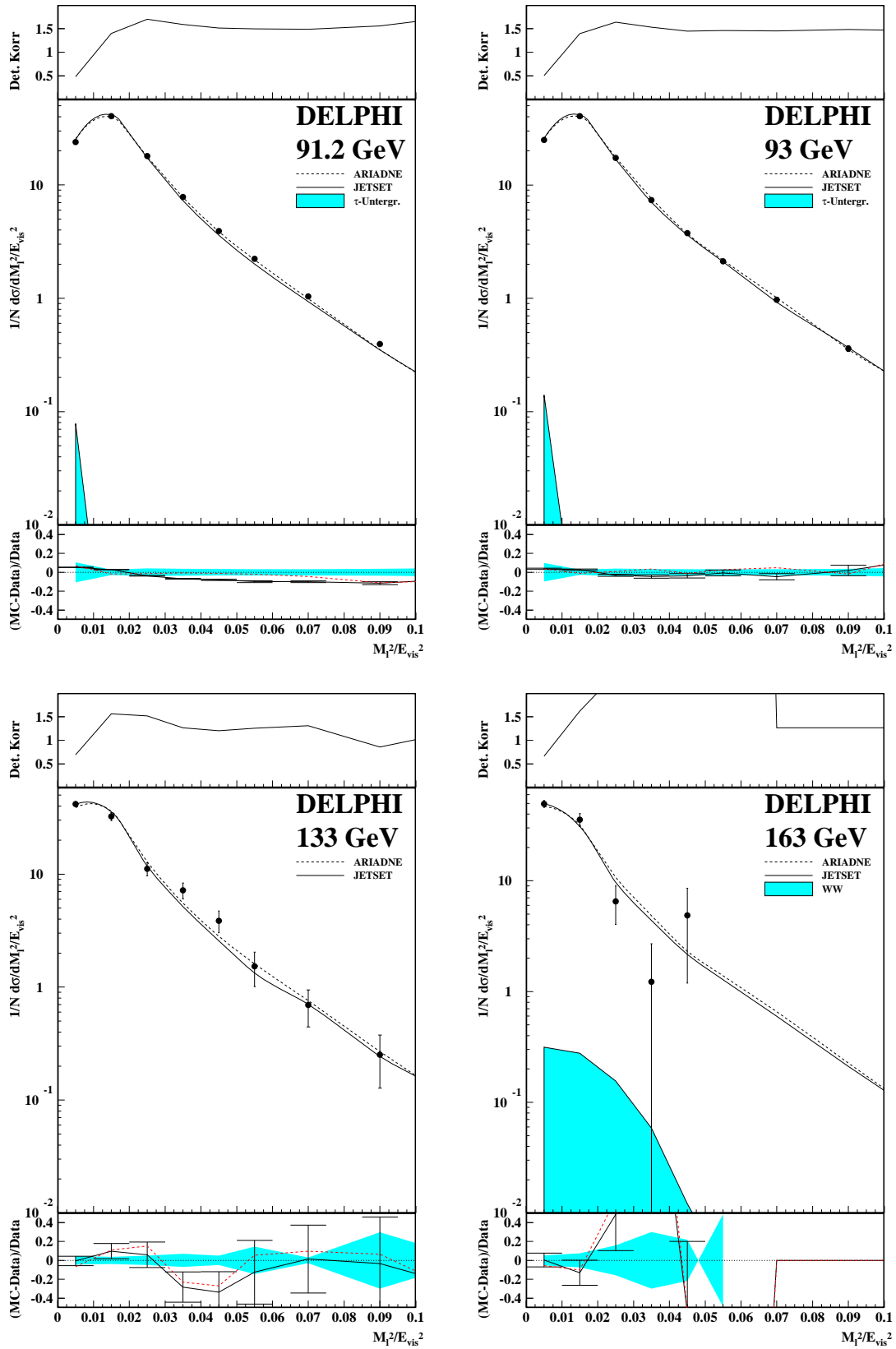


Abbildung C.64:

168 ANHANG C. TABELLEN ZU MITTELWERTEN UND EREIGNISFORMVARIABLEN

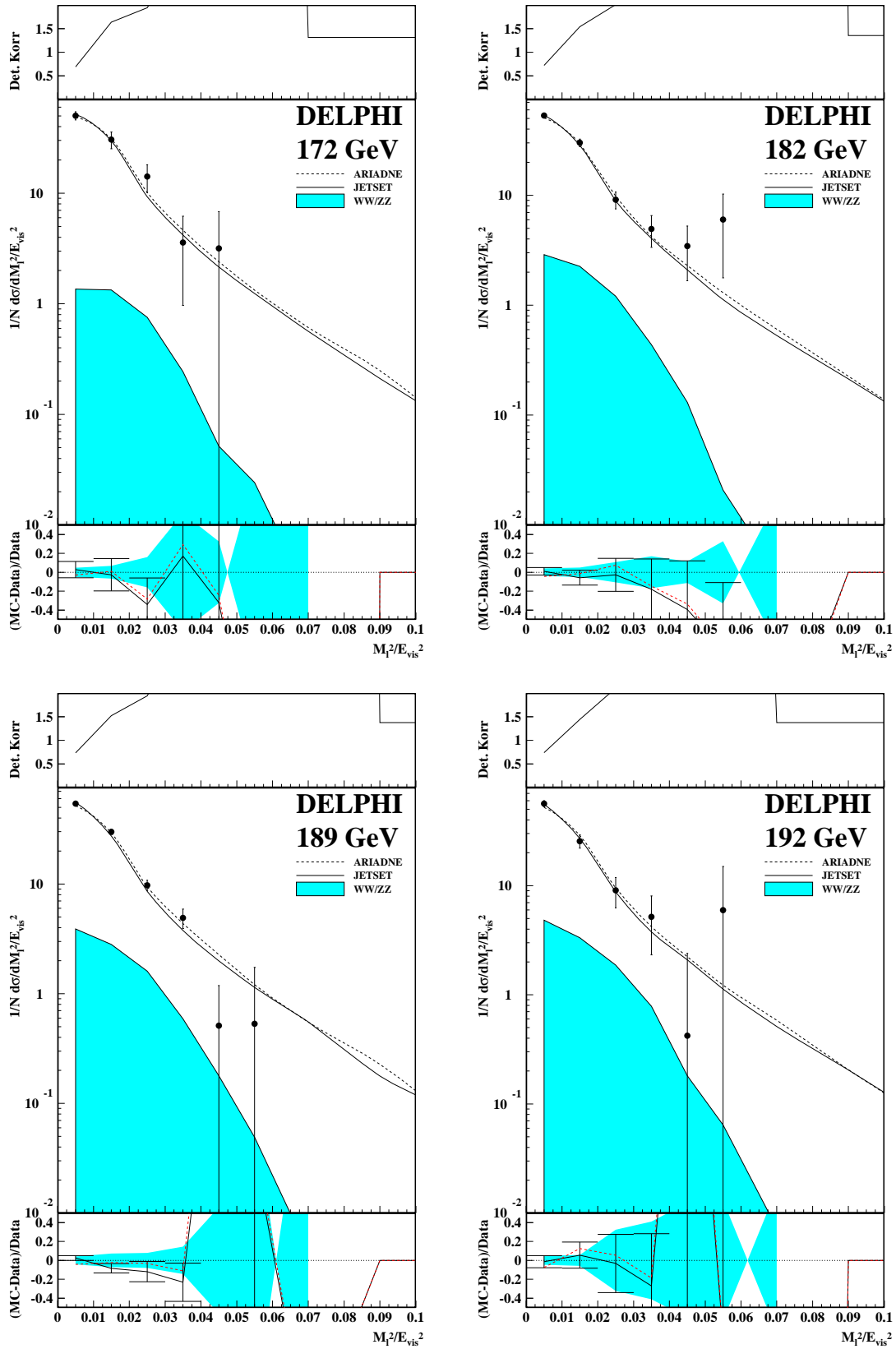


Abbildung C.65:

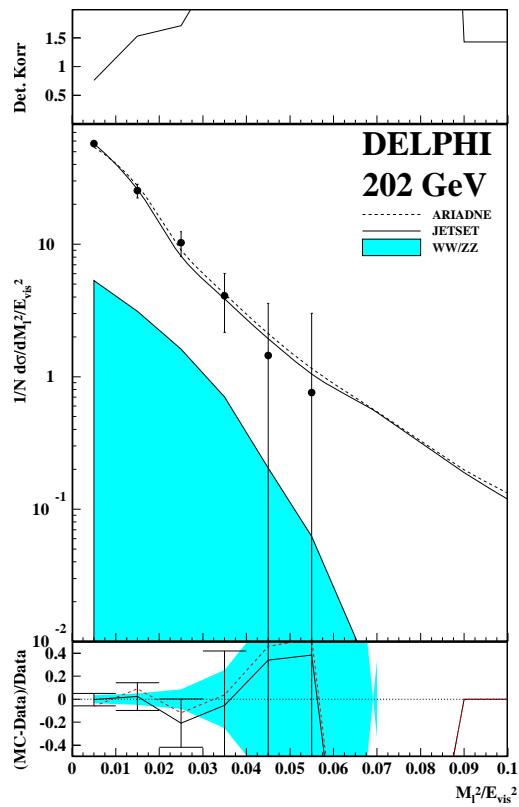
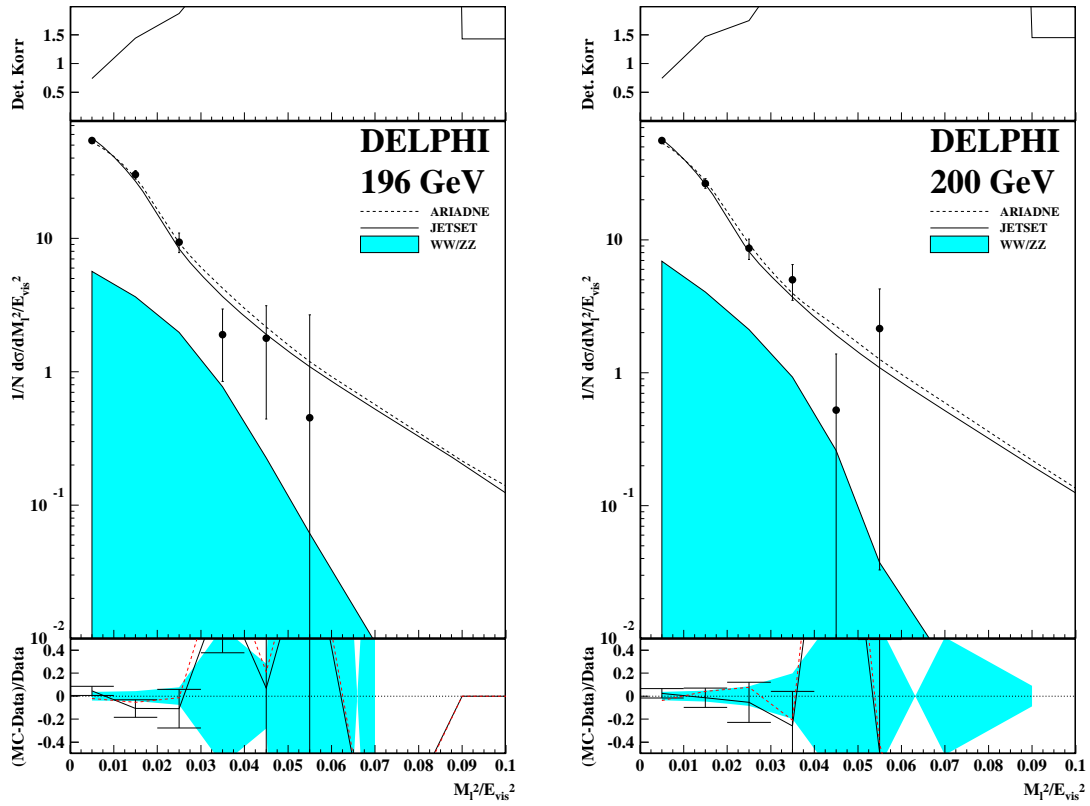


Abbildung C.66:

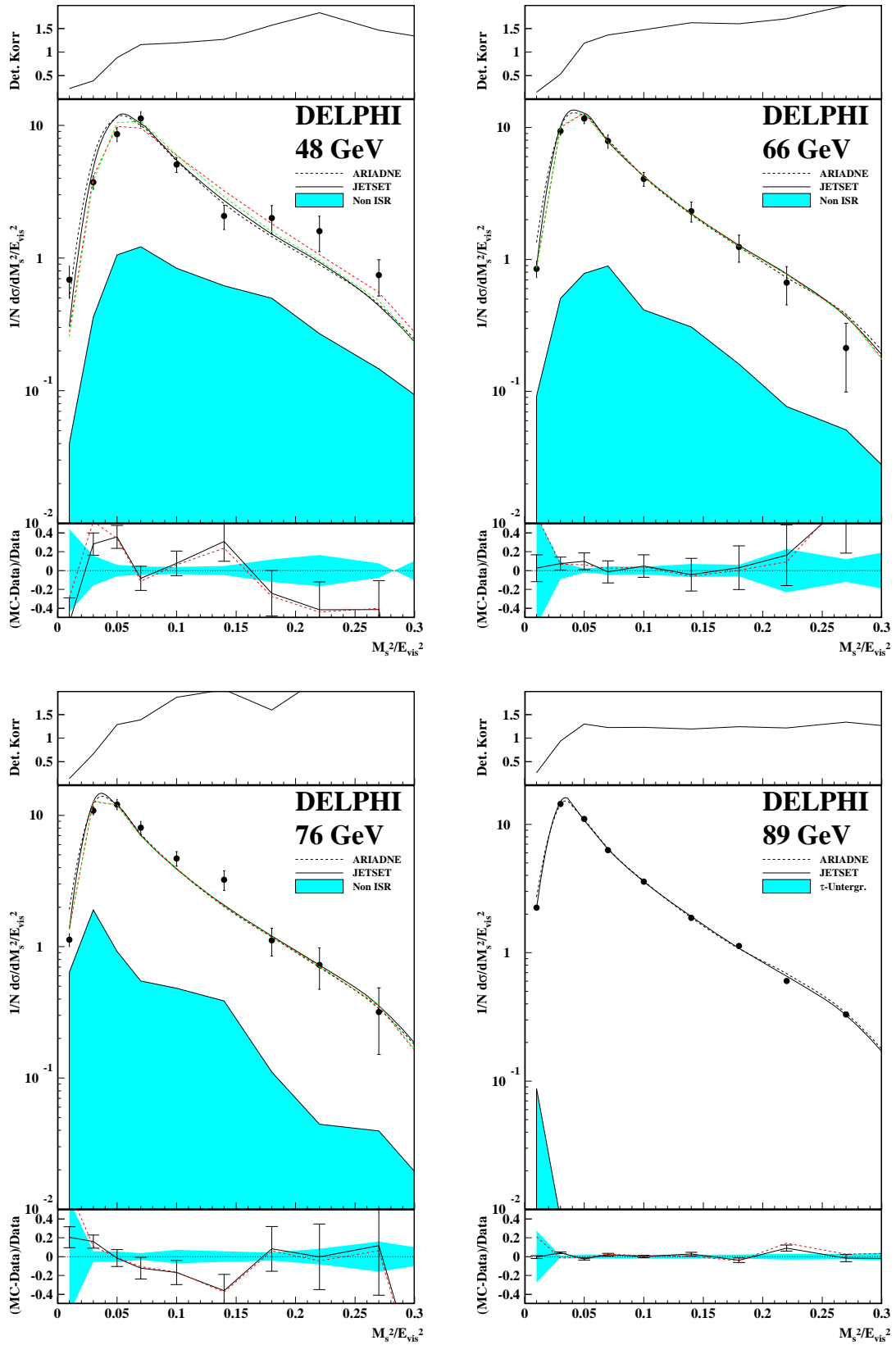


Abbildung C.67:



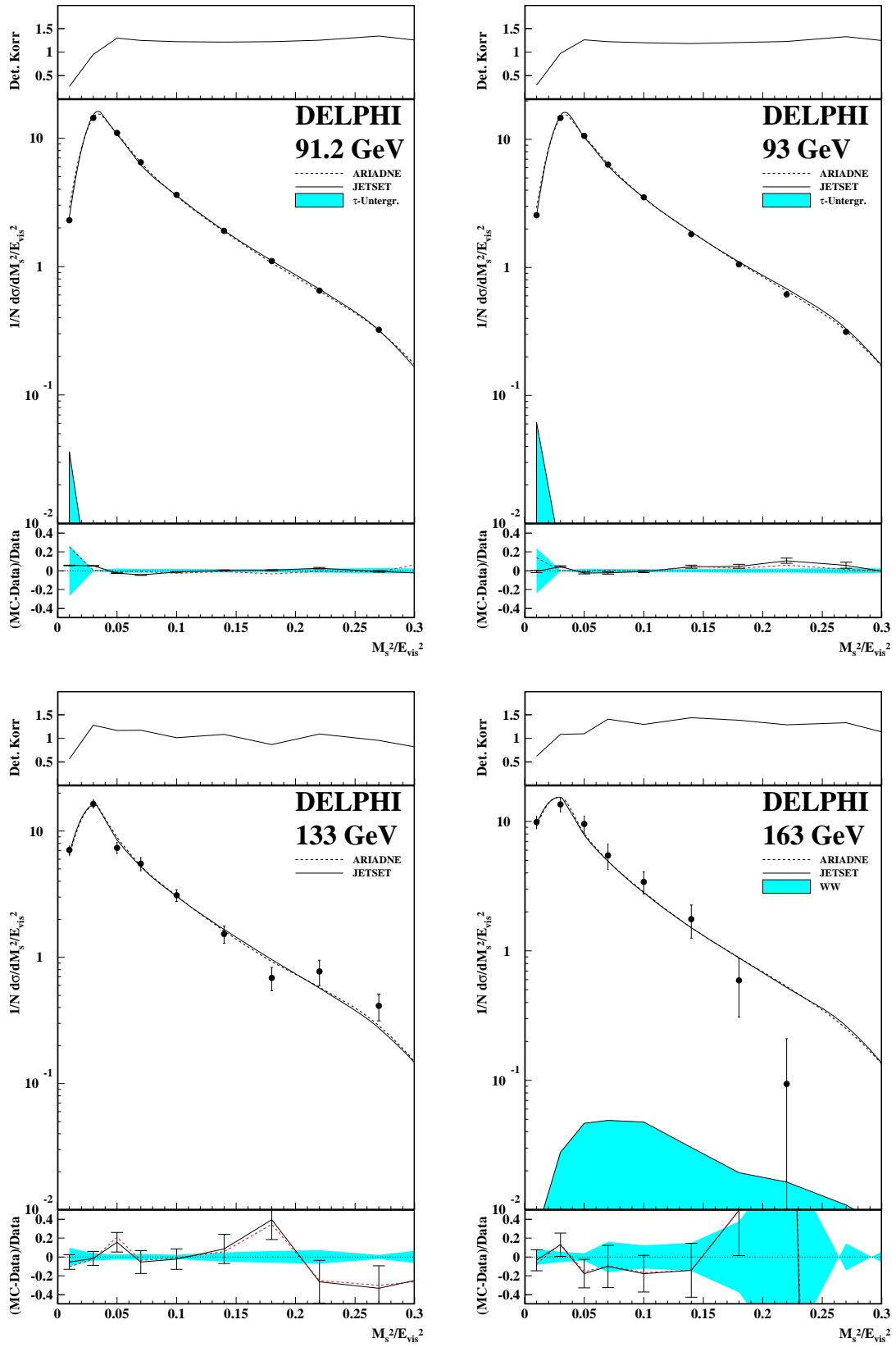


Abbildung C.68:

172ANHANG C. TABELLEN ZU MITTELWERTEN UND EREIGNISFORMVARIABLEN

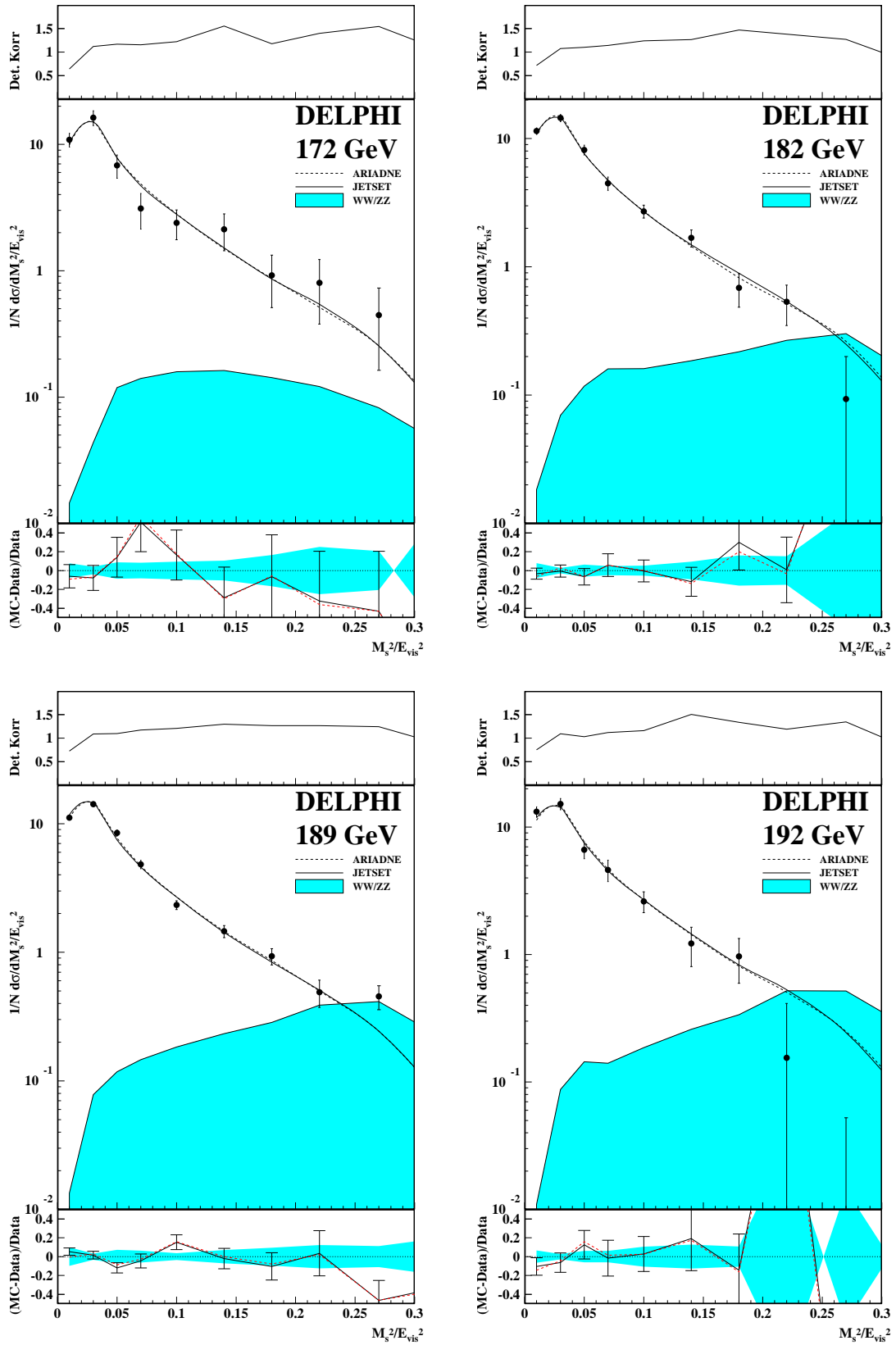


Abbildung C.69:

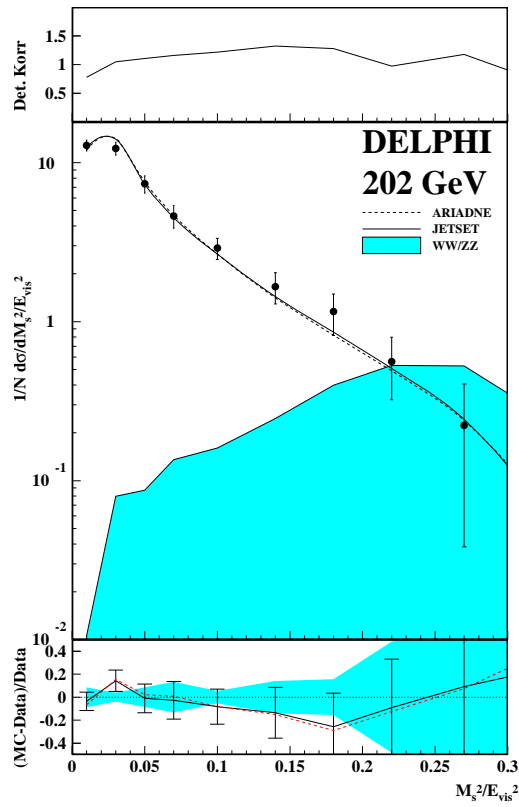
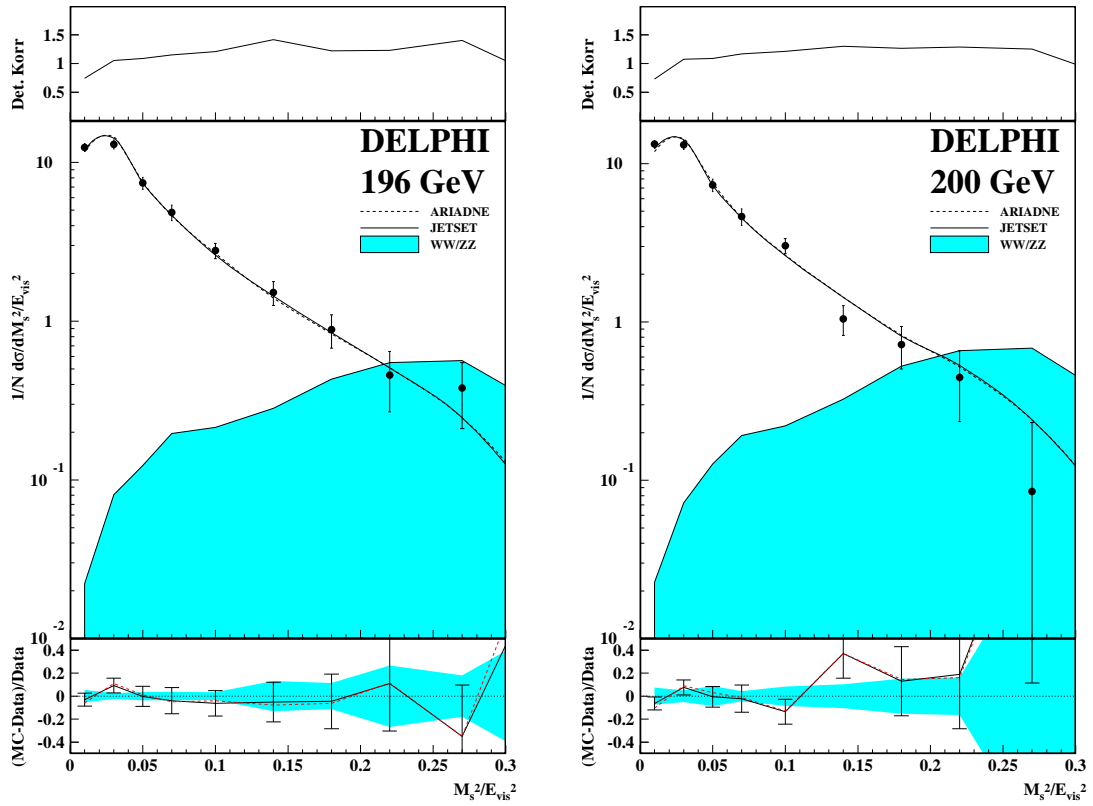


Abbildung C.70:

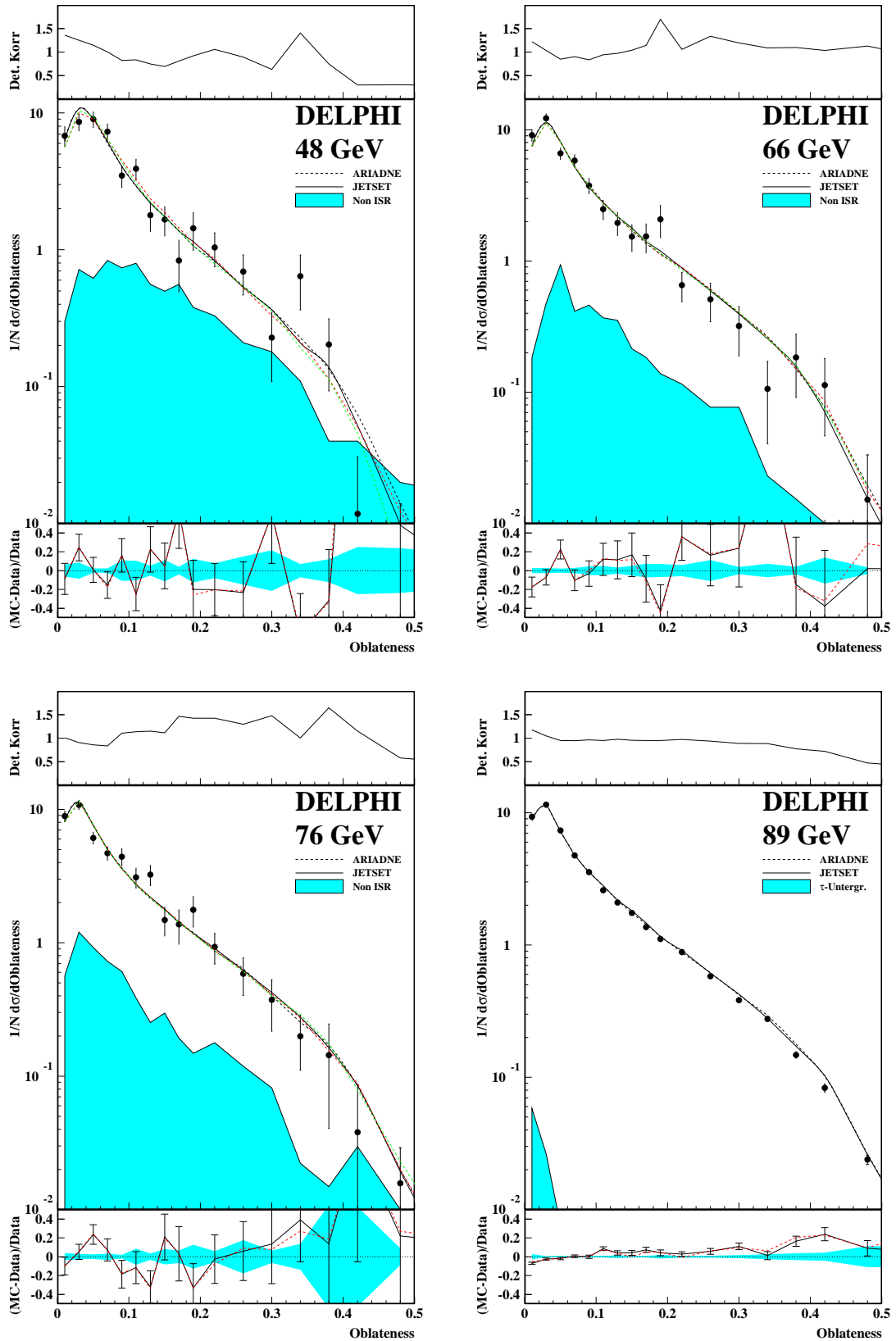


Abbildung C.71:

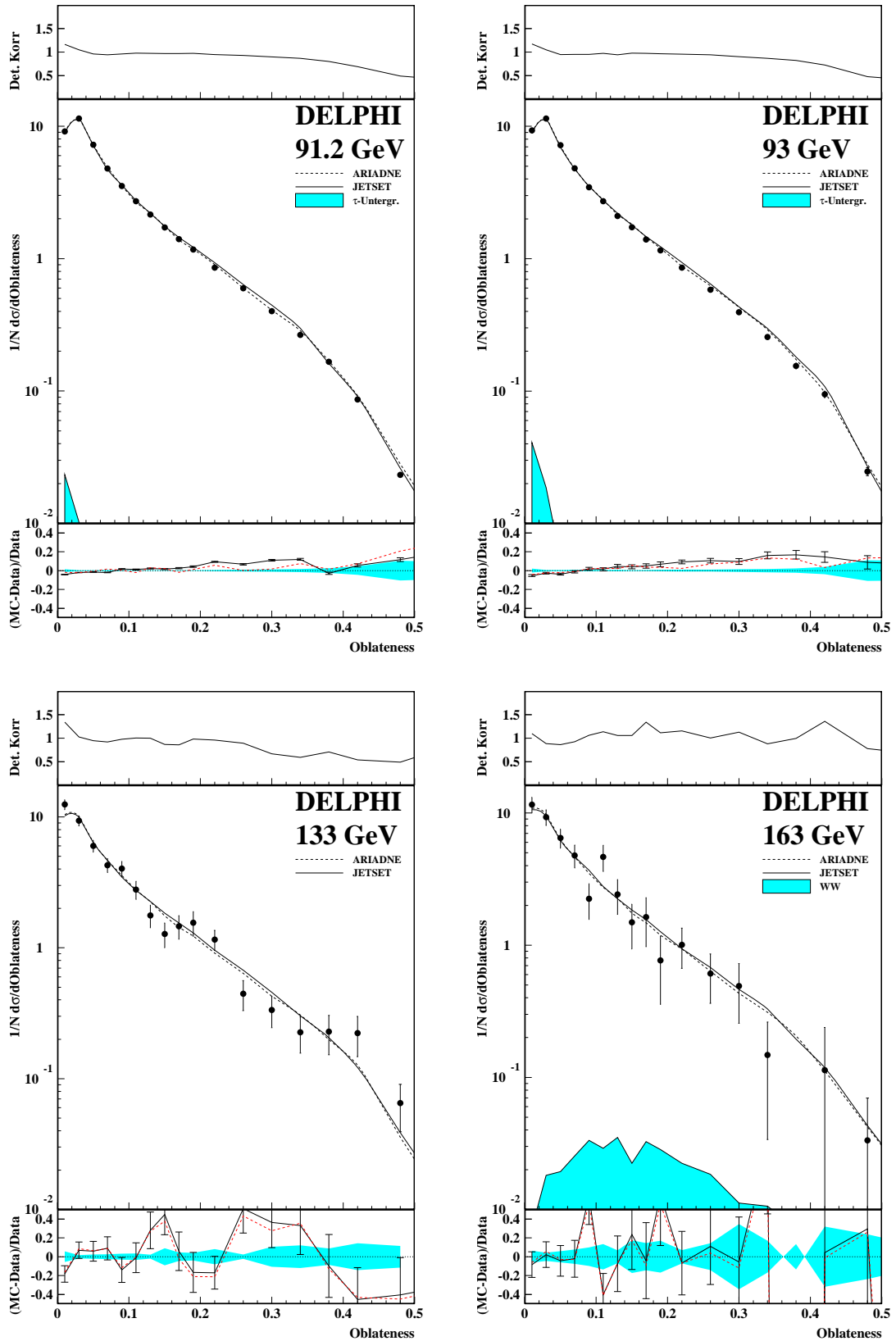


Abbildung C.72:

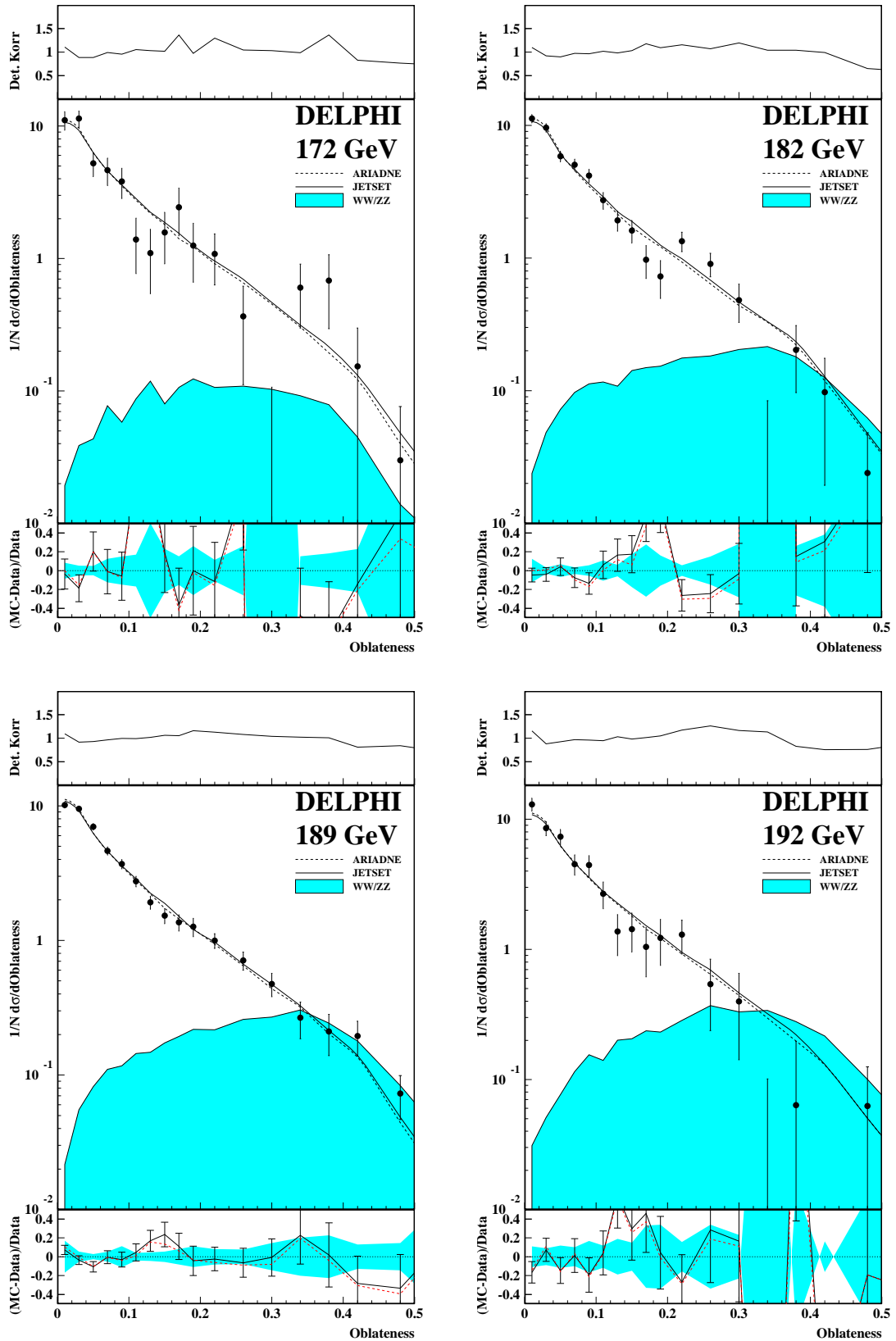


Abbildung C.73:

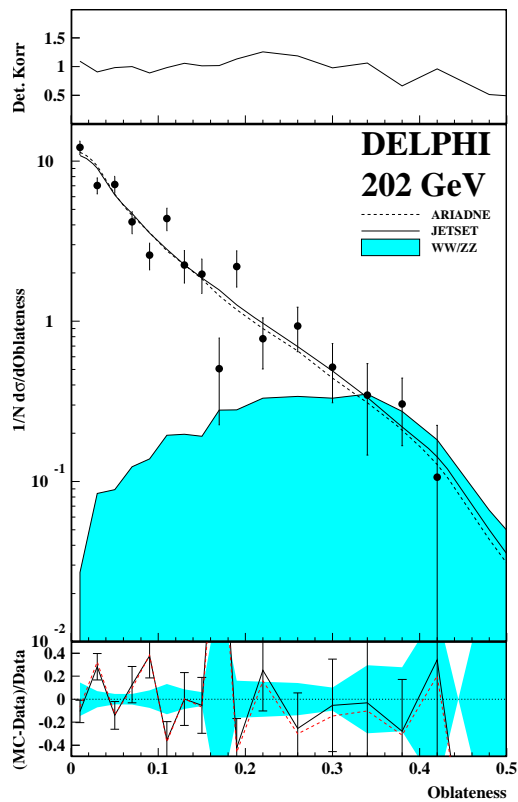
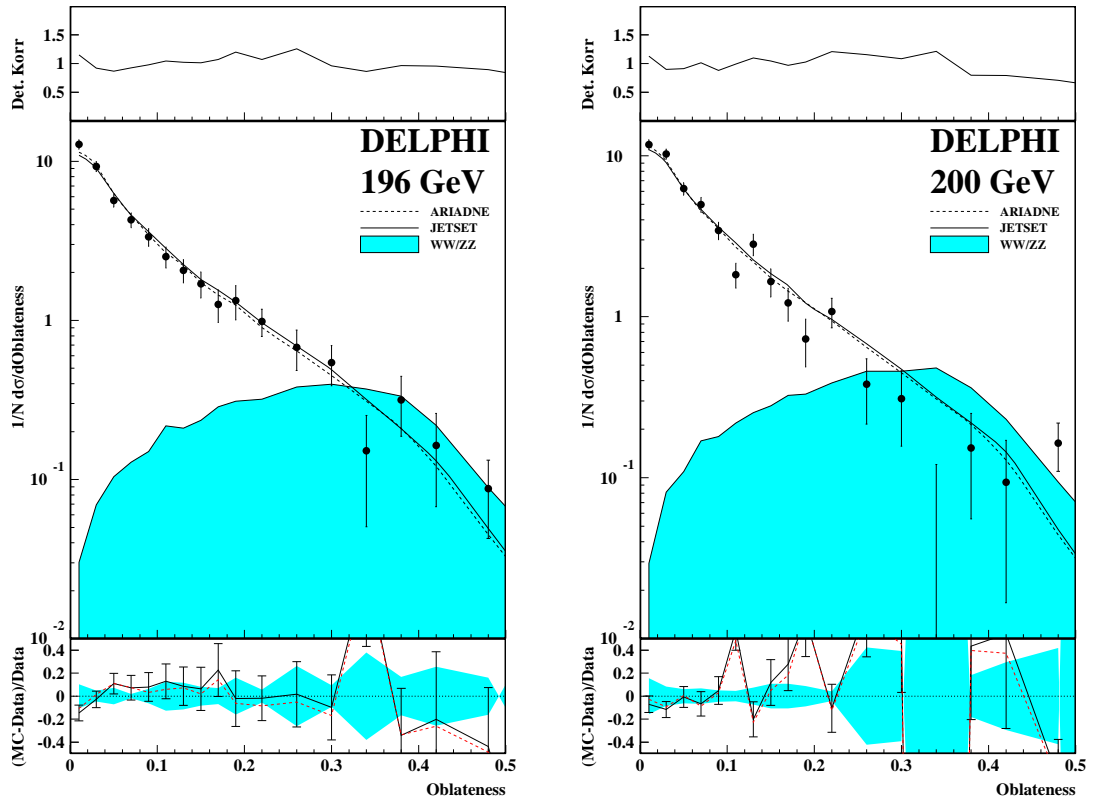


Abbildung C.74:

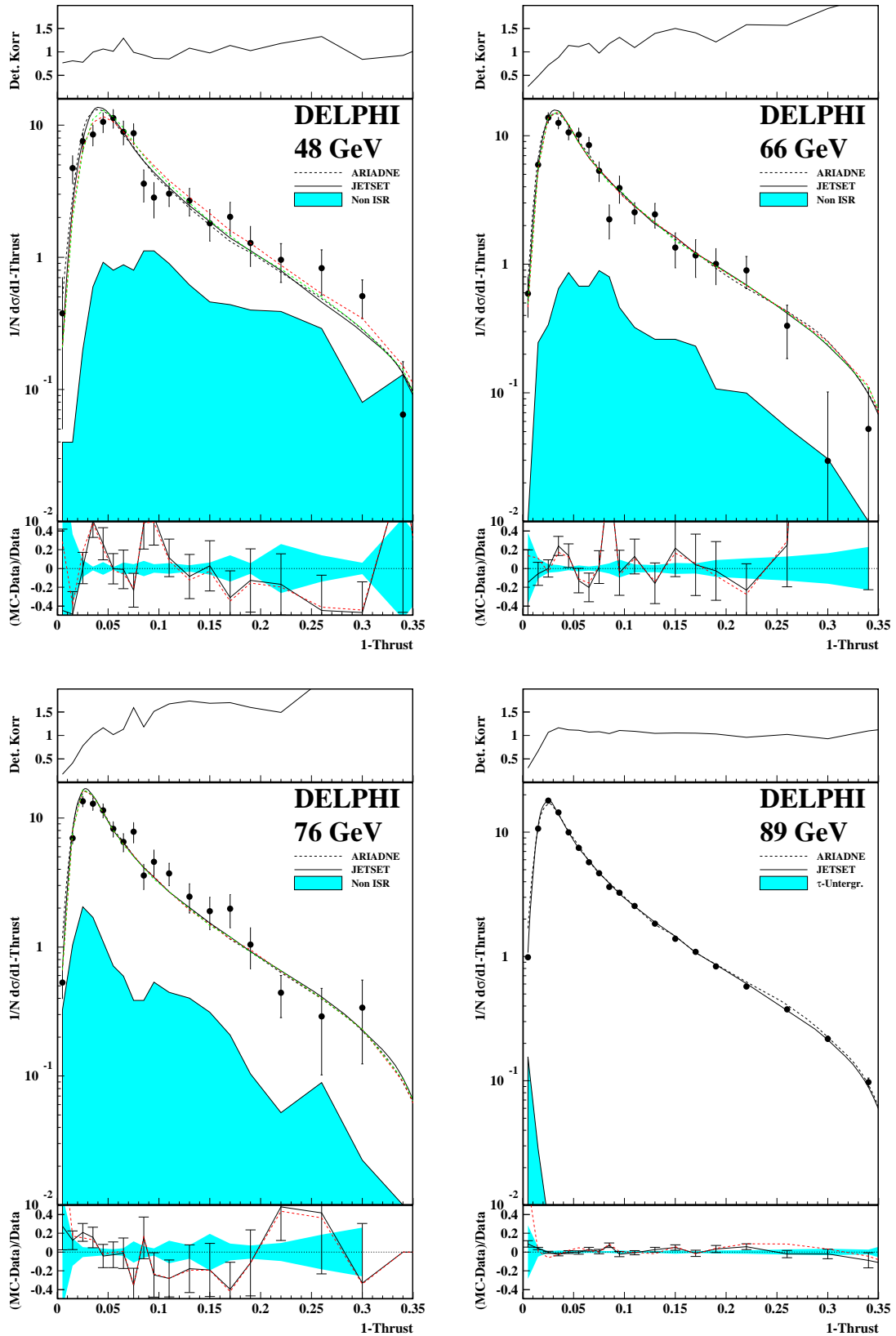


Abbildung C.75:



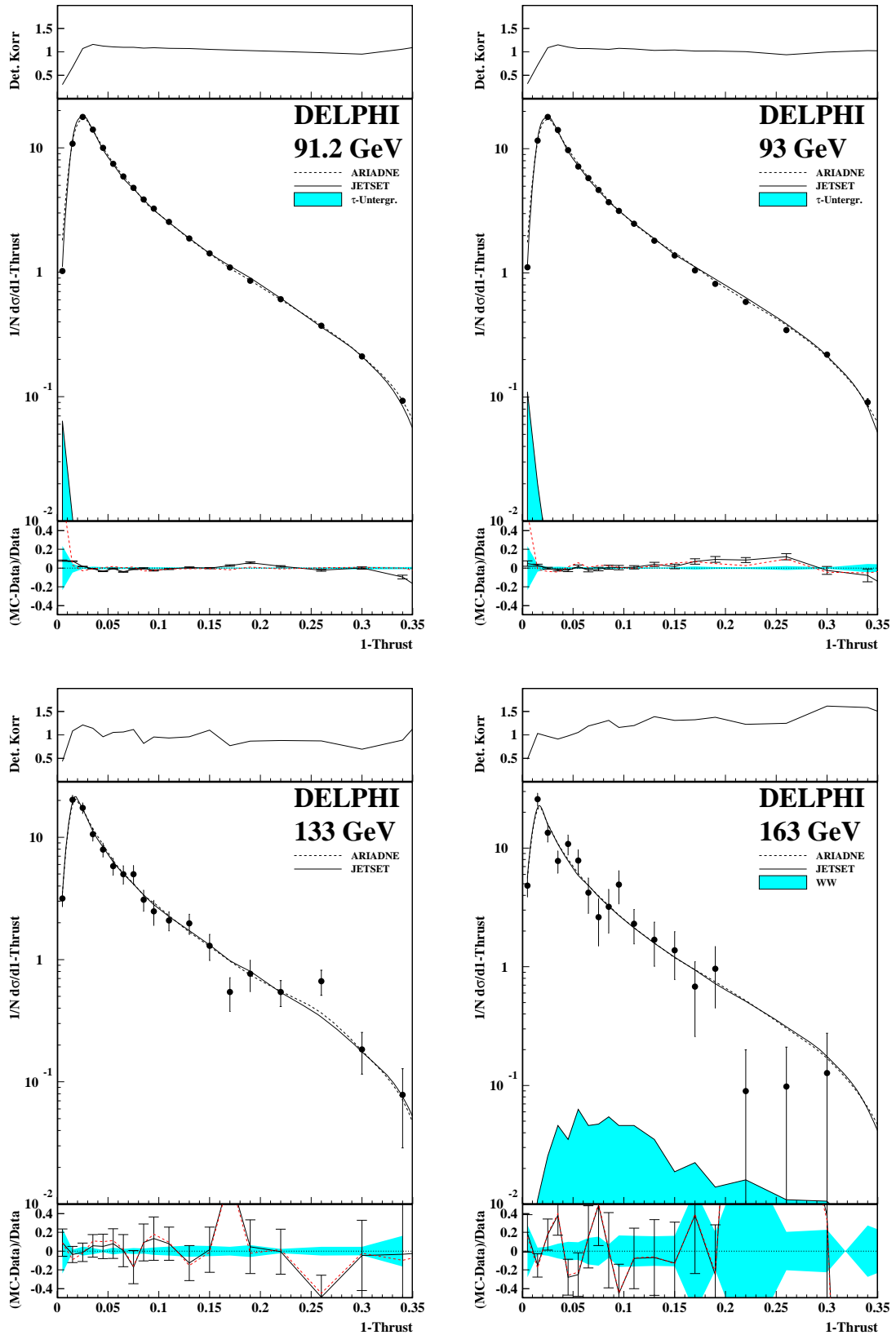


Abbildung C.76:

180 ANHANG C. TABELLEN ZU MITTELWERTEN UND EREIGNISFORMVARIABLEN

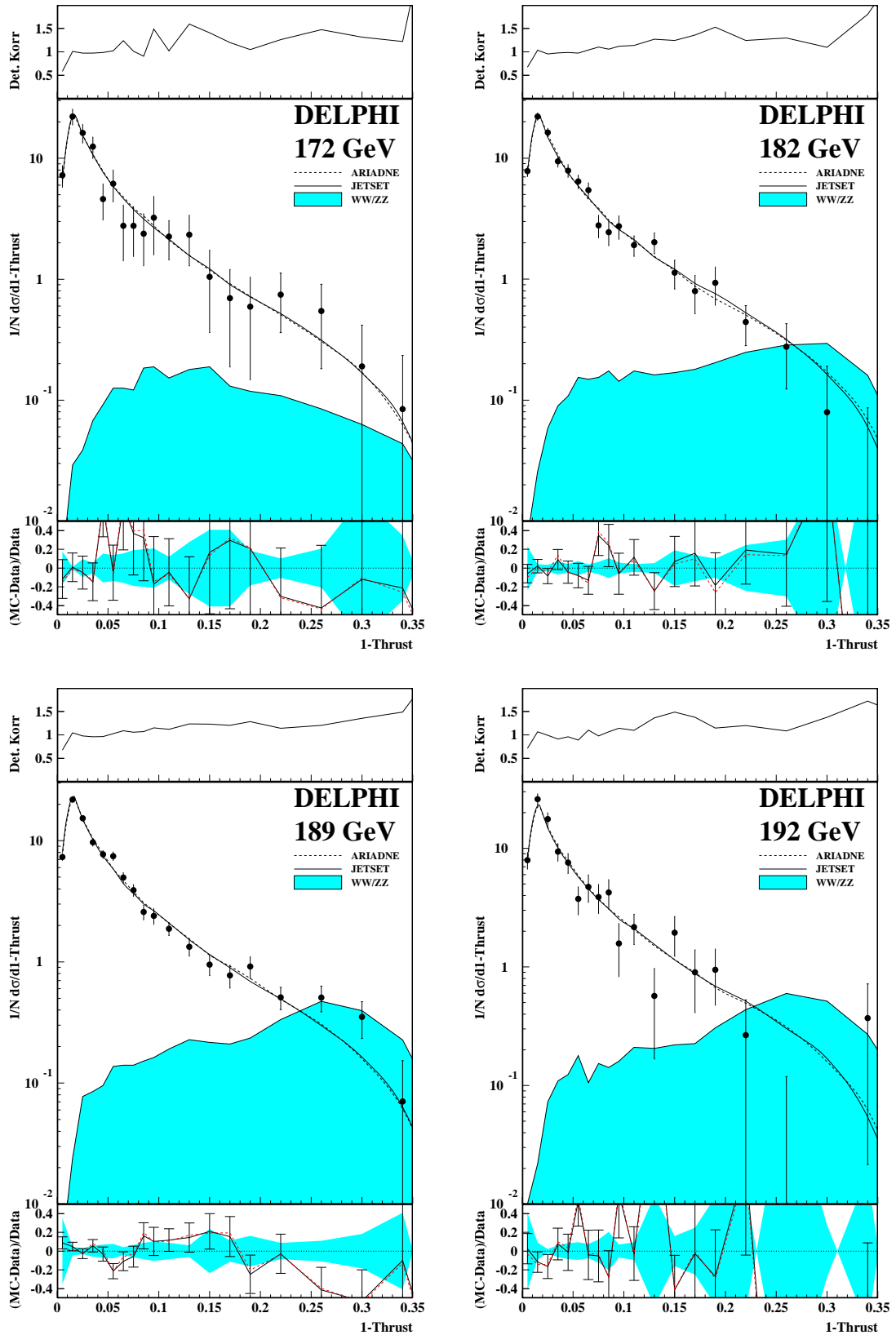


Abbildung C.77:

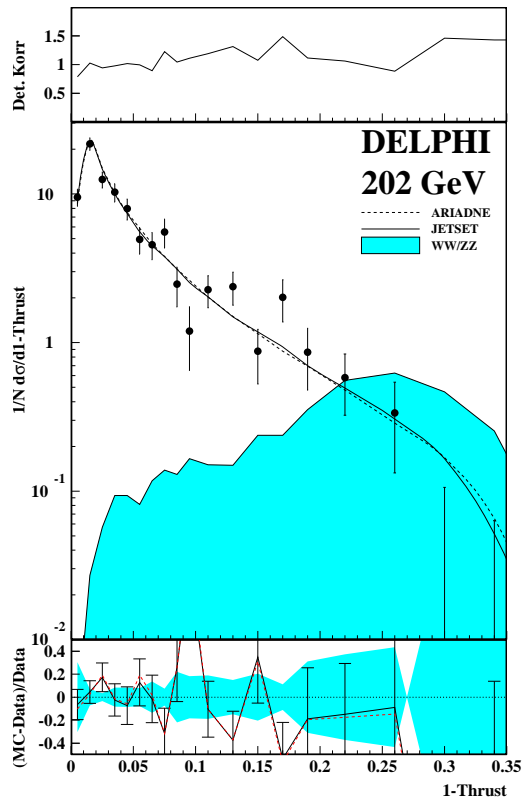
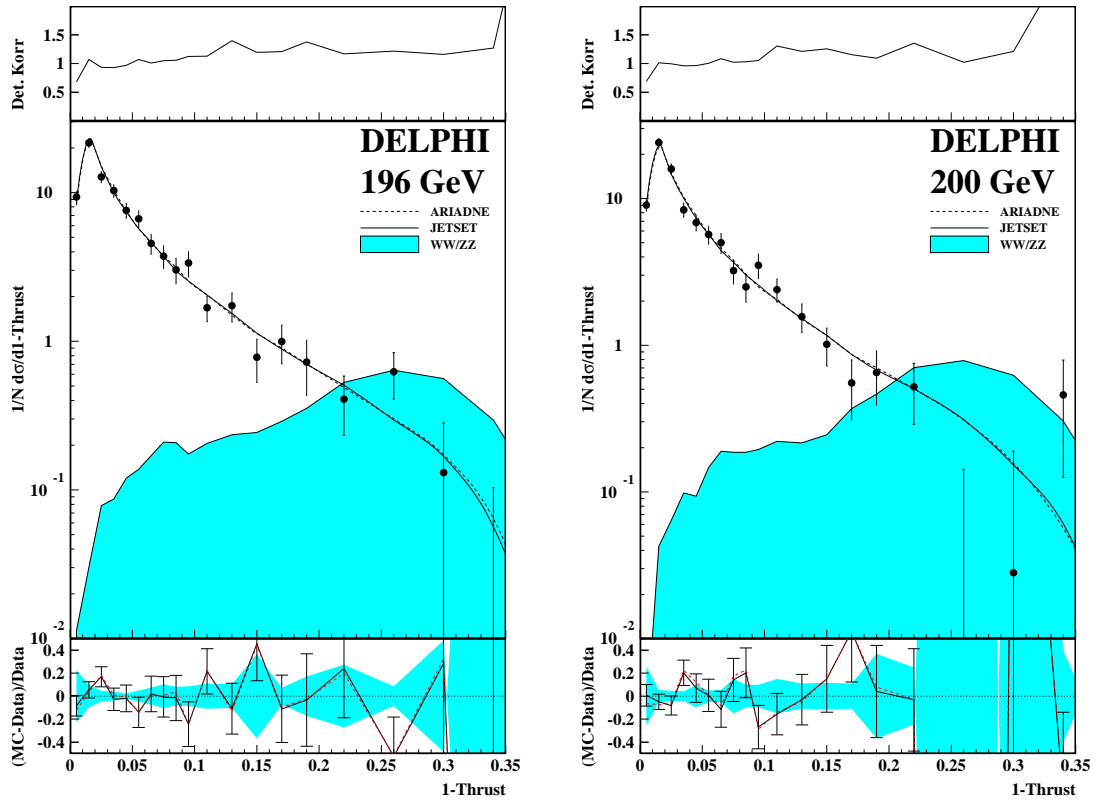


Abbildung C.78:

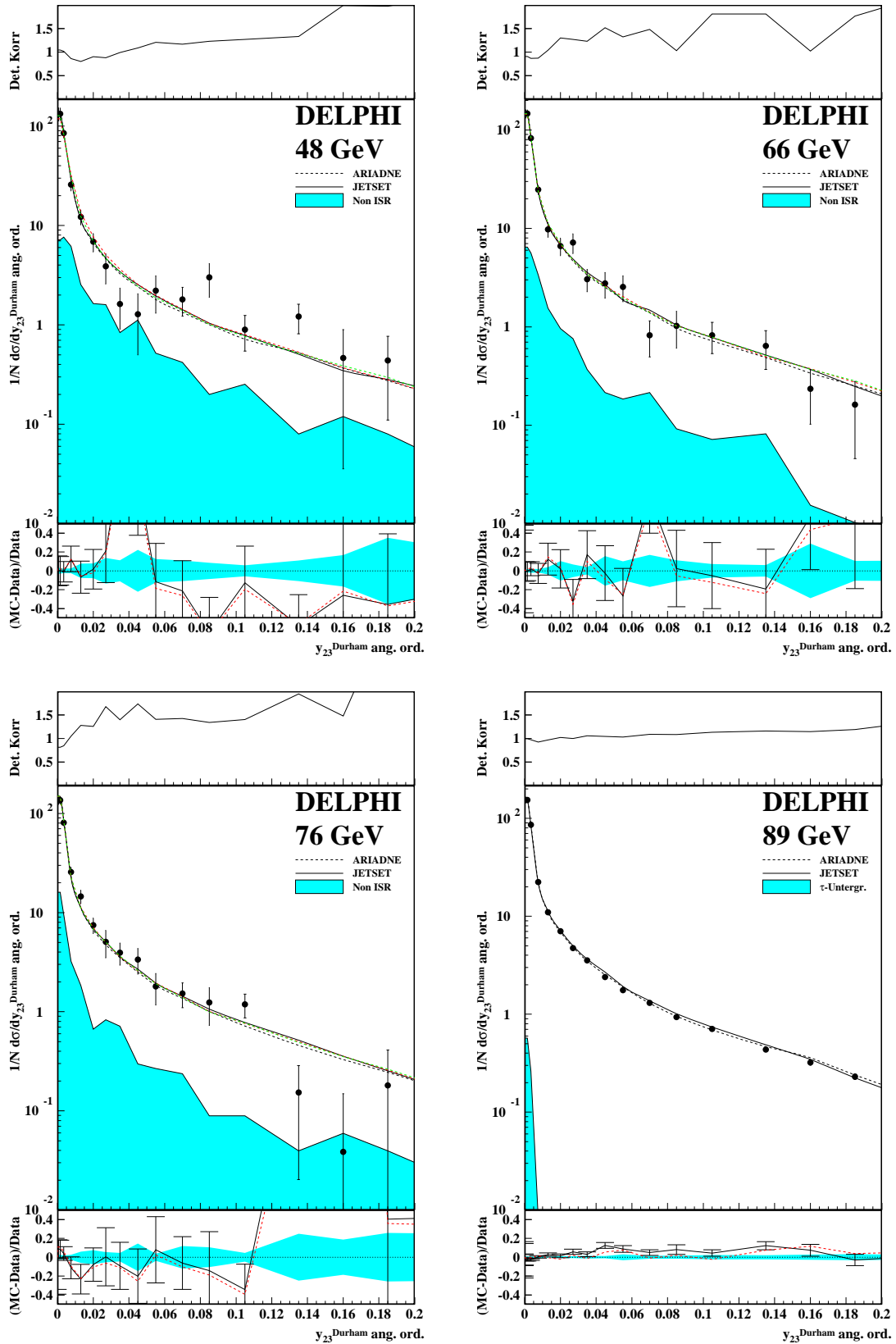


Abbildung C.79:

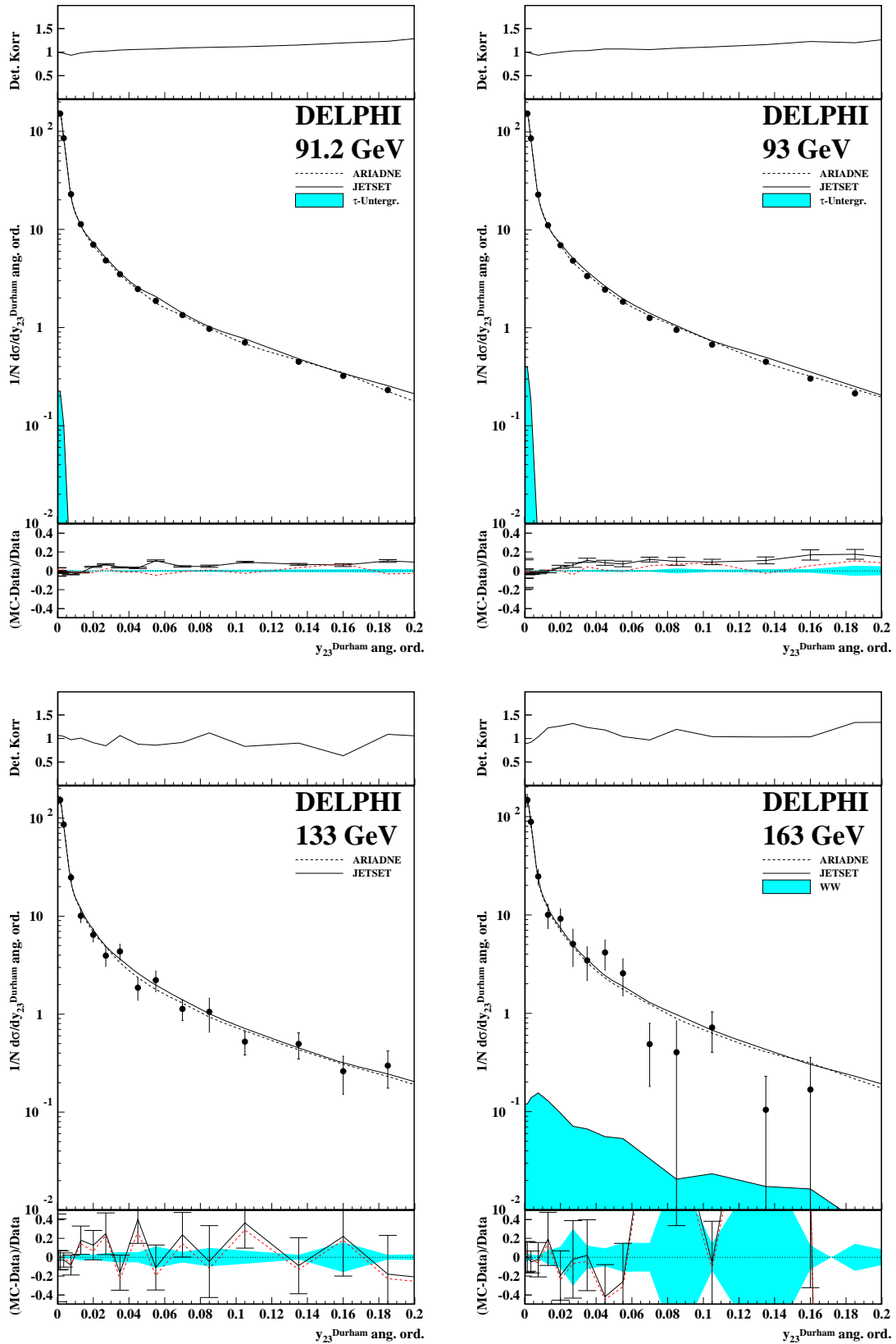


Abbildung C.80:

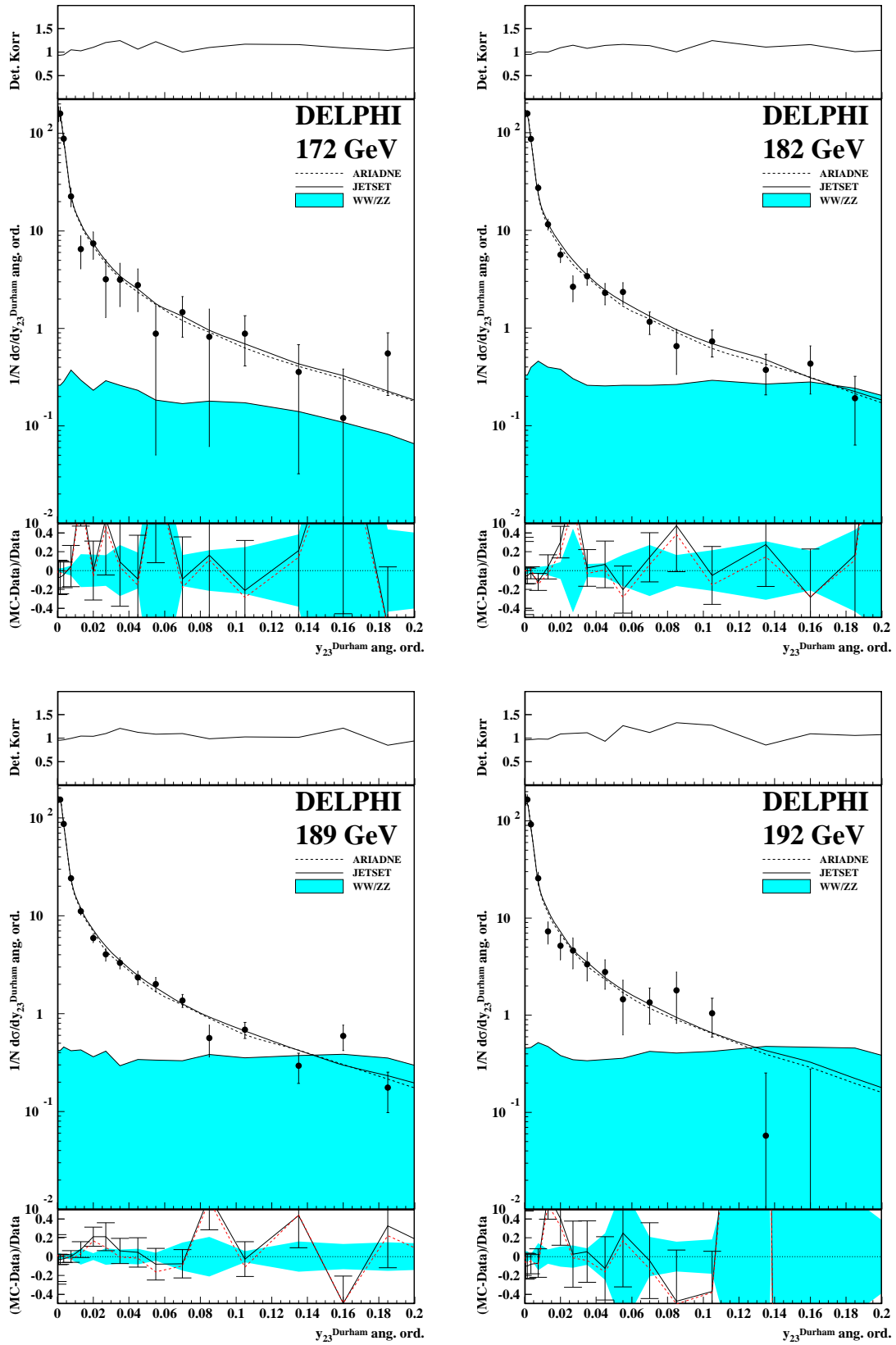


Abbildung C.81:

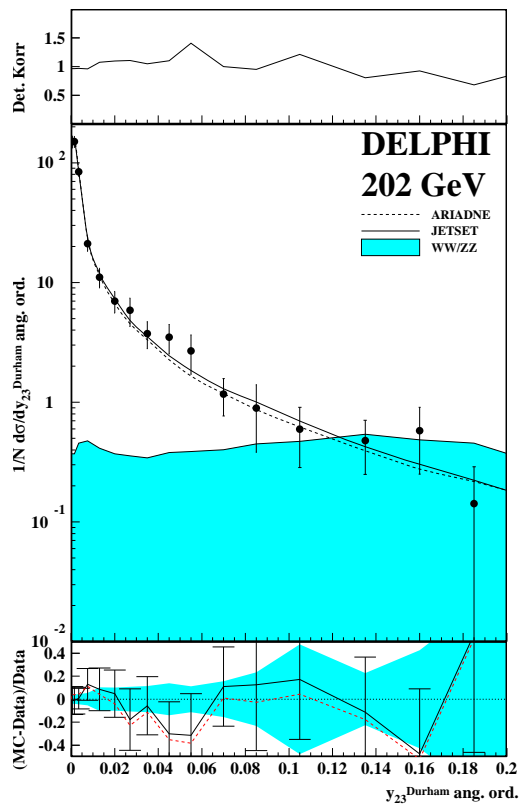
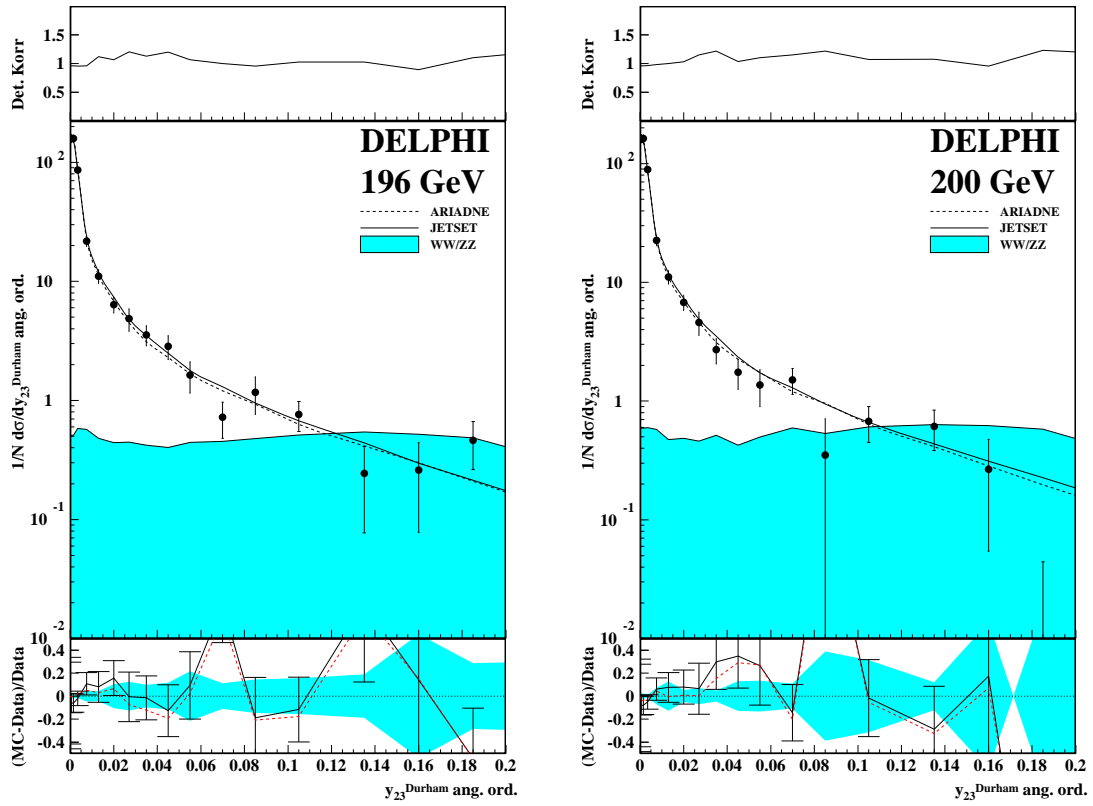


Abbildung C.82:

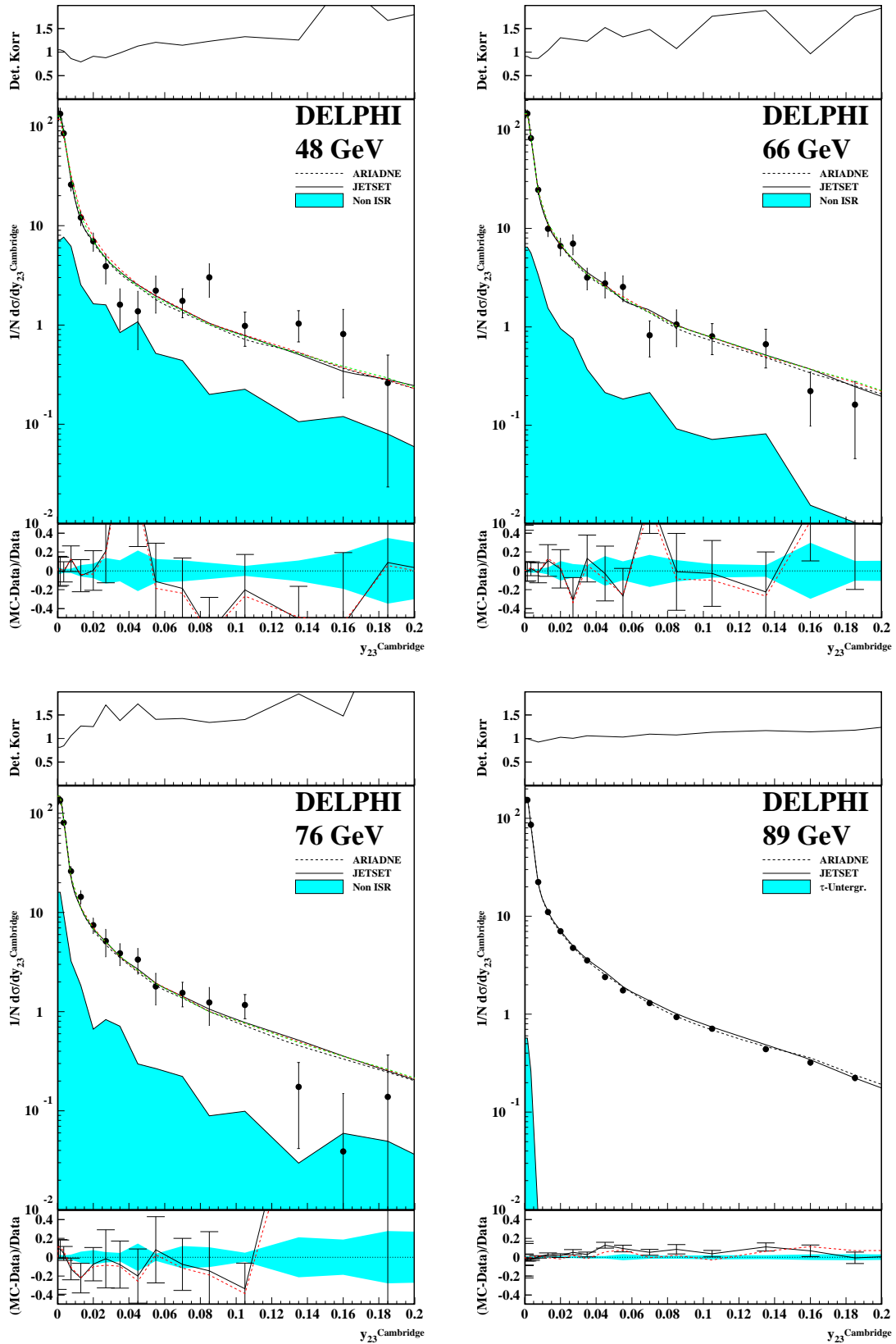


Abbildung C.83:



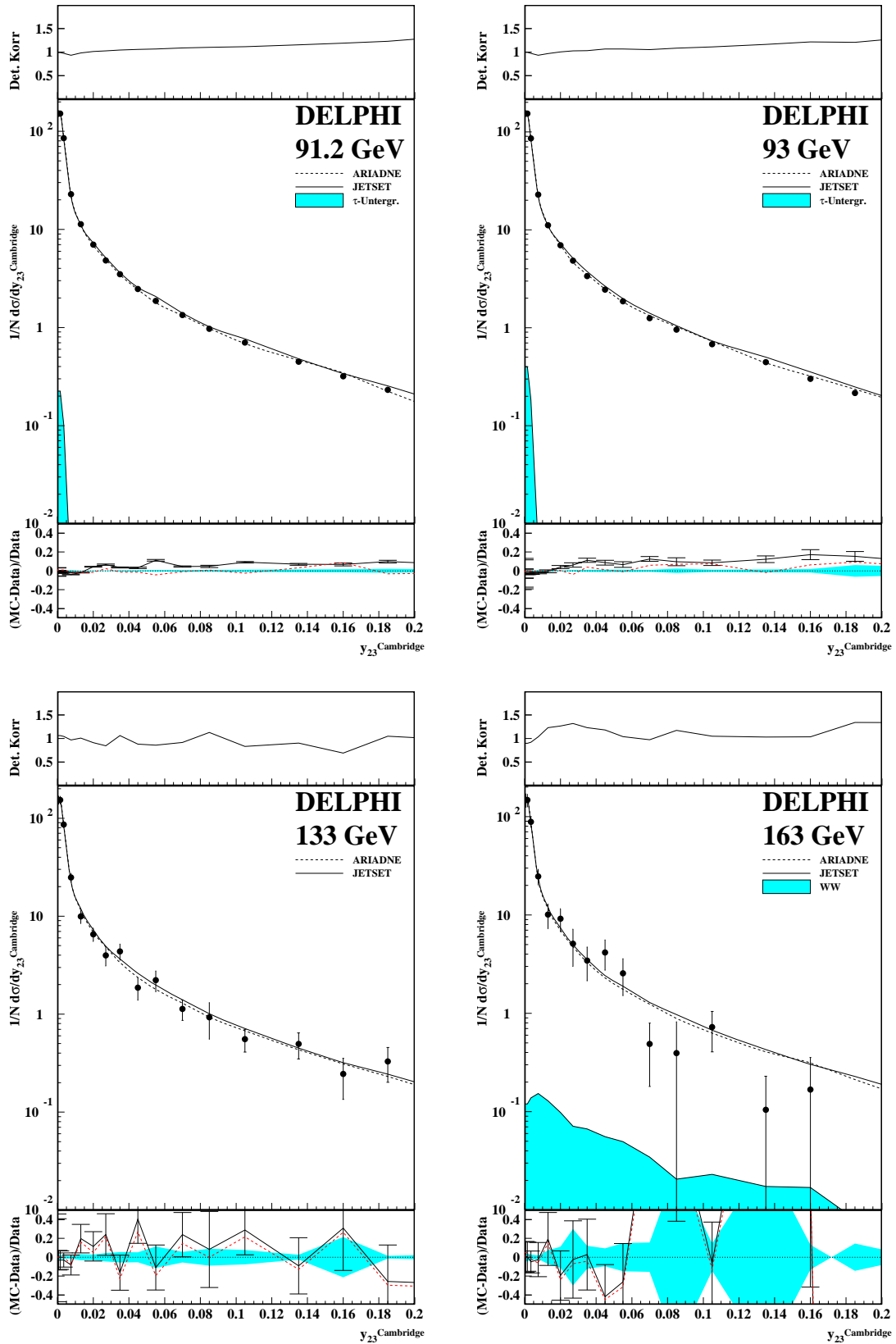


Abbildung C.84:

188 ANHANG C. TABELLEN ZU MITTELWERTEN UND EREIGNISFORMVARIABLEN

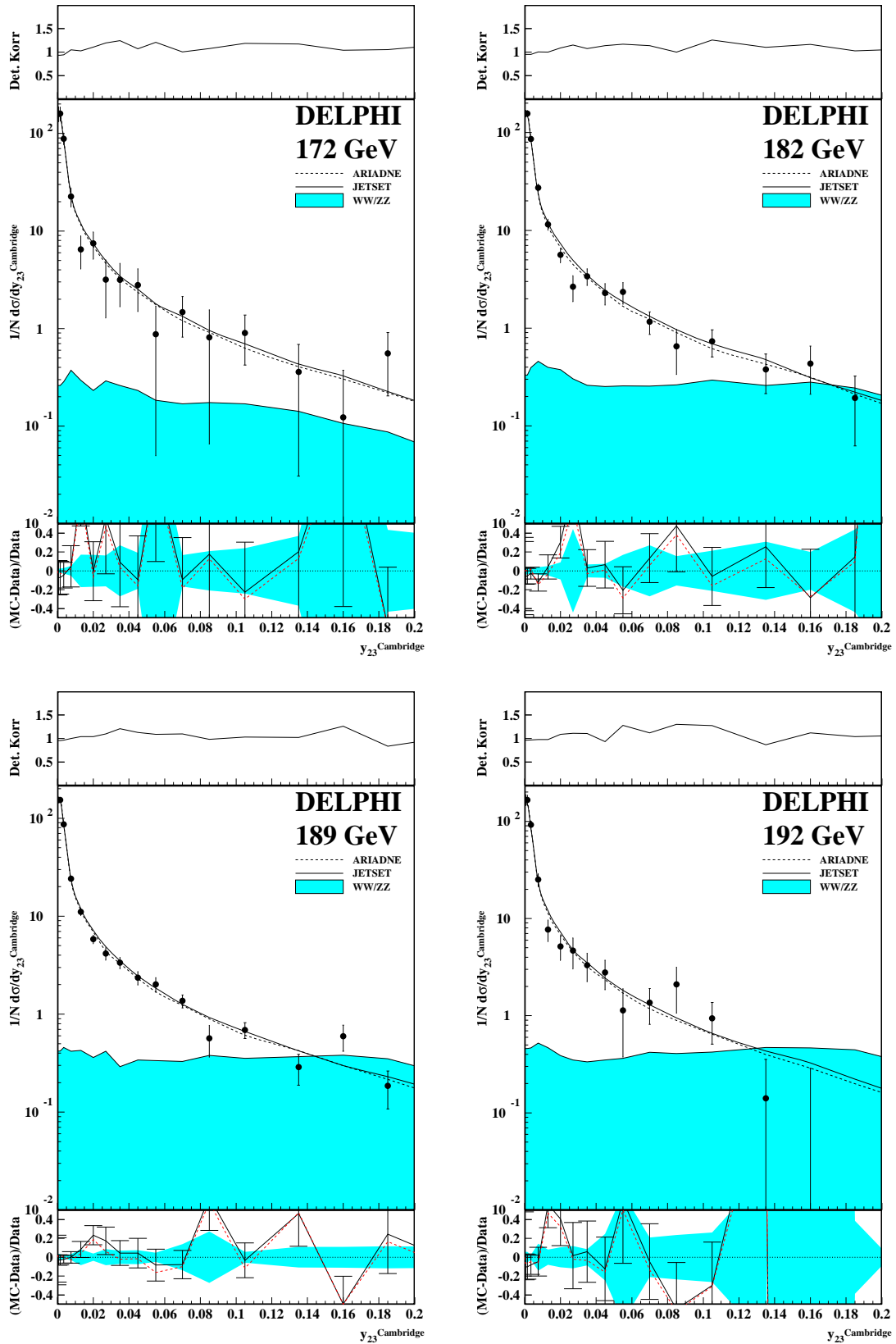


Abbildung C.85:

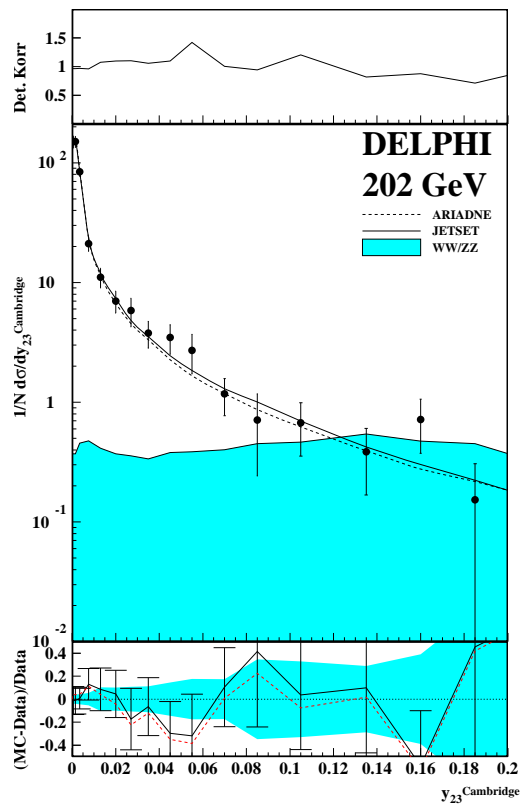
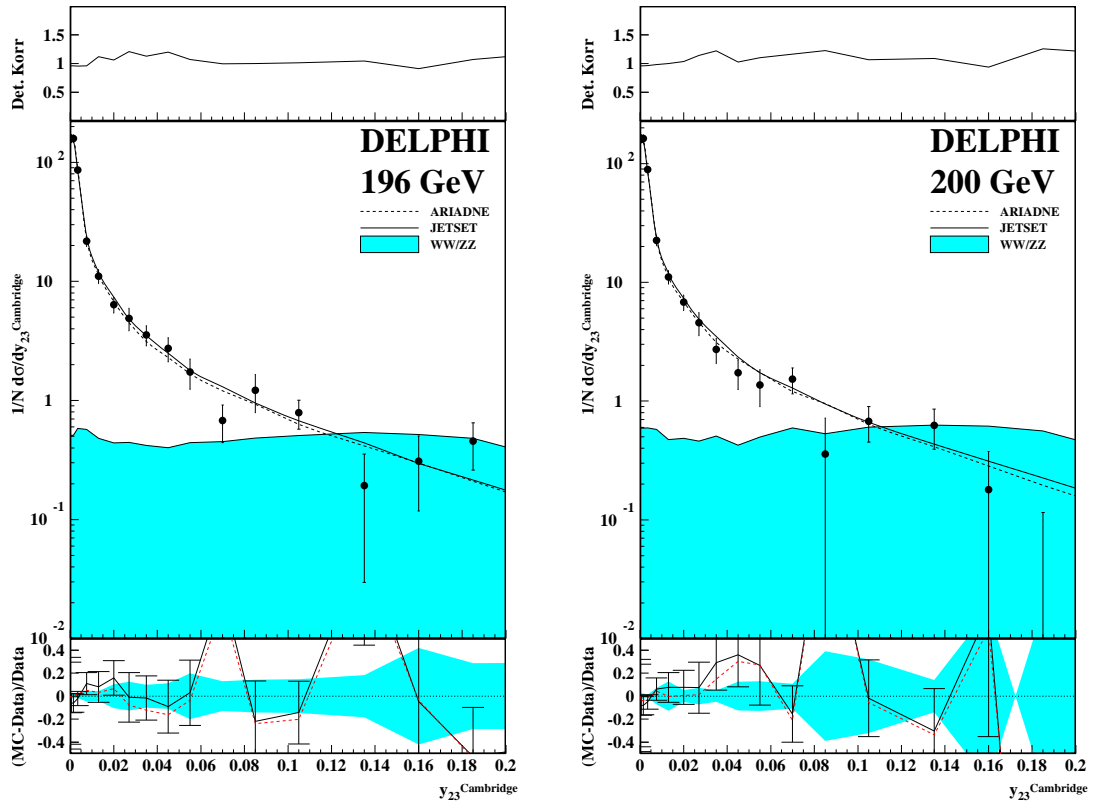


Abbildung C.86:

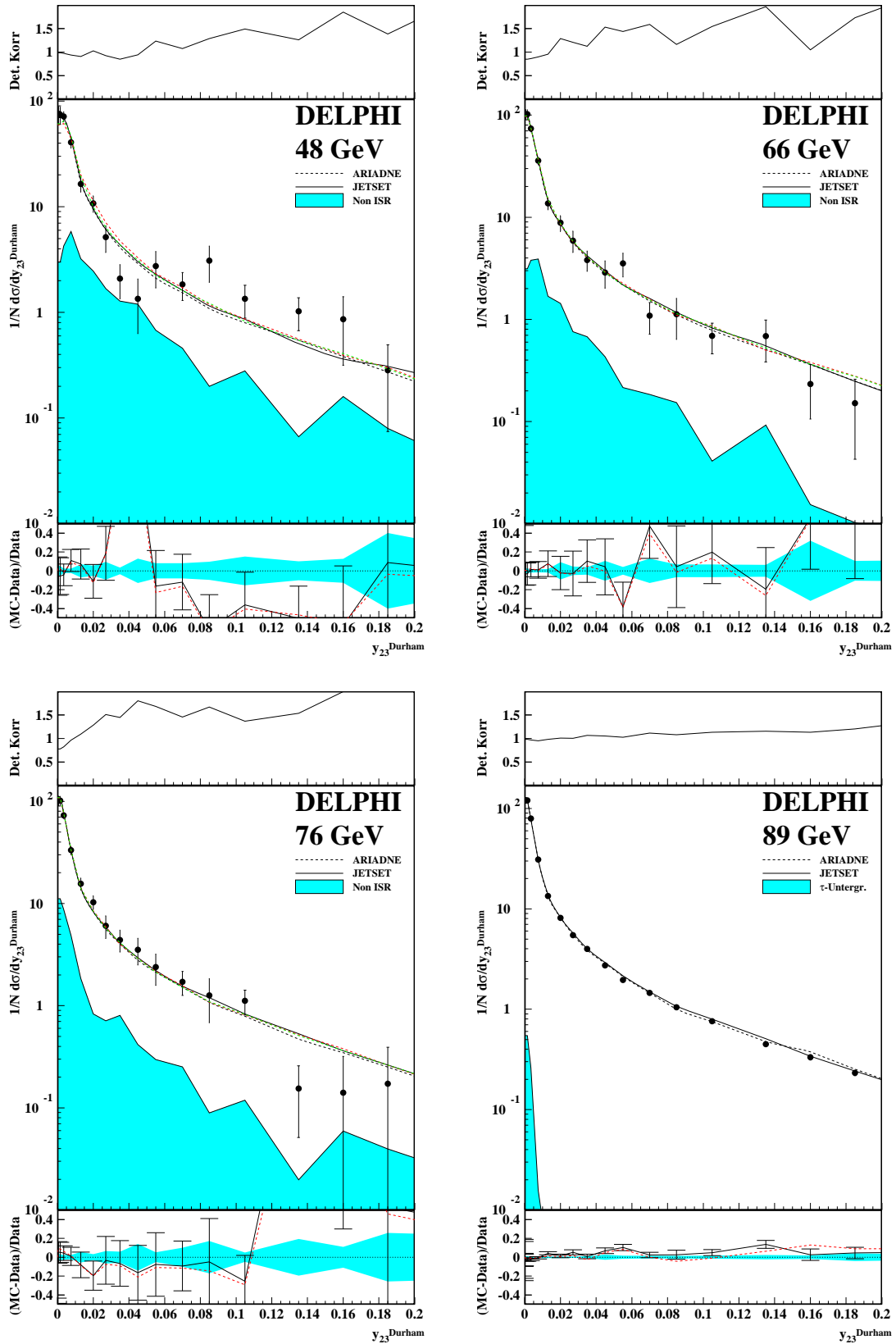


Abbildung C.87:

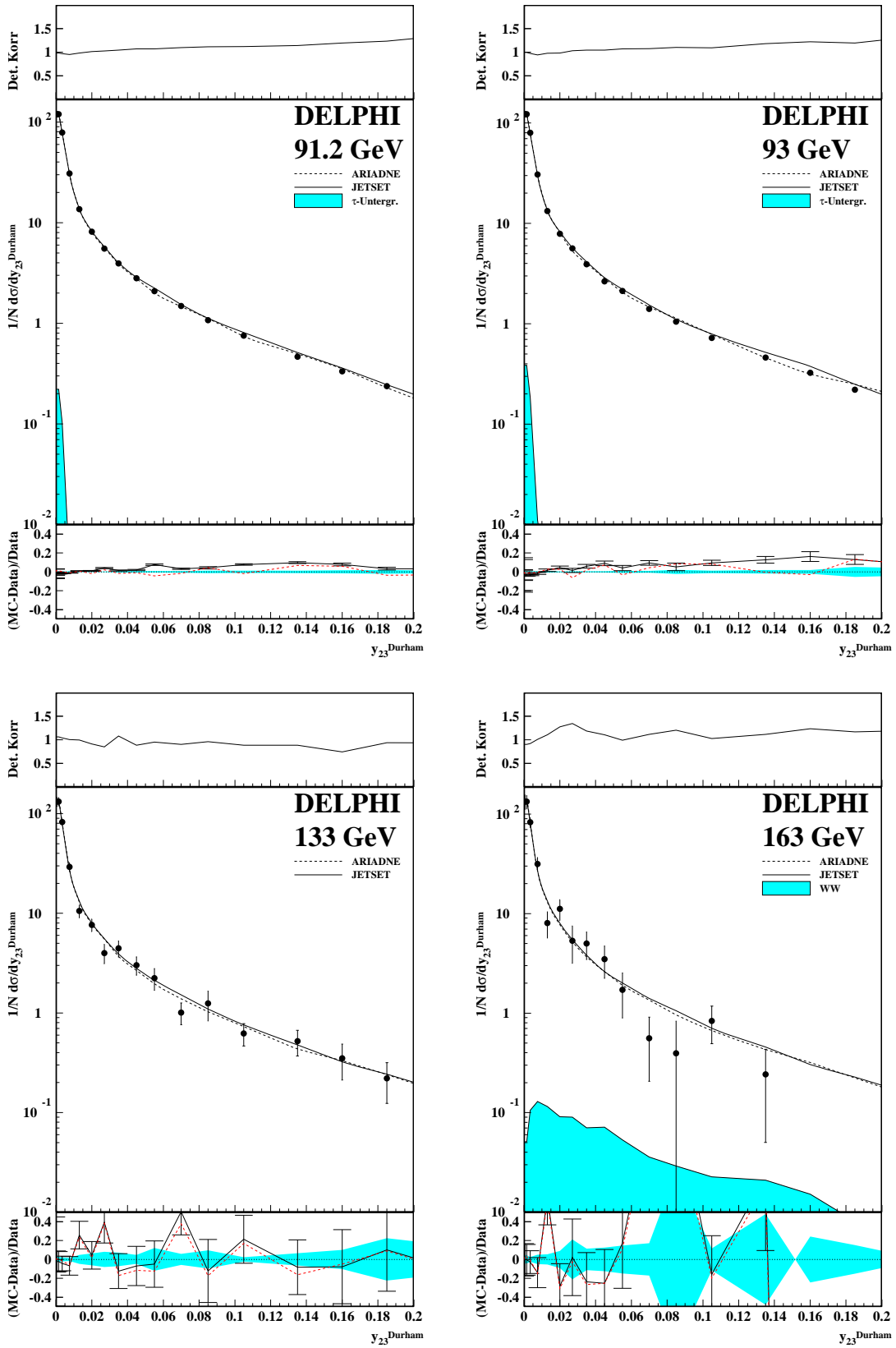


Abbildung C.88:

192 ANHANG C. TABELLEN ZU MITTELWERTEN UND EREIGNISFORMVARIABLEN

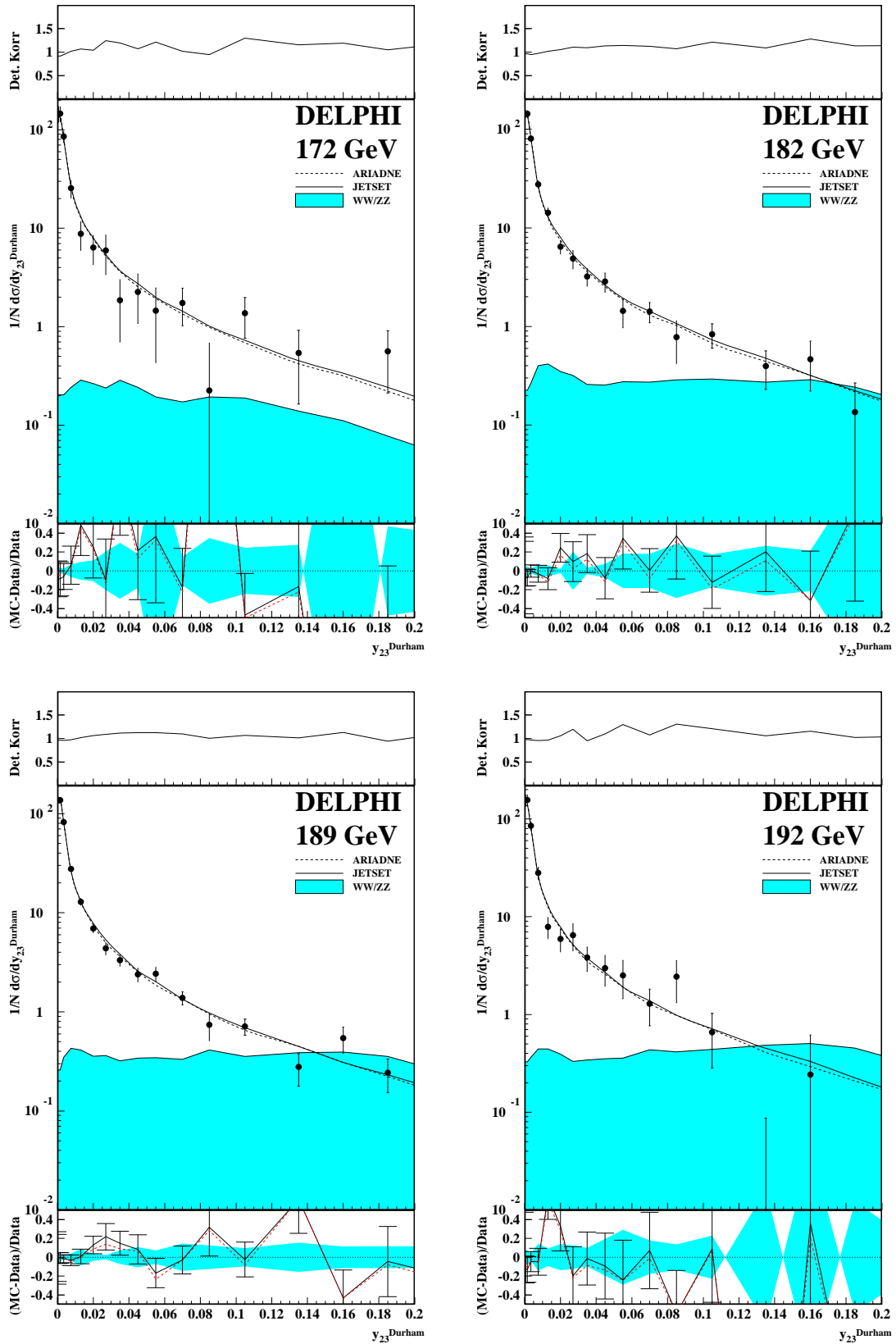


Abbildung C.89:

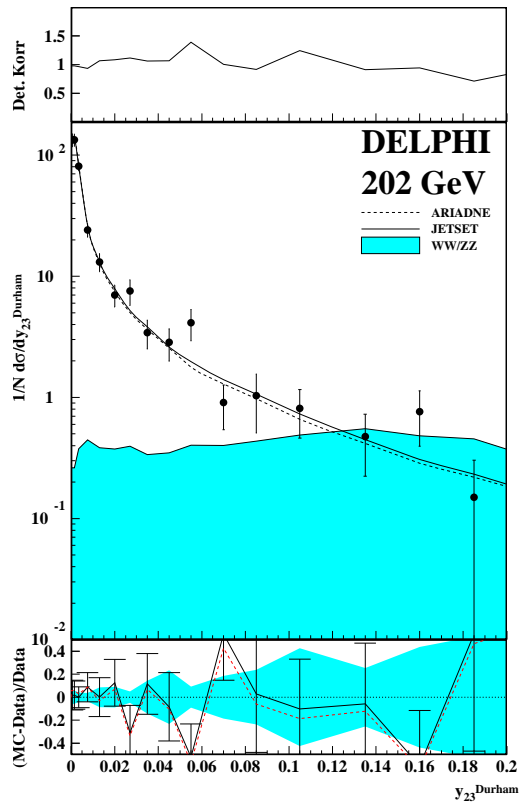
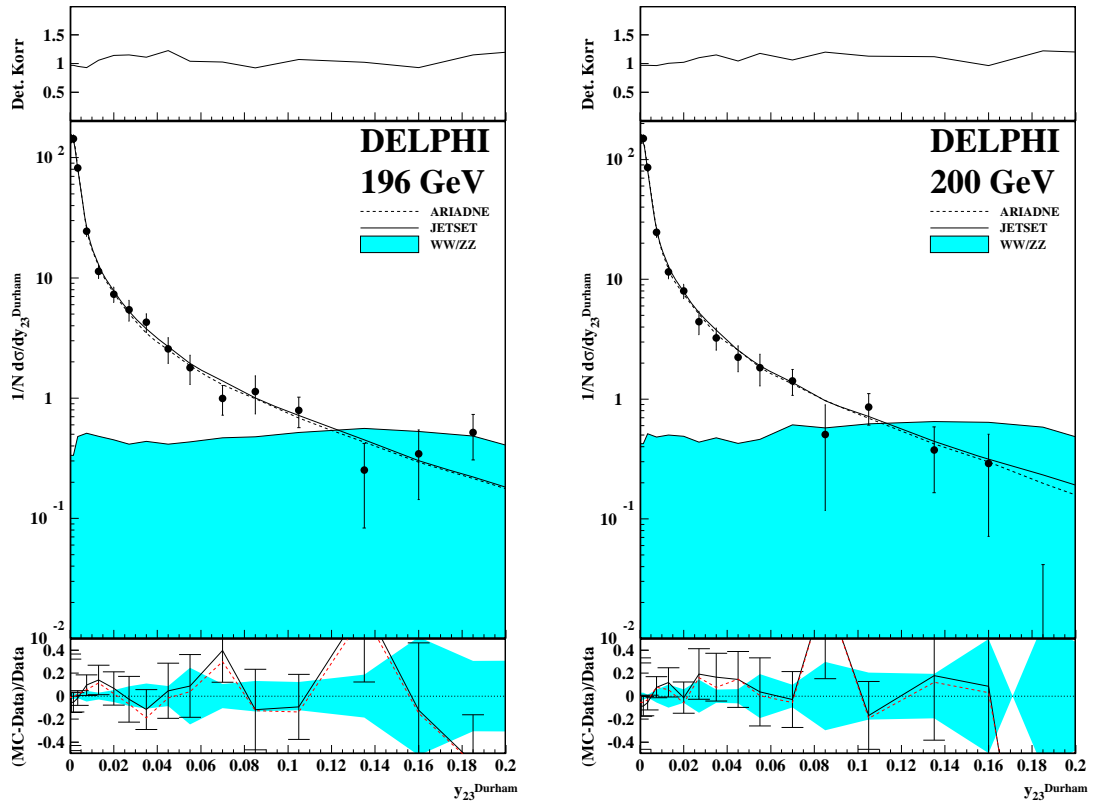


Abbildung C.90:

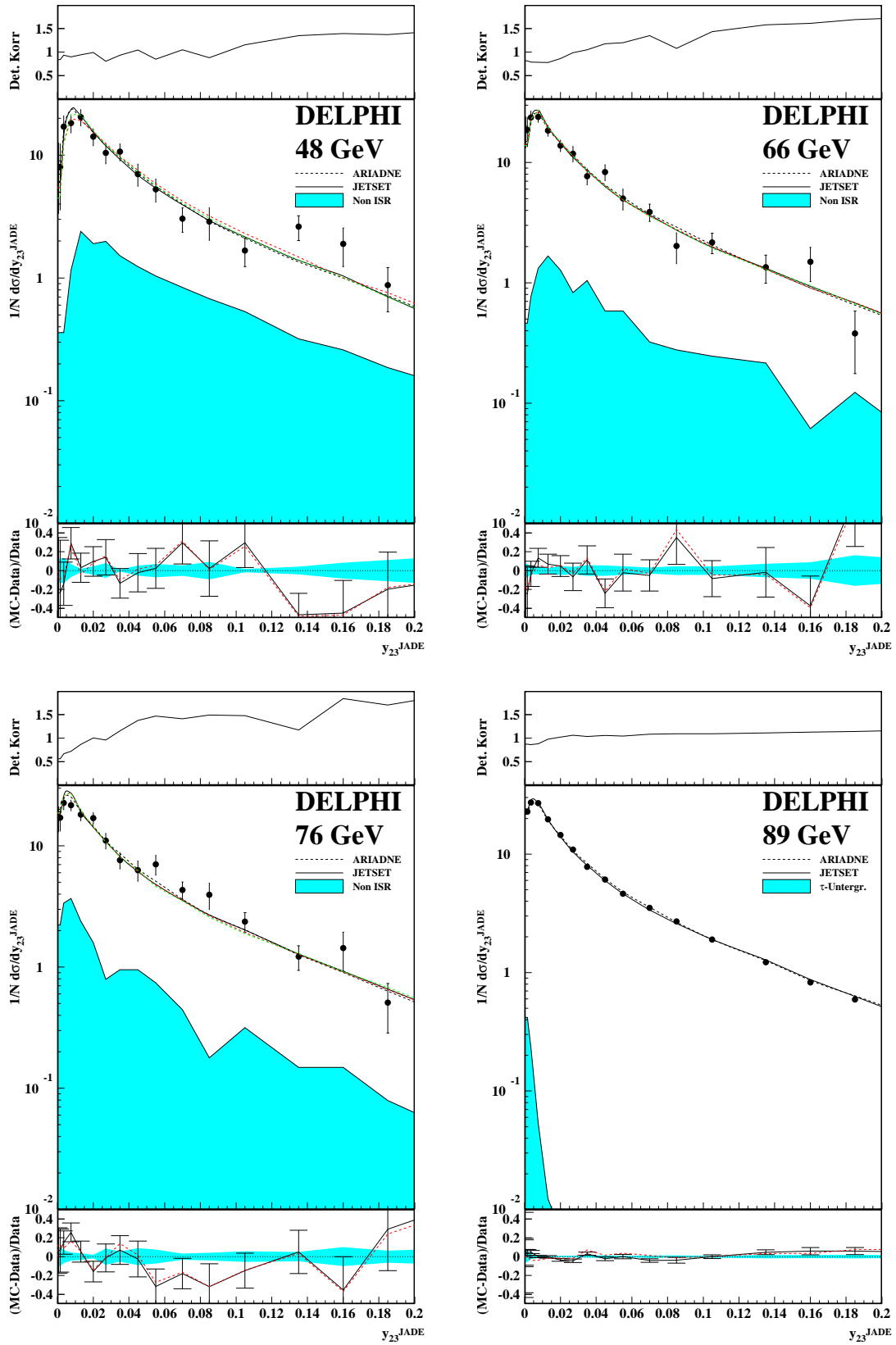


Abbildung C.91:



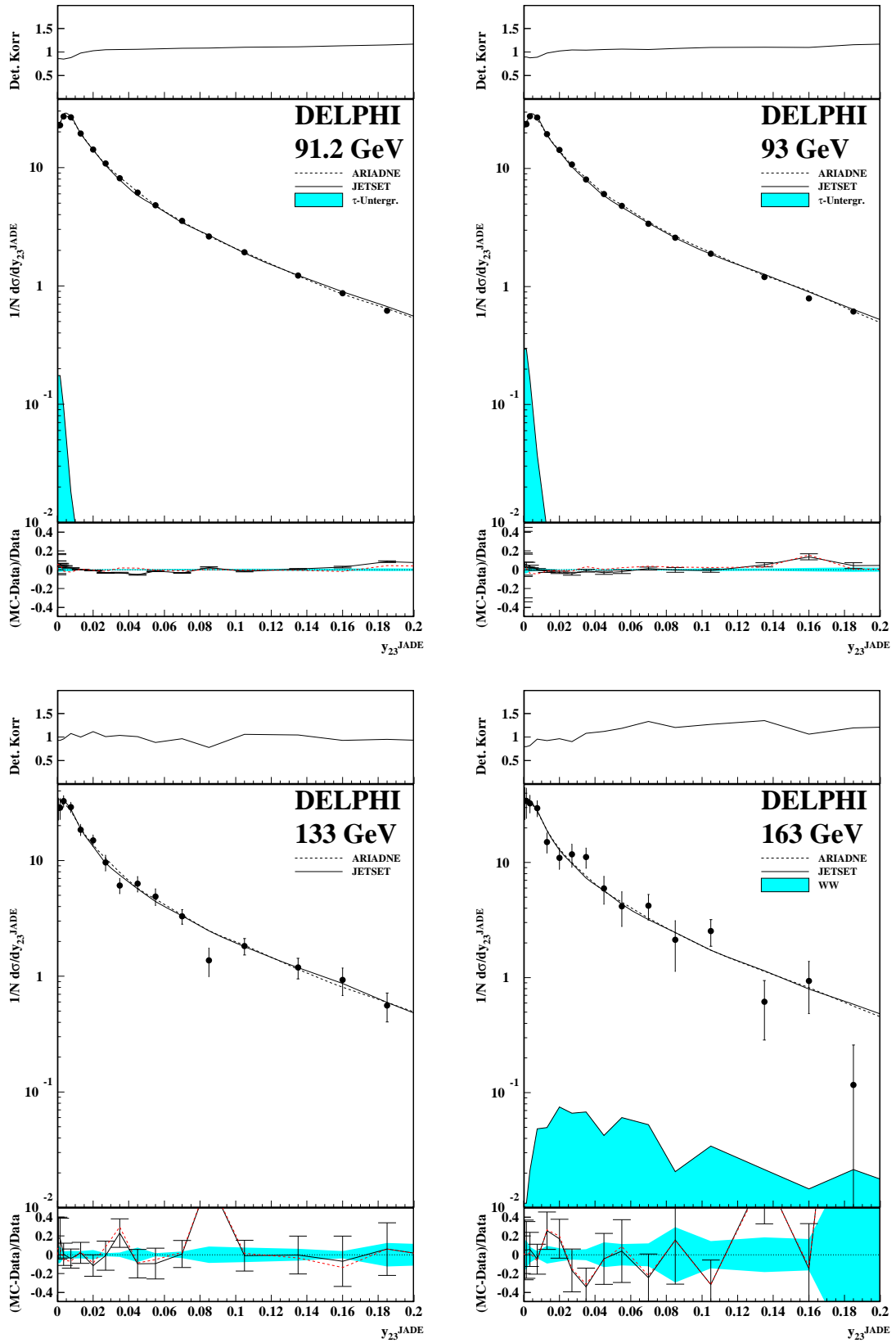


Abbildung C.92:

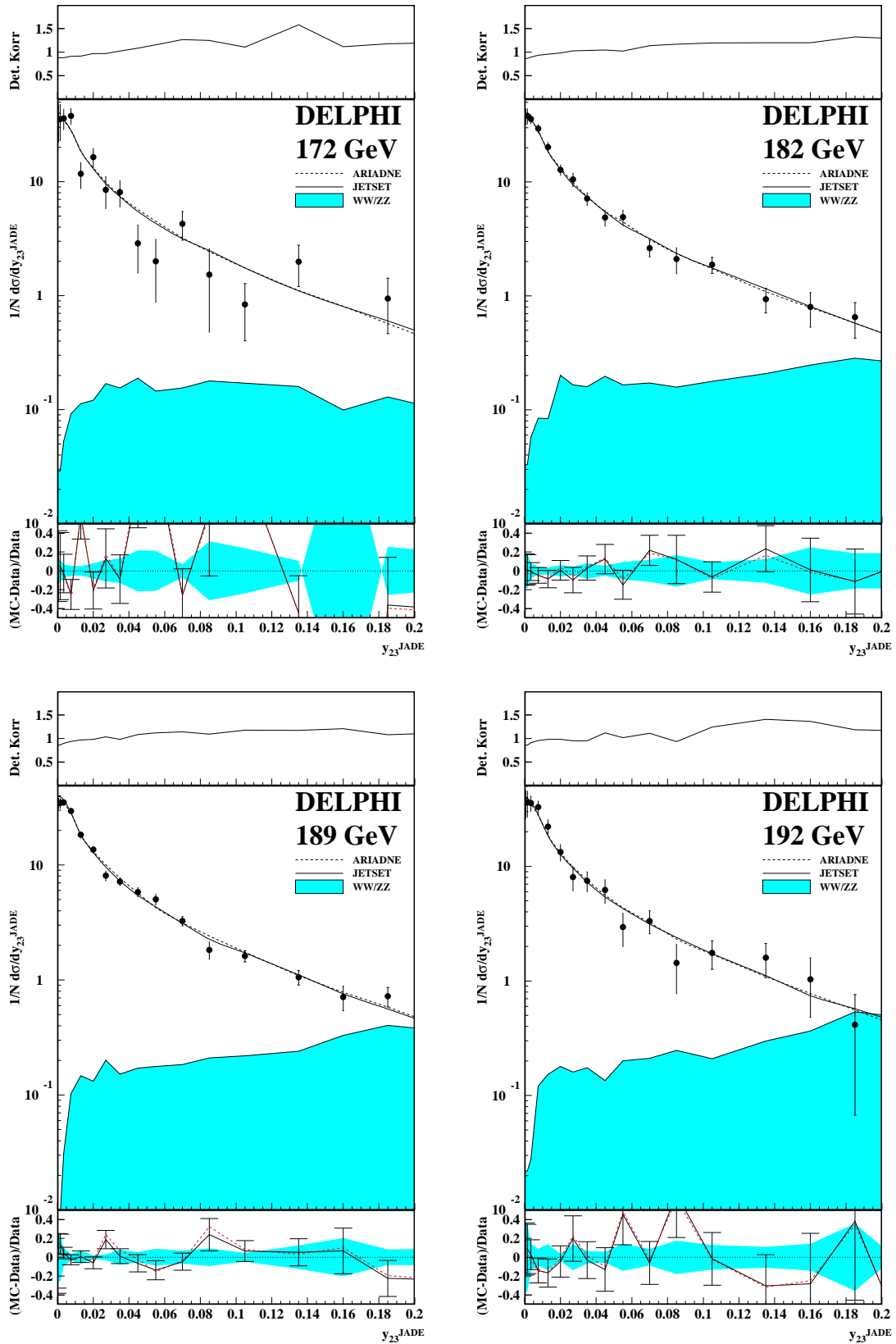


Abbildung C.93:

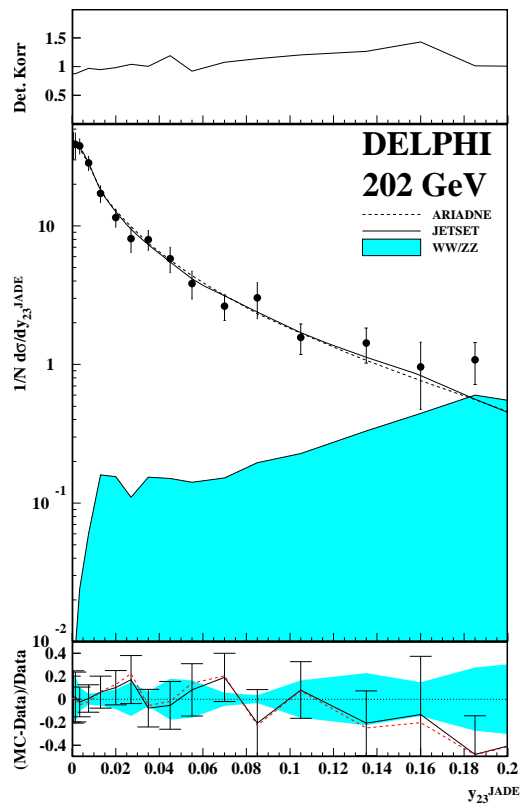
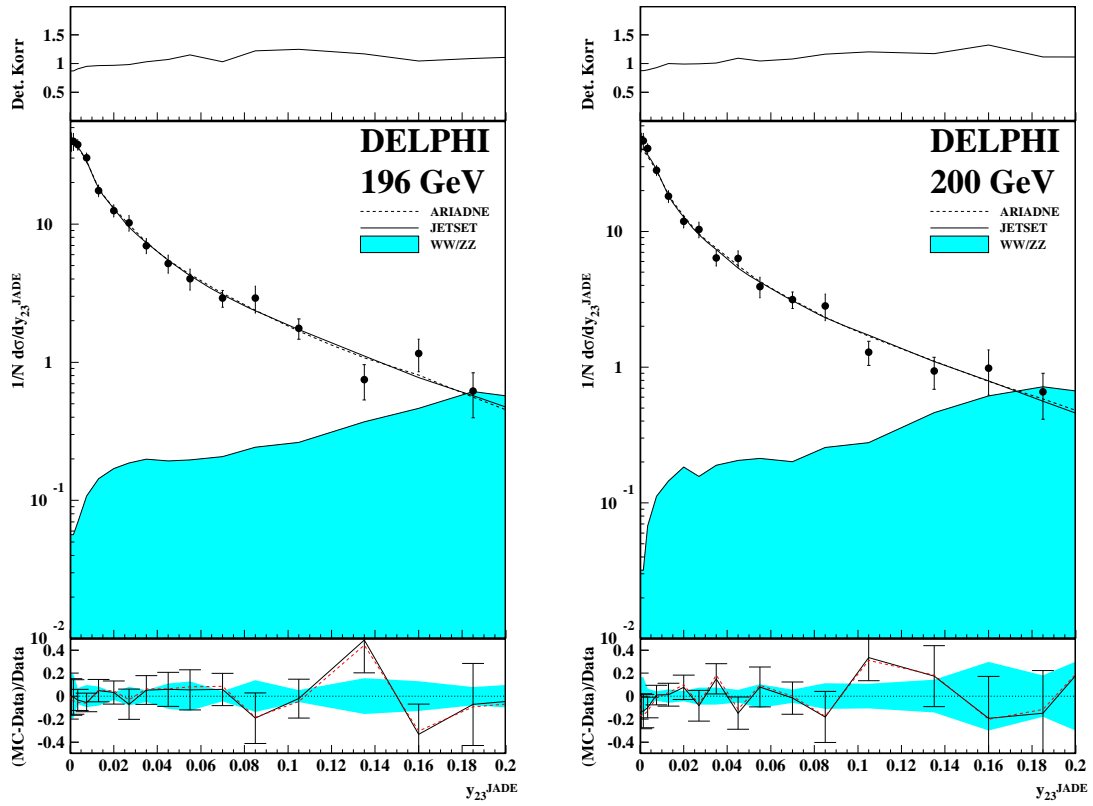


Abbildung C.94:

# Literaturverzeichnis

- [1] F. James  
MINUIT-Function Minimization and Error Analysis  
CERN Program Library Long Writeup D506
- [2] DELPHI Collaboration  
Performance of the new high precision luminosity monitor of DELPHI at LEP  
DELPHI 95-68 PHYS 503
- [3] DELPHI Collaboration  
Performance of the DELPHI Detector  
DELPHI 95-112 PHYS 547
- [4] W.T.Eadie, D.Drijard, F.E.James, M.Roos, B.Sadoulet  
Statistical Methods in experimental Physics  
North-Holland
- [5] Torbjörn Sjöstrand  
PHYTIA 5.7 and JETSET 7.4 Physics and Manual  
CERN-TH.7112/93
- [6] T.Sjöstrand  
Comp. Phys. Comm. 82(1994) 74
- [7] L. Lönnblad  
ARIADNE version 4.: A Program for simulation of QCD cascades implementing the  
color dipole model  
Comp. Phys. Comm. 71(1992) 15
- [8] V. Gribov, L. Lipatov  
Sov. J. Nucl. Phys 15(1972) 438
- [9] Y. L. Dokshitzer  
Calculation of the structure functions for deep inelastic scattering and  $e^+e^-$  anni-  
hilation by perturbation theory in quantum chromodynamics  
Sov. Phys. JETP 46(1977) 641-653
- [10] G. Altarelli, G. Parisi  
Asymptotic freedom in parton language  
Nucl. Phys. B126(1977) 298

- [11] G. Gustavson  
Dual description of a confined color field  
Phys. Lett. B175 (1986) 453
- [12] G. Gustavson, U. Petterson  
Dipole formulation of QCD cascades  
Nucl. Phys. B306 (1988) 746
- [13] X. Artru, G. Mennessier  
String model and multiproduction  
Nucl. Phys. B70(1974) 93
- [14] G. Marchesini et. al.  
Herwig: a Monte Carlo event generator for simulating Hadron Emission Reactions  
With Interfering Gluons  
Comp. Phys. Comm. 67(1992) 465
- [15] K. Kleis, R. Pittau  
Weight optimization in multichannel Monte Carlo  
Com. Phys. Comm. 83(1994) 141
- [16] G. Altarelli, R. Kleiss, C. Verzegnassi (Ed.)  
Z Physics at LEP1  
CERN 89-08 Volume 1
- [17] DELPHI Collaboration  
The DELPHI Detector at LEP  
Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A303 (1991) 233-276
- [18] M. Feindt, O. Podobrin  
PXPHOT-Third Stage Pattern Recognition for DELPHI  
unpublished
- [19] D. Bardin et al.  
ZFITTER: An Analytical Program for Fermion Pair Production in  $e^+e^-$  Annihilation  
CERN-TH. 6443/92
- [20] R.K. Ellis, J.W. Stirling, B.R. Webber  
QCD and Collider Physics  
University Press, Cambridge
- [21] S. Catani et al.  
Resummation of large logs in  $e^+e^-$  event shape distributions  
Nuclear Physics B407(1993) 3-42
- [22] Yu.L. Dokshitzer, B.R. Webber  
Power Corrections to Event Shape Distributions  
Cavendish-HEP-97/2 hep-ph/9704298

- [23] B.R.Webber  
Hadronic Final States  
hep-ph/9510283
- [24] Yu. L. Dokshitzer et al.  
Universality of  $1/Q$  corrections to jet-shape observables rescued  
hep-ph/9707532
- [25] G.P.Salam  
The Milan Factor for jet-shape observables  
hep-ph/9805323
- [26] Yu. L. Dokshitzer et al.  
On the universality of the Milan factor for  $\frac{1}{Q}$  power corrections to jet shapes  
hep-ph/9802381
- [27] Yu. L. Dokshitzer et al.  
On the QCD analysis of Jet Broadening  
hep-ph/9801324
- [28] Yu. L. Dokshitzer et al.  
Revisiting non-perturbative effects in the jet broadenings  
hep-ph/9812487
- [29] Yu. L. Dokshitzer et al.  
Dispersive Approach to Power-Behaved Contributions in QCD Hard Processes  
hep-ph/9512336
- [30] J.M. Campbell, E.W.N. Glover, C.J.Maxwell  
Determination of  $\Lambda_{\overline{MS}}^{(5)}$  from the measured energy dependence of  $\langle 1 - Thrust \rangle$   
hep-ph/9803254
- [31] D.T.Barclay, C.J.Maxwell, M.T.Reader  
Extracting  $\Lambda_{\overline{MS}}$  from experiment  
Physical Review D 49 3480 (1994)
- [32] C.J. Maxwell  
Complete renormalisation group improvement of QCD perturbation theory  
hep-ph/9809270
- [33] C.J. Maxwell, D.G. Tonge  
RS-Invariant All-Orders Renormalon Resummations for some QCD Observables  
hep-ph/9606392
- [34] C.J. Maxwell  
A Convergent Reformulation of QCD Perturbation Theory  
hep-ph/9706365

- [35] W. Celmaster, R.J. Gonzalves  
Fourth order QCD contributions to the  $e^+e^-$  annihilation cross section  
Phys. Rev. D20(1979) 1420
- [36] D.Wicke et.al.  
 $\alpha_s$  from DELPHI Measurements at LEP 2  
Phys. Lett. B456 (1999) 322
- [37] D. Bailin, A. Love  
Introduction to Gauge Field Theory  
Adam Hilger, Bristol and Boston
- [38] A. Wehr  
Bestimmung der starken Kopplungskonstanten  $\alpha_s(M_Z^2)$  unter Berücksichtigung  
vollständig resummierter führender und nächstführender Logarithmen  
Dissertation WUB-DIS 94-2
- [39] M. Weierstall Anpassung und Test von Fragmentierungsmodellen mit präzisen  
Ereignisform- und Einteilchenverteilungen unter besonderer Berücksichtigung von  
identifizierten Teilchenspektren  
Dissertation WUB-DIS 95-11
- [40] S. Catani et al.  
Thrust distribution in  $e^+e^-$  annihilation  
Physics Letters B Vol. 263 number 3,4
- [41] S. Catani, G.Turnock, B. R. Webber  
Jet Broadening measures in  $e^+e^-$  annihilation  
Physics Letters B 295 (1992) 269-276
- [42] S. Catani, G.Turnock, B. R. Webber  
Heavy jet mass in  $e^+e^-$  annihilation  
Physics Letters B 272 (1991) 368-372
- [43] S. Catani, B. R. Webber  
Resummed C-Parameter Distribution in  $e^+e^-$  annihilation  
CERN-TH/98-14 368-372
- [44] J. Kodaira L. Trentadue  
Single Logarithm Effects in Electron-Positron Annihilation  
Physics Letters B 123 (1983) 335
- [45] J. Ellis, D. V. Nanopoulos, D. A. Ross  
On the extraction of  $\alpha_s(M_{Z^0})$  from LEP jet data  
Physics Letters B 267 (1991) 132-137
- [46] S.Catani et al.  
Resummation of large logarithms in  $e^+e^-$  event shape distributions  
Nuclear Physics B 407 (1993) 3-42

- [47] Z.Metreveli et al.  
Decay Properties of W Bosons in  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  Events at 183 GeV  
DELPHI 97-172 PHYS 746
- [48] A. Malek  
Energieabhängigkeit von hadronischen Observablen  
Diplomarbeit WUD 97-01
- [49] OPAL Collaboration  
Determination of  $\alpha_s(M_{Z^0})$  at LEP using resummed calculations  
Z.Phys C 59,1-19 (1993)
- [50] S.Moretti, L. Lönnblad, T. Sjöstrand  
New and Old Jet Clustering Algorithms for Electron-Positron Events  
hep-ph/9804296
- [51] Yu. L. Dokshitzer et al.  
Better Jet Clustering Algorithms  
Cavendish-HEP-97/06
- [52] S. Bentvelsen, I. Meyer  
The Cambridge jet algorithm: features and applications  
Eur. Phys. J. C4(1998), 623 ff.
- [53] D. Wicke  
Energieabhängigkeit von Ereignisformvariablen und der starken Kopplung  
WUB-DIS 99-5
- [54] Yu. L. Dokshitzer, G. Marchesini, B.R. Webber  
Non-perturbative effects in the energy energy correlation  
hep-ph/9905339
- [55] G.P. Korchemski, G. Sterman  
Power Corrections to Event Shapes and Factorisation  
hep-ph/9902341
- [56] G. Grunberg  
Renormalization-scheme-invariant QCD and QED: The method of effective charges  
Phys. Rev. D 29(1984) 2315
- [57] DELPHI Collaboration  
Consistent measurements of  $\alpha_s$  from precise oriented event shape distributions  
Eur. Phys. J. C14(2000) 557
- [58] S.Hahn  
A Detailed Study of perturbative QCD Predictions in  $e^+e^-$  Annihilation and a Precise  
Determinations of  $\alpha_s$   
WUB-DIS 2000-6



- [59] M.Beneke  
Renormalons  
hep-ph/9807443
- [60] M.Beneke  
Renormalization scheme-invariant large-order perturbation theory and infrared renormalons in QCD  
Phys. Lett. B 307 (1993) 154-160
- [61] A. Grefrath  
Analyse globaler hadronischer Ereignisformvariablen bei Energien oberhalb der Z-Resonanz zur Bestimmung der starken Kopplung  $\alpha_s$   
WUB-DIS 98-03
- [62] F.V. Gubarev, M.I. Polikarpov, V.I. Zakharov  
Physics of the Power Corrections in QCD  
hep-ph/9908292
- [63] P.M. Stevenson  
Optimized perturbation theory  
Phys. Rev. D23 (1981) 2916
- [64] T. Brenke  
Bestimmung der starken Kopplung  $\alpha_s(M_Z)$  aus der Jet-Analyse hadronischer Z-Zerfälle  
WUD 94-23
- [65] Y. Ohnishi, H.Masuda  
The jet cone energy fraction in  $e^+e^-$  annihilation  
SLAC-PUB-6560 (1994)
- [66] Y.L. Dokshitzer  
Perturbative QCD and Powercorrection  
hp-ph/9911299
- [67] E.L. Berger, X. Guo, J.Qiu  
Isolated prompt photon production in hadronic final states of  $e^+e^-$  annihilation  
Phys. Rev. D54 (1996) 5470
- [68] E.L. Berger, X. Guo, J.Qiu  
Inclusive Prompt Photon Production in Hadronic Final States of  $e^+e^-$  Annihilation  
ANL-EP-PR-94-74
- [69] S. Catani, B.R. Webber  
Infrared safe, but infinite: soft-gluon divergences inside the physical region  
JHEP10(1997)005

- [70] O. Klapp  
Eine umfassende Studie der Eigenschaften von Gluon- und Quark-Jets  
WUB-DIS 99-16
- [71] Delphi Detector Homepage  
<http://home.cern.ch/offline/physics/delphi-detector.html>
- [72] Dhar, Gupta  
New perturbative approach to renormalizable field theories  
Phys Rev. D29 (1984) 29
- [73] R. Reinhardt  
Bestimmung der hadronischen Z-Resonanzparameter mit dem DELPHI-Detektor bei LEP  
WUD 95-49
- [74] V. V. Kiselev  
Hidden scale dependency in renormalon  
IHEP 95-82 (hep-ph/9507243)
- [75] J.G. Körner, F. Krajewski, A.A. Pivovarov  
Strong coupling constant from  $\tau$  decay within renormalization scheme invariant treatment  
MZ-TH/00-03 (hep-ph/0002166)
- [76] M. Dasgupta, B.R. Webber  
Power corrections and renormalons in deep inelastic structure functions  
Phys Lett. B 382 (1996) 273 (hep-h/9604388)
- [77] B.R. Webber  
QCD Power Corrections from a Simple Model for the Running Coupling  
JHEP 10 (1998) 012 (hep-ph/9805484)
- [78] DELPHI Collab., P. Abreu et. al.  
SPRIME a package for estimating the effective  $\sqrt{s'}$  centre of mass energy in  $q\bar{q}\gamma$  events  
DELPHI 96-124 PHYS 632,1996
- [79] P. Abreu et. al.  
The estimation of the effective centre of mass energy in  $q\bar{q}\gamma$  events from DELPHI  
CERN-OPEN 98-026, hep-ex/9809008, Nucl. Instrum. A427 (1999) Nr.3, 487 ff.
- [80] O. Passon  
Promotionsarbeit in Vorb.
- [81] G.P. Korchemski S. Tafat  
On power corrections of the event shape distributions in QCD  
hep-ph/0007005

- [82] Gavin Salam, private Kommunikation.
- [83] Yu. L. Dokshitzer  
 Perturbative QCD and Power Corrections  
 hep-ph/9911299
- [84] AMY Coll., Y.K. Li et al. *Phys. Rev.* **D41** (1990) 2675.  
 CELLO Coll., H.J. Behrend et al. *Z. Phys.* **C44** (1989) 63.  
 HRS Coll., D. Bender et al. *Phys. Rev.* **D31** (1985) 1.  
 P.A. Movilla Fernandez, et. al. and the JADE Coll. *Eur. Phys. J.* **C1** (1998) 461.  
 L3 Coll., B. Adeva et al. *Phys. Lett.* **B489** (2000) 65.  
 Mark II Coll., S. Bethke et al. *Z. Phys.* **C43** (1989) 325.  
 PLUTO Coll., C. Berger et al. *Z. Phys.* **C12** (1982) 297.  
 TASSO Coll., W. Braunschweig et al. *Z. Phys.* **C47** (1990) 187.  
 TOPAZ Coll., Y. Ohnishi et al. *Phys. Lett.* **B313** (1993) 475.
- [85] M. Acciarri et. al.  
 QCD studies in  $e^+e^-$  annihilation from 30 GeV to 189 GeV  
*Phys. Lett.* B489 (2000) 65-80
- [86] G. P. Salam and D. Wicke  
 Hadron masses and power corrections to event shapes  
*JHEP05(2001)* 061
- [87] S. J. Burby, C.J. Maxwell  
 Direct Extraction of QCD  $\Lambda_{\overline{MS}}$  from  $e^+e^-$  Jet Observables  
 hep-ph/0011203
- [88] Particle Data Group  
 Review of Particle Physics  
*Eur. Phys. J.* C15, 1-878 (2000)
- [89] S. J. Brodski, G.P. Lepage, P.B. Mackenzie  
 On the elimination of scale ambiguities in perturbative quantum chromodynamics  
*Phys. Rev* D28 (1983) 228
- [90] E. Gardi, G. Grunberg  
 Power corrections in the single dressed gluon approximation : the average thrust as  
 a case study  
*J. High Energy Phys.* : 11 (1999)
- [91]

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Kopplungsformen der starken Wechselwirkung . . . . .	6
2.2	Schematisches Modell der Paarvernichtung mit hadronischem Endzustand. . . . .	24
3.1	Der LEP-Speicherring . . . . .	28
3.2	Der DELPHI Detektor . . . . .	29
3.3	Datennahme, -verarbeitung und -analyse bei Delphi . . . . .	37
4.1	Links: Die von SPRIME+ vorhergesagte Photonverteilung im Vergleich zu MC Vorhersagen (aus [80]). Rechts: Simulation des vier Fermion Untergrunds und hadronischen Ereignissen in der $n_{ch} - B_{min}$ Ebene. Die oberen beiden Graphen zeigen die Verteilung für hadronische bzw. semileptonische Ereignisse. Die Linien zeigen die gewählten Schnitte. . . . .	41
4.2	Die Energieverteilung der Photonabstrahlung für die drei gewählten Energieintervalle. . . . .	45
4.3	Die Winkelverteilung der Photonabstrahlung für die drei gewählten Energieintervalle. . . . .	46
4.4	Massenkorrekturen in Abhängigkeit der Energie. Durchgezogene Linie:Der relative Unterschied zwischen Standard und E-Schema für verschiedene Observablen als Funktion der Energie. Gestrichelte Linie: b Massenkorrektur. . . . .	52
4.5	B Massenkorrektur für verschiedene differentielle Observablen bei 91.2 GeV . . .	53
4.6	Major Verteilungen für 45, 66, 76 und 91.2 GeV Schwerpunktsenergien Im Vergleich zu Vorhersagen von Jetset und Ariadne. Das obere Diagramm zeigt die Größe der Detektorkorrekturen. Das untere Diagramm zeigt das Residuum zwischen Daten und Monte Carlo für Jetset (durchgezogene Linie) und Ariadne (gepunktete Linie), den statistischen Fehler (Balken) und den systematischen Fehler (Band). . . . .	57
4.7	Major Verteilungen für 189, 192, 200 und 202 GeV Schwerpunktsenergien Im Vergleich zu Vorhersagen von Jetset und Ariadne. Das obere Diagramm zeigt die Größe der Detektorkorrekturen. Das untere Diagramm zeigt das Residuum zwischen Daten und Monte Carlo für Jetset (durchgezogene Linie) und Ariadne (gepunktete Linie), den statistischen Fehler (Balken) und den systematischen Fehler (Band). . . . .	58

4.8	Mittelwerte von verschiedenen Ereignisformobservablen im Vergleich zu Vorhersagen von Pythia 6.1. Die durchgezogene Linie zeigt das Hadron Niveau, die gestrichelte Linie das Parton Niveau. . . . .	59
5.1	Bestimmung der nicht perturbativen Koeffizienten für C und Thrust für Energien zwischen 45 und 202 GeV . Die durchgezogene Linie entspricht dem Anpassungsintervall, während die gepunktete Linie eine Extrapolation darstellt. Die gestrichelte Linie ist der Anpassungsbereich ohne Korrektur. . . . .	62
5.2	Bestimmung der nicht perturbativen Koeffizienten der Jetmassen für Energien zwischen 45 und 202 GeV . Die durchgezogene Linie entspricht dem Anpassungsintervall, während die gepunktete Linie eine Extrapolation darstellt. Die gestrichelte Linie ist der Anpassungsbereich ohne Korrektur. . . . .	63
5.3	Bestimmung der nicht perturbativen Koeffizienten der Jetbreiten für Energien zwischen 45 und 202 GeV . Die durchgezogene Linie entspricht dem Anpassungsintervall, während die gepunktete Linie eine Extrapolation darstellt. Die gestrichelte Linie ist der Anpassungsbereich ohne Korrektur. . . . .	65
5.4	Bestimmung der NP Koeffizienten der EEC für Energien zwischen 48 und 202 GeV . Die durchgezogene Linie stellt den Anpassungsbereich dar, die gestrichelte die Extrapolation auf die umliegenden Bereiche. . . . .	67
5.5	Bestimmung der NP Verschiebung aus der Hadronisierungskorrektur. Die schwarze Kurve stellt die Vorhersage nach Dokshitzer und Webber für $\bar{\alpha}_0 = 0.5$ , die gestrichelte von $\bar{\alpha}_0 = 0.3$ bei $\alpha_s = 0.118$ und $\mu_I = 0.78 GeV$ . Die vertikalen Linien zeigen den experimentell benutzten Anpassungsbereich. . . . .	71
5.6	Bestimmung der Verschiebung der Sudakov Schulter, im Vergleich zu theoretischen Vorhersagen. . . . .	73
5.7	Ergebnisse der Parameteranpassung mit einer $1/Q$ artigen Korrektur, nach Gl. (5.6). Die durchgezogenen Linien zeigen das Resultat der Anpassung, die gepunkteten Linien den Anteil der zweiten Ordnung. . . . .	76
5.8	Ergebnisse der Parameteranpassung ohne weitere Korrekturen (links) und mit einem $1/Q^2$ Ansatz (rechts). Linie und Band zeigen den ungewichteten Mittelwert und die dazugehörige Standardabweichung der vollinklusive Observablen. . . . .	77
5.9	Ergebnisse der Parameteranpassung eines $C * \alpha_s^3$ Terms (links) und einer Potenzkorrektur nach Dokshitzer und Webber (rechts). Linie und Band zeigen den ungewichteten Mittelwert und die dazugehörige Standardabweichung . . . . .	78
5.10	Ergebnisse der Parameteranpassung nach Dokshitzer und Webber. Auf der x Achse ist $\alpha_s$ , auf der y Achse $\alpha_0$ aufgetragen. . . . .	79
5.11	Ergebnisse der Parameteranpassung mit einem Renormalon Ansatz, nach Gl. (2.45, 5.12). Die durchgezogenen Linien zeigen das Resultat der Anpassung , die gepunkteten Linien den Anteil der zweiten Ordnung. . . . .	80
5.12	Ergebnisse der Parameteranpassung für RGG verbesserte Potenzkorrekturen,nach Gl. (5.13). Links die Ergebnisse für $K_0$ , rechts das dazugehörige $\alpha_s$ . Linie und Band zeigen den ungewichteten Mittelwert und die dazugehörige Standardabweichung . . . . .	83

5.13	Vergleich der Mittelwertdaten mit den Vorhersagen der reinen RGI Störungstheorie (durchgezogene Linie). Die gestrichelte Linie zeigt den Erwartungswert für $\overline{MS}$ bei gleichem $\alpha_s$ . . . . .	85
5.14	Vergleich der Ergebnisse eines $C_1/Q$ Fits an den residualen Anteil mit den vorhergesagten Werten aus der RGI Methode für ein $\Lambda_{\overline{MS}}$ von 250 MeV . Das Band stellt eine Variation von $\Lambda_{\overline{MS}}$ von $\pm 30$ MeV dar. Die linke Grafik zeigt verschiedene, größtenteils vollinklusive Observablen. Die rechte Grafik zeigt das Verhalten von EEC und JCEF bei unterschiedlichen Mittelungs Intervallen. . . . .	87
5.15	$\alpha_s$ Ergebnisse für verschiedene Observablen und Methoden. Die durchgezogene Linie zeigt das ungewichtete Mittel, das Band die Varianz für die vollinklusive Observablen. Als Referenz ist der PDG Mittelwert von $\alpha_s=0.1182$ als gestrichelte Linie dargestellt. . . . .	88
5.16	Vergleich der Ergebnisse der Potenzkorrektur nach Dokshitzer und Webber mit der Vorhersage aus RGI für einen festen wert von für $\Lambda_{\overline{MS}} = 250$ MeV . Das Band stellt die Variation von $\pm 30$ GeV dar. Die durchgezogene Linie innerhalb des Bandes den rekonstruierten $\alpha_0$ Wert. . . . .	89
5.17	Vergleich von RGI und optimierter Skala für verschiedene Observablen. Die durchgezogene Linie stellt die PMS Skala dar. . . . .	90
B.1	Ergebnisse der Parameteranpassung ohne nichtperturbative Korrektur . . . . .	103
B.2	Ergebnisse der Parameteranpassung mit einer $1/Q$ artigen Korrektur, nach Gl. (5.6) . . . . .	103
B.3	Ergebnisse der Parameteranpassung mit einer $1/Q^2$ artigen Korrektur, nach Gl. (5.8) . . . . .	104
B.4	Ergebnisse der Parameteranpassung an eine Korrektur mit zwei inversen Potenzen, nach Gl. (5.9) . . . . .	104
B.5	Ergebnisse der Parameteranpassung mit einer hypothetischen Störungsterm 3. Ordnung, nach Gl. (5.10) . . . . .	105
B.6	Bestimmung der Potenzkorrektur $\alpha_0$ nach Dokshitzer und Webber aus den kombinierten Ergebnissen verschiedener Experimente. Als intermediäre Skala wurde $\mu_I = 2$ GeV gewählt, als Skala $x_\mu = 1$ . . . . .	105
B.7	Bestimmung Potenzkorrektur $\alpha_0$ nach Dokshitzer und Webber aus den kombinierten Ergebnissen verschiedener Experimente. Als intermediäre Skala wurde $\mu_I = 2$ GeV gewählt, als Skala $x_\mu = 1$ . Für $\alpha_s$ wurde ein fester Wert von $\alpha_s = 0.118$ benutzt. . . . .	106
B.8	Ergebnisse der Parameteranpassung mit optimierter Skala . . . . .	106
B.9	Ergebnisse der Parameteranpassung mit reiner RGI . . . . .	107
B.10	Ergebnisse der Parameteranpassung mit RGI und einer Anpassung des nichtperturbativen Parameters $K_0$ . . . . .	107
C.1	Integrierte Jetraten für $y_{cut} = 0.04$ (Durham, Cambridge, Camjet) bzw. $y_{cut} = 0.08$ (JADE). . . . .	109

C.2 Integrierte Werte von JCEF über verschiedene Intervalle . . . . .	109
C.3 Integrierte Werte der EEC über verschiedene Intervalle . . . . .	110
C.4 Mittelwerte . . . . .	110
C.5 Mittelwerte . . . . .	111
C.6 Mittelwerte . . . . .	111
C.7 Mittelwerte . . . . .	112
C.8 Mittelwerte . . . . .	112
C.9 Mittelwerte . . . . .	113
C.10 Mittelwerte . . . . .	113
C.11 Verteilungen von Thrust . . . . .	114
C.12 Verteilungen von Thrust . . . . .	115
C.13 Verteilungen von Thrust . . . . .	116
C.14 Verteilungen von Thrust . . . . .	117
C.15 Verteilungen von MHIGH . . . . .	118
C.16 Verteilungen von MHIGH . . . . .	119
C.17 Verteilungen von MHIGH . . . . .	120
C.18 Verteilungen von MHIGH . . . . .	121
C.19 Verteilungen von BMAX . . . . .	122
C.20 Verteilungen von BMAX . . . . .	123
C.21 Verteilungen von BMAX . . . . .	124
C.22 Verteilungen von BMAX . . . . .	125
C.23 Verteilungen von BSUM . . . . .	126
C.24 Verteilungen von BSUM . . . . .	127
C.25 Verteilungen von BSUM . . . . .	128
C.26 Verteilungen von BSUM . . . . .	129
C.27 . . . . .	130
C.28 . . . . .	131
C.29 . . . . .	132
C.30 . . . . .	133
C.31 . . . . .	134
C.32 . . . . .	135
C.33 . . . . .	136
C.34 . . . . .	137

C.35 . . . . .	138
C.36 . . . . .	139
C.37 . . . . .	140
C.38 . . . . .	141
C.39 . . . . .	142
C.40 . . . . .	143
C.41 . . . . .	144
C.42 . . . . .	145
C.43 . . . . .	146
C.44 . . . . .	147
C.45 . . . . .	148
C.46 . . . . .	149
C.47 . . . . .	150
C.48 . . . . .	151
C.49 . . . . .	152
C.50 . . . . .	153
C.51 . . . . .	154
C.52 . . . . .	155
C.53 . . . . .	156
C.54 . . . . .	157
C.55 . . . . .	158
C.56 . . . . .	159
C.57 . . . . .	160
C.58 . . . . .	161
C.59 . . . . .	162
C.60 . . . . .	163
C.61 . . . . .	164
C.62 . . . . .	165
C.63 . . . . .	166
C.64 . . . . .	167
C.65 . . . . .	168
C.66 . . . . .	169
C.67 . . . . .	170



C.68	171
C.69	172
C.70	173
C.71	174
C.72	175
C.73	176
C.74	177
C.75	178
C.76	179
C.77	180
C.78	181
C.79	182
C.80	183
C.81	184
C.82	185
C.83	186
C.84	187
C.85	188
C.86	189
C.87	190
C.88	191
C.89	192
C.90	193
C.91	194
C.92	195
C.93	196
C.94	197

# Tabellenverzeichnis

2.1	Die Abhängigkeit der Erwartungswerte verschiedener Observablen von $\alpha_s$ in zweiter Ordnung Störungstheorie. Die Koeffizienten A und B werden für die Entwicklung $\langle R \rangle = A \left( \frac{\alpha_s}{\pi} + B \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 \right)$ angegeben[48]. . . . .	12
2.2	NLLA Koeffizienten für verschiedene resummierbare Ereignisformvariablen, entnommen aus [49]. Die Koeffizienten $C_2$ und $G_{21}$ wurden mit dem Generator EVENT2 bestimmt. . . . .	13
3.1	Akzeptanzbereiche und Auflösungsvermögen der Delphi-Subdetektoren . . . . .	34
4.1	Die Statistik der Datennahme für einzelne Energien. $\sigma$ ist der theoretische Wirkungsquerschnitt, $\sigma_{eff}$ Der Wirkungsquerschnitt nach dem ISR Schnitt. $\mathcal{L}$ ist die gemessene Luminosität. $N_{sel}$ stellt die Gesamtzahl aller Ereignisse vor bzw. nach der Ereignis Selektion dar. $\epsilon$ ist die Selektionseffizienz für hadronische Spuren. $p$ stellt die aus MC bestimmte Reinheit dar. . . . .	50
5.1	Bestimmung von $\alpha_0$ aus einer kombinierten Anpassung von $\alpha_0$ und $\alpha_s$ aus Ereignisformobservablen. Nur DELPHI Messungen wurden verwendet. Der erste Fehler ist der statistische, der zweite der systematische, der dritte die Differenz zum R Rekombinationsschema. Nur die E-Definition der Jetmassen wurde für die Mittelwerte verwendet . . . . .	69
5.2	Die verwendeten Anpassungsintervalle für die Bestimmung von Potenzkorrekturen aus Ereignisformobservablen. In Klammern ist die jeweilige Änderung der Intervallbreite bei der systematischen Variation angegeben. . . . .	70
5.3	Bestimmung von $\alpha_0$ aus einer kombinierten Anpassung von $\alpha_0$ und $\alpha_s$ an Daten verschiedener Experimente [84]. Für $E_{cm} \geq M_Z$ wurden nur DELPHI Messungen verwendet. Der erste Fehler ist statistisch, der zweite systematisch. Für die Mittelwerte wurde nur die E-Definition der Jetmassen verwendet. . . . .	81
5.4	Ergebnisse für RGI und NP Korrekturen. Für die Anpassung wurden die Ergebnisse verschiedener Experimente benutzt. Oberhalb von $E_{cm} \geq M_Z$ wurden nur DELPHI Daten verwendet. Der erste Fehler ist statistisch, der zweite systematisch. Für die Mittelwerte wurde nur die E Definition der Jetmasse verwendet und sowohl EEC als auch JCEF ausgelassen. . . . .	82

5.5	Ergebnisse für reines RGI für verschiedene Experimente. Für $E_{cm} \geq M_Z$ wurden nur DELPHI Daten verwendet. Der erste Fehler ist statistisch, der zweite systematisch. Für die Mittelwerte wurde nur die E-Definition der Jetmassen verwendet und sowohl EEC als auch JCEF ausgelassen. . . . .	86
5.6	Ergebnisse für die Anpassung von $\beta_0$ und $n_f$ für verschiedene Observablen mit DELPHI Daten. Der erste Fehler ist statistisch, der zweite systematisch, der dritte aufgrund der Unsicherheit der b Massenkorrektur. . . . .	91